

למורים,

להלן הצעה למבנה המשימה עבור המורים, הכוללת הנחיות לביצוע המשימה בשיטת הג'יקסו, נקודות המרכזיות לדיון מסכם ופתרונות בשילוב של ייצוגים גרפיים להמחשה. המטרה של המערך היא להפוך את הכיתה ל"חדר מצב" (Command Center) שבו התלמידים פועלים כמהנדסי משימה. שימוש בשיטת הג'יקסו מאפשר לכל תלמיד להתמחות בהיבט אחר של הפונקציה הריבועית. רק שילוב של כל הידע יאפשר את הצלת הניצולים. המשימה מדגישה ערכים אנושיים וחברתיים: אחריות אישית וערבות הדדית, עבודת צוות, קבלת החלטות אתיות תחת מגבלות, חוסן וגמישות מחשבתית, כמו בעולם האמיתי הדינמי.

מאחלים לכם להוביל את מהנדסי המשימה שלכם לשיגור מוצלח, שבו המתמטיקה הופכת מכלי תיאורטי לכוח מעשי מציל חיים ולבניית עולם בטוח וערכי יותר.

בהצלחה

הנחיות למורה לביצוע המשימה

ניתן ליישם את הפעילות מבצע "נתיב אספקה" – סיוע הומניטרי" באמצעות שיטת הג'יקסו. (Jigsaw) בשיטה זו, כל תלמיד הופך ל"מומחה" בנושא ספציפי, ולאחר מכן חוזר לקבוצת האם שלו כדי ללמד את חבריו, כך שהצלחת המשימה כולה תלויה בשיתוף הפעולה של כולם.

להלן הצעה למבנה הפעילות עבור המורים:

 מבנה פעילות ג'יקסו: "מהנדסי חדר מצב"

1. חלוקה לקבוצות אם (צוותי משימה)

כל קבוצה מורכבת מ-4 תלמידים. הקבוצה מקבלת את הרקע הכללי: עליהם לתכנן מסלול שיגור פרבולי להצלת ניצולים על אי מבודד.

2. מעבר לקבוצות מומחים

כל חבר בקבוצת האם נשלח לשולחן "מומחים" אחר כדי לחקור היבט מתמטי שונה של הבעיה.

- מומחה 1: איתור ותיקון שגיאות (צוות 1 במקור)
- מומחה 2: אופטימיזציה וטווחים (צוות 2 במקור)
- מומחה 3: בטיחות אטמוספירית וקודקוד (צוות 3 במקור)
- מומחה 4: לוגיסטיקה והזזות אופקיות (צוות 4 במקור)

3. שלב הלימוד ההדדי (חזרה לקבוצות האם)

המומחים חוזרים לקבוצות האם שלהם כעת, עליהם לגבש יחד את "דוח האישור הסופי".

- כל מומחה מלמד את חבריו את העיקרון שלמד.
- יחד הם בונים את הפונקציה הסופית $g(x)$ שעונה על כל האילוצים: התחלה ב $(-2, 0)$ נחיתה ב $(14, 0)$ וגובה נמוך מ-40 ק"מ.

4. רפלקציה וסיכום

הקבוצה עונה יחד על שאלות הדיון המופיע בדף הבא.

דיון מסכם - חדר מצב

בסיום העבודה בצעו דיון בקבוצות:

1. מסלול, מתמטיקה ואחריות

כיצד חישוב מתמטי מדויק קובע הצלחה או כישלון במשימה מצילת חיים?

- מה עלול לקרות אם טועים בפרמטר אחד בלבד?
- האם "בערך נכון" מספיק במצבים כאלה?

2. נקודות האפס : יעד או התרסקות

פתרון המשוואה $y = 0$ מייצג במציאות נקודת יעד או נקודת התרסקות.

- כיצד שינוי קטן בפונקציה משנה את משמעות הפתרון?
- למה חשוב להבין את ההקשר ולא רק "לפתור משוואה"?

3. הפרמטר a עוצמה ובטיחות

מה למדנו על תפקיד הפרמטר a במסלול השיגור?

כיצד הוא משפיע על:

- גובה מקסימלי
- כיוון פתיחת הפרבולה
- מדוע a הוא פרמטר קריטי בבטיחות?

4. יש יותר מפתרון אחד "נכון". ראינו שאפשר לפגוע באותו יעד עם מסלולים שונים.

