`

المعلّمون الأعزّاء،

فيما يلي اقتراح للمعلمين لمبنى المهمّة، يتضمّن إرشادات لتنفيذ المهمّة بطريقة الـ **جيكسو**، النقاط المركزيّة للنقاش الإجماليّ وحلولًا تدمج تمثيلات بيانيّة للتّوضيح. يهدف هذا المخطّط إلى تحويل الصف إلى **"غرفة عمليّات (Command Center)** "يعمل فيها الطلاب كمهندسي مهمّة. يُتيح استخدام طريقة الـ جيكسو لكلّ طالب أن يتخصّص في جانب آخر من الدالّة التربيعيّة. وفقط دمج كلّ المعلومات معًا سيُمكّنهم من إنقاذ الناجين. تُشدّد المهمّة على قيم إنسانيّة واجتماعيّة:
المسؤوليّة الشخصيّة والتكافل المُتبادل، العمل الجماعيّ، اتّخاذ قرارات أخلاقيّة في ضمن قيود، حصانة ومرونة فكريّة المرونة، كما هو الحال في العالم الواقعيّ غير الثابت (المتغيّر).

نتمنّى لكم تقودوا مهندسيّ المهمّة نحو إطلاق ناجح، حيث تتحوّل فيه الرياضيّات من مجرّد أداة نظريّة إلى قوّة عمليّة مُنقذة للحياة وتُسهم في بناء عالمًا آمنًا وأكثر قيميّة.

بالنّجاح!☺

إرشادات للمعلّم لتنفيذ المهمّة

يُمكن تطبيق فعاليّة **حملة "مسار الإمداد – مساعدة إنسانيّة "** بواسطة طريقة الـ **جيكسو (Jigsaw)**، في هذه الطريقة، يتحوّل كلّ طالب إلى "مُختص" في موضوع مُحدّد، ومن ثم يعود إلى مجموعته الأم ليُعلّم زملاءه، ونجاح المهمّة كاملةً يتعلّق بمدى تعاوُن الجميع.

فيما يلي اقتراح لمبنى الفعاليّة للمعلّمين:

🏢مبنى فعاليّة جيكسو: "مهندسو غرفة العمليّات"

1. **تقسيم إلى مجموعات أم (طواقم مَهَمّة)**

تتكوّن كّل مجموعة من 4 طلاب. تحصل المجموعة على الخلفيّة العامة للمهمّة:

عليهم تخطيط مسار إطلاق على شكل قطع مكافئ لإنقاذ ناجين على جزيرة معزولة.

2. **الانتقال إلى مجموعات خبراء**

يتم إرسال كلّ عضو من المجموعة الأم إلى طاولة "خبراء" مختلفة، بهدف بحث ودراسة جانب رياضيّ مختلف من المسألة.

- مُختص 1: تحديد الأخطاء وتصحيحها (طاقم 1 في الأصل)
- مُختص 2: الحلول المُثلى والمجالات (طاقم 2 في الأصل)

- مُختص 3: الأمن الجويّ ونقطة الرأس (طاقم 3 في الأصل)
- مُختص 4: منطقيّة الحلّ (اللوجستيّة) والإزاحات الأفقيّة (طاقم 4 في الأصل)

3. مرحلة التعلّم المتبادل (العودة إلى المجموعات الأم)

يعود المختصّون إلى المجموعات الأم، الآن، عليهم معاً صياغة "تقرير المصادقة النهائيّ".

- يُعلّم كلّ مُختص أعضاء مجموعتِه المبدأ (الشيء) الذي تعلّمه.
- معاً، يقوم أعضاء المجموعة ببناء الدالّة التربيعيّة النهائيّة $g(x)$ التي تُلبّي جميع الشروط:

  البداية في $(-2,0)$، الهبوط في $(14,0)$ وارتفاع أقل من 40 كم.

4. مردود وتلخيص

تُجيب المجموعة معًا على أسئلة النقاش الواردة في الصفحة التالية.