- כיצד זה בא לידי ביטוי בגרפים?
- האם מתמטיקה תמיד נותנת פתרון יחיד?

5. שינוי מסלול בלי לשנות יעד

איזה שינויים בפונקציה משנים את המסלול אבל שומרים על נקודות השיגור והנחיתה?

- מה קורה בהזזה אנכית?
- מה זה מלמד אותנו על שליטה בפרמטרים?

6. גרף כשפה

כיצד הגרף עזר לנו להבין את הבעיה מהר יותר מנוסחה בלבד?

- אילו החלטות קיבלתם רק על סמך הסתכלות בגרף?
- מתי גרף "מדבר" יותר מאלגברה?

7. שאלה אישית או קבוצתית

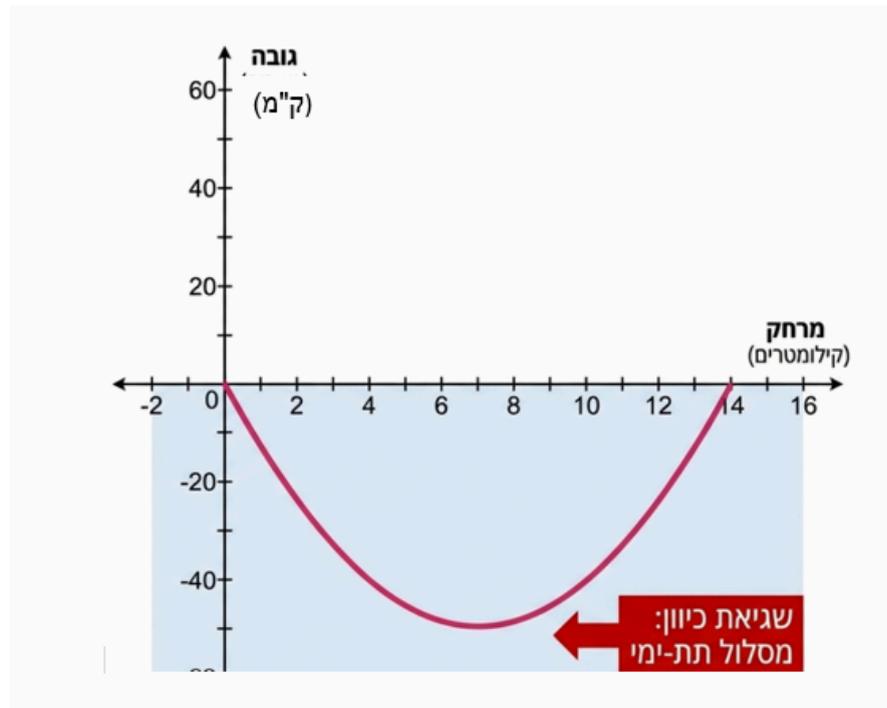
מה הדבר החשוב ביותר שלמדת/ם היום על מתמטיקה, שלא קשור רק לחישובים?

פתרונות למשימה

צוות 1 – "המשגר ההפוך"

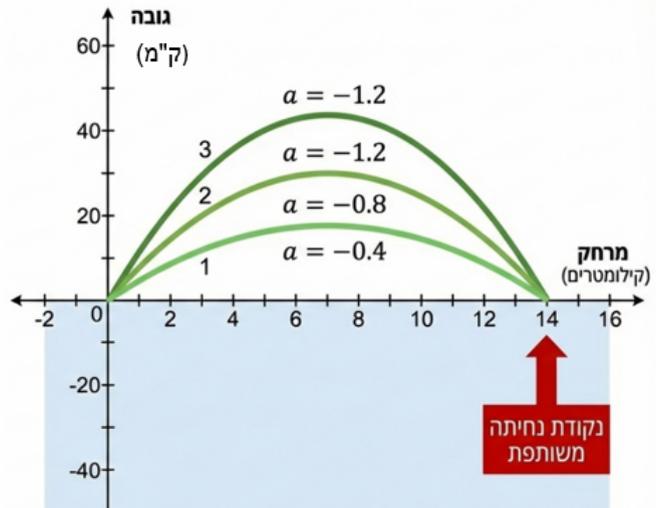
1. הפונקציה: $f(x) = x^2 - 14x$ יעד 14 ק"מ.

תיאור גרפי:



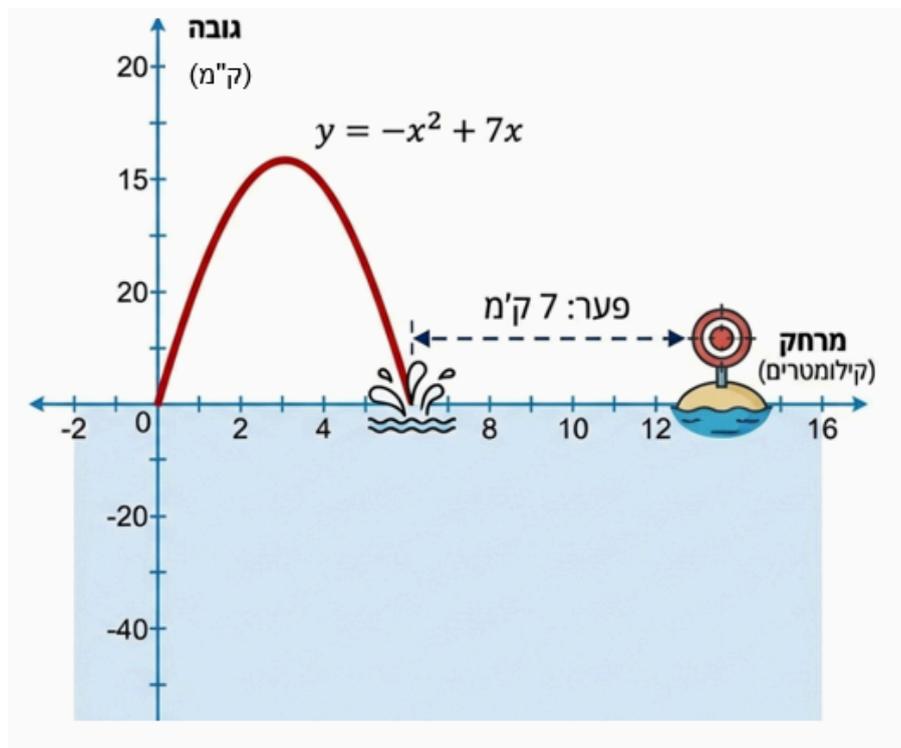
2. תיקון קוד: $f(x) = -x^2 + 14x$

3. דנה צודקת – יש אינסוף אפשרויות לפגיעה בנקודה $x = 14$, עבור $a > 0$



צוות 2 – כיול למרחקים ואופטימיזציה

1. $x = 7$, האספקה תנחת בים.



2. פרוטוקול 1: $f(x) = -2x^2 + 14x$ נקבל $g(x) = -2x^2 + 14x$, נקודות אפס $x = 0$, $x = 7$ - לא מתאים.

פרוטוקול 2: בהכפלת b פי 2 נקבל $g(x) = -x^2 + 14x$ נקודות אפס $x = 0, x = 7$ - מתאים.

פרוטוקול 3: בהכפלת a פי 2 נקבל $g(x) = -2x^2 + 7x$ נקודות אפס $x = 0, x = 3.5$ - לא מתאים.

3. ליבי צודקת. $a \cdot f(x)$ עבור $a > 0$. נקודות האפס מגדירות את נקודות השיגור ונחיתה, אך שינוי בכופל a יכול לקבוע מסלולים גבוהים או נמוכים יותר שכולם נוחתים באותו מרחק.