نقاش ختاميّ (مُلخِّص) – غرفة العمليّات

في نهاية العمل، أجروا نقاشًا ضمن المجموعات:

1.المسار، الرياضيّات والمسؤوليّة

كيف يُحدّد الحساب الرياضيّ الدقيق نجاح أو فشل بمهمّة مُنقذة للحياة؟

- ماذا قد يحدث إذا أخطأنا في بارامتر واحد فقط؟
- هل "صحيح بالتقريب" كافٍ بأوضاع كهذه؟

2.النقاط الصفريّة: إصابة الهدف أم تحطُّم (اصطدام)

حلّ المعادلة $y = 0$ يُمثّل في الواقع نقطة الهدف أم نقطة تحطُّم (اصطدام).

- كيف يُمكن لتغيير بسيط في الدالّة أن يُغيّر معنى الحلّ؟
- لماذا من المهم فهم السياق، وليس فقط "حلّ معادلة"؟

3.البارامتر a :القوّة والسلامة (الأمان)

ماذا تعلّمنا عن دور البارامتر a في مسار الإطلاق؟

كيف يؤثّر على:

- أقصى ارتفاع.
- اِتجاه فتح القطع المكافئ.
- لماذا يُعدّ a بارمترًا حاسمًا في معايير السلامة؟

4.يوجد أكثر من حلّ واحد "صحيح". **رأينا أنّه يمكن إصابة الهدف نفسه عبر مسارات مختلفة.**

- كيف ينعكس هذا من خلال التمثيل البيانيّ؟
- هل تُعطي الرياضيّات دائمًا حلًا واحدًا؟

5.تغيير المسار دون تغيير الهدف

ما هي التغييرات في الدالّة التي تُغيّر شكل المسار، لكنها تُحافظ على نقطتَي الإطلاق والهبوط؟

- ماذا يحدث في الإزاحة العاموديّة؟
- ماذا يُعلّمنا ذلك عن التحكّم في البارامترات؟

6.الخط البيانيّ كـ"لغة"

كيف ساعدنا الخط البيانيّ على فهم المشكلة بشكل أسرع من الاعتماد على صيغة جبريّة فقط؟

- ما هي القرارات التي اتخذتموها بناءً على النظر (التمعُّن) في الخط البيانيّ فقط؟
- متى "يتكلّم \يُعبّر" الخط البياني أكثر من الجبر؟

7.سؤال شخصيّ أو جماعيّ

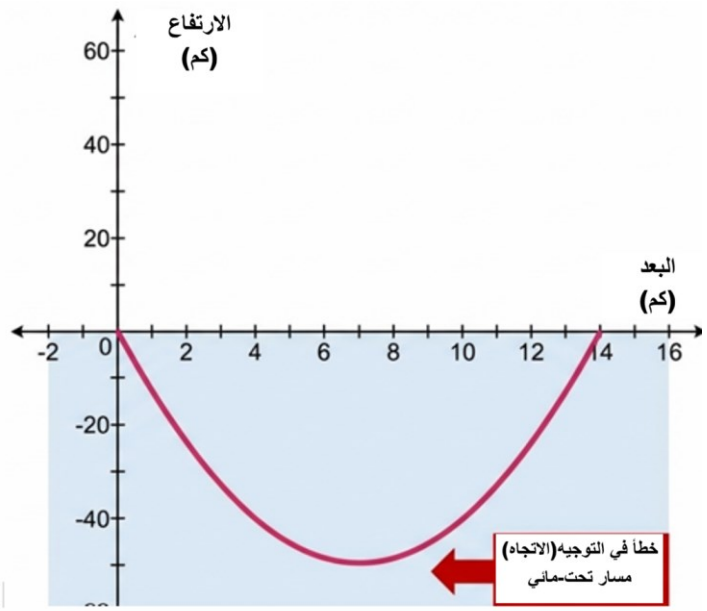
ما هو أهمّ شيء تعلّمتَه/تعلّمتُموه اليوم عن الرياضيّات، الذي لا يقتصر فقط على العمليّات الحسابيّة؟

حلول المهمّة

الفريق 1 – "المُطلِق العكسيّ"