צוות 3: מעבר מכשולים ובטיחות 🏔️

שלב א' הערכת סיכונים

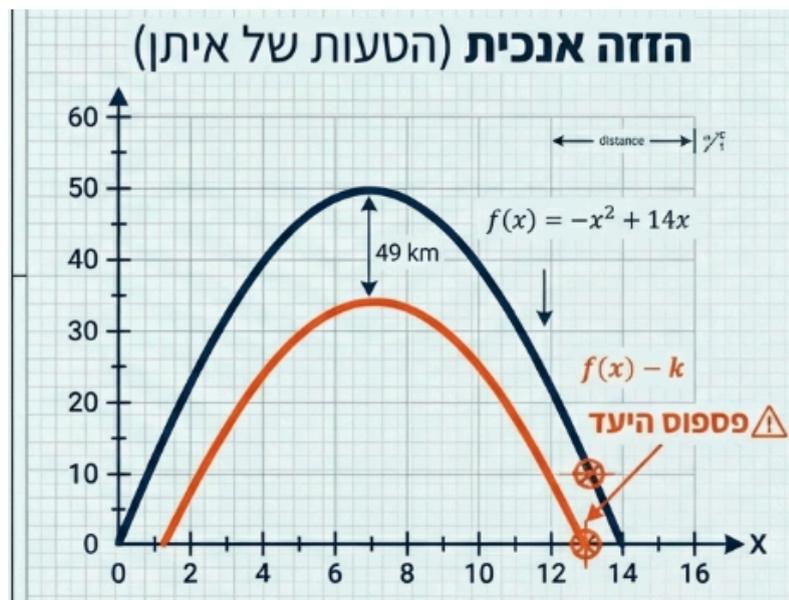
1. חישוב הגובה המקסימלי: מציאת קודקוד הפרבולה: $x = 7$ והצבתו בפונקציה תיתן את גובה הפרבולה: 49 מ"ק $y =$
2. המסלול לא בטיחותי. הוא חורג ב- 9 ק"מ.
3. האספקה לא תגיע ליעד. המערכות יושבתו ברגע שהחבילה תעבור את גובה 40 הק"מ, והיא תתרוסק בים הרבה לפני שתגיע לנקודת הנחיתה המתוכננת.
4. אפרת צודקת.

הוכחה: נניח שנבצע הזזה אנכית כלפי מטה של 10 יחידות ($k = -10$) כדי להנמיך את השיא מ- 49 ל- 39 .

נמצא את נקודות האפס בעזרת נוסחת השורשים: $g(x) = -x^2 + 14x - 10$

נקבל $x_2 \approx 13.25$, $x_1 \approx 0.75$

מסקנה: האספקה תנחת ב- 13.25 ק"מ במקום ב- 14 ק"מ. היא תפספס את האי ב- 750 מטרים ותיפול לים.



שלב ב': כיוול מחדש 🛠️

1. מציאת הפרמטר הקריטי: הצבה $x = 7$ $y = 40$ $40 = a \cdot (-7^2 + 14 \cdot 7)$

$$a = \frac{40}{49}$$

2. קביעת טווח ביטחון:

1. המהנדסים הראשיים ממליצים על $a = -0.5$.

$$f(7) = -0.5 \cdot (7^2 - 14 \cdot 7) = 24.5$$

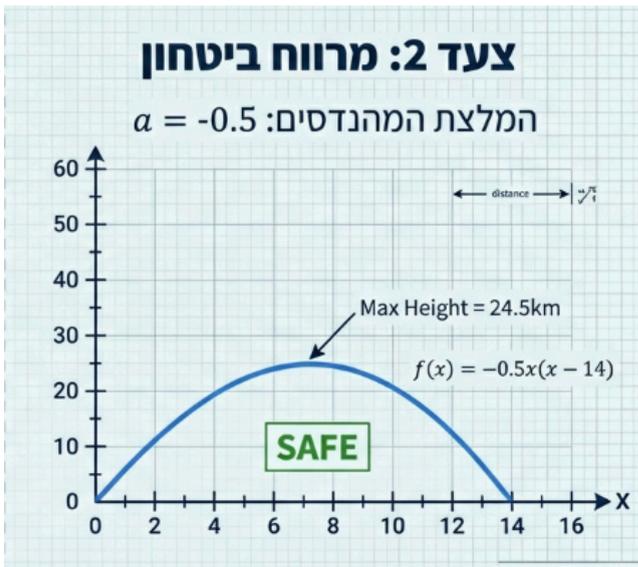
המסלול בטוח. $24.5 < 40$

2. מציאת נקודות אפס בפונקציה

$$f(x) = -0.5(x^2 - 14x)$$

נקודות אפס $x = 0$, $x = 14$

ולכן תנחת ב- $x = 14$ ק"מ.



שלב ג': סיכום ואישור שיגור 🚀

כל ערך של a המקיים $0 < a < \frac{40}{49}$ בפונקציה $f(x) = a(-x^2 + 14x)$

ייתן תשובה נכונה.