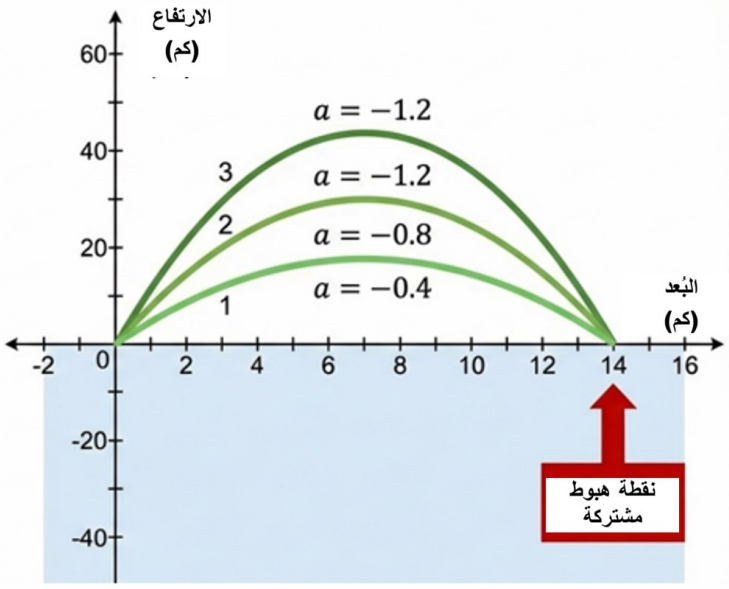
1. **الدالّة**: $f(x) = x^2 - 14x$ الهدف 14 كم.

وصف (تمثيل) بيانّي:



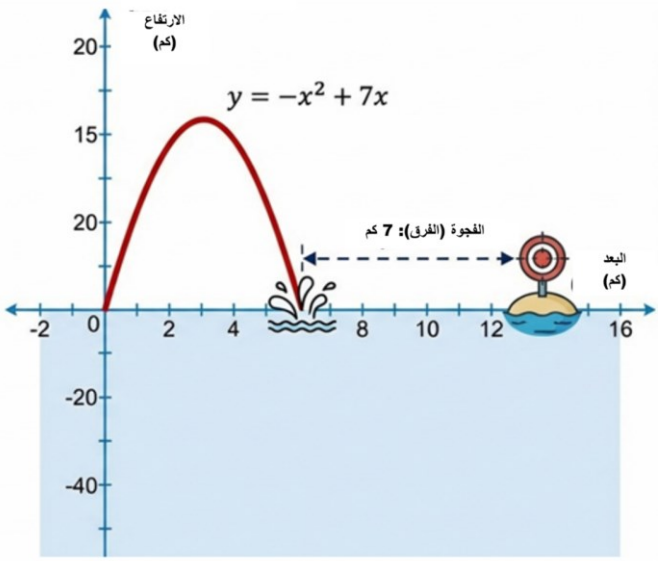
2. **تصحيح الكود**: $f(x) = -x^2 + 14x$

3. **سميّة محقّة** –هناك عدد لا نهائيّ من الامكانيّات لإصابة النقطة $x = 14$، $a \cdot f(x)$ عندما $a > 0$



الفريق 2 - معايرة المسافات وتحسين الأداء (الأداء الأمثل-الأفضل)

1. $x = 7$، ستهبط الإمدادات في البحر.



2. **بروتوكول(مَحضَر) 1**: $2 \cdot f(x)$ سنحصل على $g(x) = -2x^2 + 14x$,
النقاط الصفريّة $x = 7, x = 0$ **غير مُلائمة**.

بروتوكول(مَحضَر) 2: عند ضرب b بـ 2 سنحصل على $g(x) = -x^2 + 14x$

النقاط الصفريّة $x = 14\,, x = 0$ **ملائمة**.

بروتوكول(مَحضَر) 3: عند ضرب a بـ 2 سنحصل على $g(x) = -2x^2 + 7x$

النقاط الصفريّة $x = 3.5\,, x = 0$ **غير مُلائمة**.

3. **لبنى على حقّ**. $\boldsymbol{a \cdot f(x)}$ عندما $\boldsymbol{a > 0}$. النقاط الصفريّة تُحدّد نقاط الانطلاق والهبوط، ولكن التغيير في العامل المضروب في البارامتر $\boldsymbol{a}$ يُمكن أن يُحدّد مسارات أعلى أو أدنى، وكلّها تهبط في نفس البعد.

⚠الفريق 3: عبور العوائق والسلامة

المرحلة أ: تقييم المخاطر

1.**حساب الارتفاع الأقصى:** إيجاد رأس القطع المكافئ: $x = 7$ وتعويضه في الدالّة،

يُعطي ارتفاع القطع المكافئ: $y =$ 49 كم

2. المسار غير آمن: إنّه يتجاوز الحد المسموح به بمقدار 9 كم.

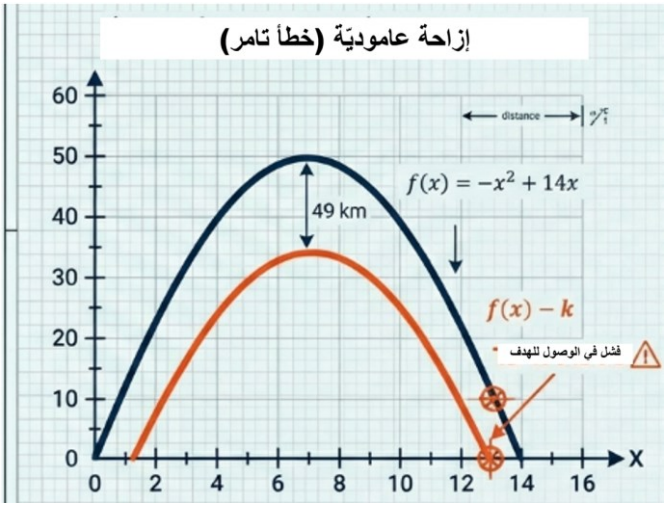
3. الإمدادات لن تصل إلى الهدف. ستتوقّف الأنظمة عن العمل بمجرد تجاوز الطرد الارتفاع 40 كم، وسوف تتحطّم في البحر قبل وقت طويل من وصولها إلى نقطة الهبوط المخطّط لها.

4.فريدة على حقّ.

البرهان: لنفترض أنّنا قمنا بإزاحة عاموديّة إلى الأسفل بمقدار 10 وحدات $(k = -10)$ لخفض القمّة من 49 كم إلى 39 كم.

نجد النقاط الصفريّة باستخدام قانون الجذور: $g(x) = -x^2 + 14x - 10$

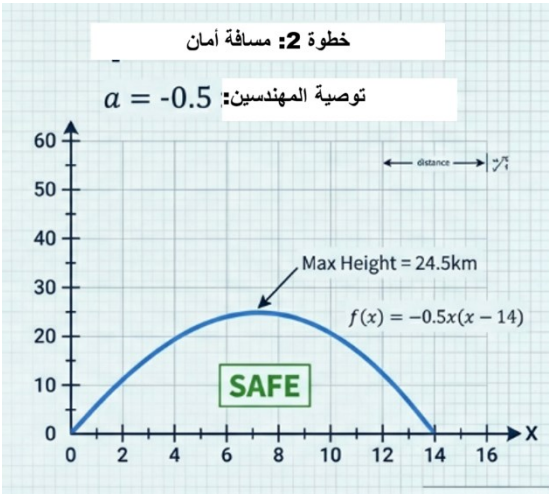
الاستنتاج :الإمدادات ستهبط عند 13.25 كم بدلاً من 14 كم. ستُخطئ الهدف وستسقط قبل الوصول للجزيرة بـ 750 مترًا في البحر.



🛠 المرحلة ب: إعادة المعايرة

1. **إيجاد البارامتر الحاسم:** التعويض $y = 40$، $x = 7$ $\quad 40 = \ a \cdot (-7^2 + \ 14 \cdot 7)$

$$a = \frac{40}{49}$$



2. **تحديد نطاق السلامة:**

1. يوصي كبار المهندسين بـ $a \ = \ -0.5$.

$$f(7) = \ -0.5 \cdot (7^2 \ - \ 14 \cdot 7) = 24.5$$

$24.5 < 40$ لذلك المسار آمن.