צוות 4: לוגיסטיקה ומיקום משגר

שלב 1: איכון מיקום ובדיקת מערכות

1. מציאת נקודת השיגור : מפתרון המשוואה $-(x + 2)^2 + 14(x + 2) = 0$

מקבלים $x = -2$, $x = 12$ ולכן נקודת השיגור היא $(-2, 0)$

2. כן, $x = -2$ תואם את הדיווח.

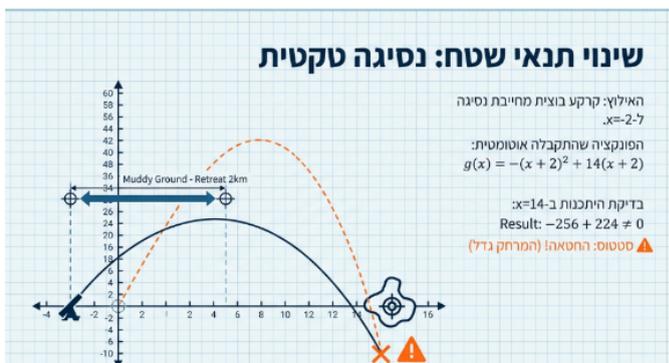
3. נקודת הנחיתה $x = 12$

שלב 2: ניתוח המרחק הכולל

1. המרחק בין נקודת השיגור $(x = -2)$ לנקודת הנחיתה $(x = 12)$ הוא 14 ק"מ.

2. המרחק הכולל שהאספקה עוברת לא השתנה, נשאר 14 ק"מ.

חלק 3: הערכת משימה – האם פגענו?



1. האספקה לא תנחת באי. היא תנחת בים,

במרחק 2 ק"מ לפני האי.

2. המרחק מנקודת השיגור $x = -2$ לאי $x = 14$

הוא 16 ק"מ

3. צריך להחליף בפונקציה את המספר 14 ב-16.

$$g(x) = -(x + 2)^2 + 16(x + 2)$$

משימת סיכום לכל הצוותים: "אישור השיגור האחרון" ושיגור סופי

כל פונקציה מהצורה

$$g(x) = -a[(x+2)^2 - 16(x+2)]$$

$$0 < a < \frac{5}{8}$$
 המקיימת

אימות בטיחות וטווח

1. מציאת ערך x קודקוד: $x_k = 6$

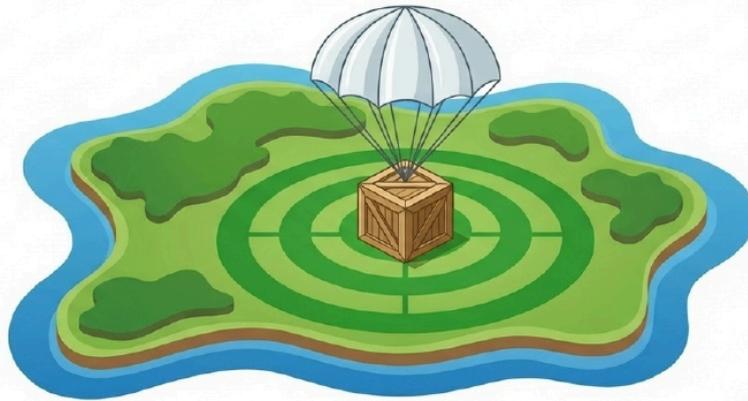
מציאת ערך y קודקוד: $y_k = 64a$

2. כן, על ידי מציאת נקודות האפס שהן $(-2, 0)$ ו- $(14, 0)$

ביצוע רפלקציה

1. הזזה אנכית (הוספת אשלילי לפונקציה) אמנם מנמיכה את המסלול, אך היא משנה את נקודות האפס. במקרה כזה, האספקה הייתה "מפספסת" את האי ונוחתת בנקודה שונה מ- $x = 14$ שינוי הפרמטר a (הכפלת כל הפונקציה) מאפשר לנו לשנות את גובה הפרבולה מבלי לשנות את נקודות האפס שלה. כדי לשמור על מבנה הפרבולה כך שתעבור בדיוק בנקודות החדשות, חייבים לעדכן את פרמטר b . אם לא נשנה את הפרמטר b האספקה לא תנחת ביעד המבוקש. כי המרחק מנקודת השיגור -2 ל $x = 14$ גדל.

המשימה הושלמה



המתמטיקה היא כלי לבניית עולם בטוח יותר.

הנדסה | רפואה | תעופה | טכנולוגיה