2. إيجاد النقاط الصفريّة في الدالّة

$$f(x) = \ -0.5(x^2 \ - \ 14x)$$

النقاط الصفريّة $x = 14$ ، $x = 0$

ولذلك، ستَهبط عند $x =$ 14كم.

🚀 المرحلة ج: التلخيص والموافقة على الإطلاق

كلّ قيمة لـ a التي تُحقّق الشرط $0 < a < \frac{40}{49}$ في الدالّة $f(x) = \ a(-x^2 + \ 14x)$

ستُعطي إجابة صحيحة.

الفريق 4: منطقيّة الحلّ (اللوجستيّة) وموقع المنصة

مرحلة 1: تحديد الموقع وفحص الأنظمة

1. إيجاد نقطة الإطلاق: من حلّ المعادلة $-(x+2)^2+14(x+2)=0$

نحصل على $x=12$ ، $x=-2$ ولذلك نقطة الإطلاق هي (0 , 2-)

2. نعم، $x=-2$ يتلاءم مع التقرير.

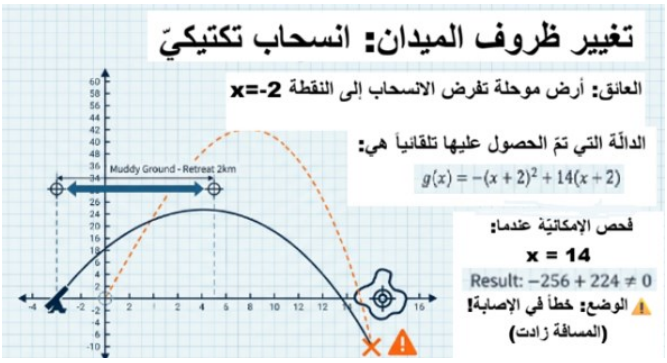
3. نقطة الهبوط $x=12$.

المرحلة 2: تحليل المسافة الإجماليّة

1. المسافة بين نقطة الإطلاق $(x=-2)$ ونقطة الهبوط $(x=12)$ هي 14 كم.

2. المسافة الكليّة التي تقطعها الإمدادات **لم تتغيّر**، فقد بقيت 14 كم.

الجزء 3: تقييم المَهمّة – هل أصبنا الهدف؟



1.الإمدادات لن تهبط في الجزيرة .

سوف تهبط في البحر، على بُعد 2 كم قبل الجزيرة.

2.البُعد من نقطة الإطلاق x = -2 إلى الجزيرة x=14 هو 16 كم.

3.يجب استبدال الرقم 14 بالرقم 16 في الدالّة:

$$g(x)=-(x+2)^2+16(x+2)$$

المهمّة الختاميّة لجميع المجموعات: "المصادقة النهائيّة على الإطلاق" والإطلاق الأخير

كلّ دالّة من الصورة:

$$g(x) = -a[(x+2)^2 - 16(x+2)]$$

والتي تُحقّق $0 < a < \frac{5}{8}$

التحقّق من السلامة والمجال

1.إيجاد قيمة x لنقطة الرأس: $x_k = 6$

2.إيجاد قيمة y لنقطة الرأس: $y_k = 64a$

3.نعم، عن طريق إيجاد النقاط الصفريّة وهي: (0, 2-) و (0 , 14)

إجراء المردود

1. الإزاحة العاموديّة (إضافة k سالب للدالّة)، على الرغم من أنّها تخفض المسار، إلا أنها تغيّر النقاط الصفريّة. في مثل هذه الحالة، كانت الإمدادات ستخطئ الجزيرة وستهبط في نقطة مختلفة عن النقطة $x = 14$.

تغيير البارامتر a (ضرب كلّ الدالّة) يسمح لنا بتغيير ارتفاع القطع المكافئ دون تغيير نقاطها الصفريّة.

لكي نحافظ على مبنى القطع المكافئ بحيث يمر بالضبط عبر النقاط الجديدة، يجب تحديث البارامتر b. إذا لم نقم بتغيير البارامتر b فلن تهبط الإمدادات في الهدف المنشود؛ لأن البعد من نقطة الإطلاق $x = -2$ حتى $x = 14$ سيزداد.