

קפ"ף

קפיצה לאוהב

מתמטיקה לחטיבת הביניים

פתח דבר

להוראת המתמטיקה בחטיבת הביניים גישות שונות הנגזרות משוני במטרות, בהשקפות עולם, בתיאוריות למידה, במבנה בית הספר, ולא פחות חשוב - מצרכים וסדרי עדיפויות של המערכות החינוכיות. לכן, קביעות והצעות ביחס לארגון הקבוצה הלומדת, דרכי העבודה, ההדגשים, והחומרים צריכים להיבנות ולהיבדק ביחס לקריטריונים אלו.

לפני כחמש עשרה שנים, החליט משרד החינוך והתרבות על ביטול ההקבצות במתמטיקה וכאלטרנטיבה המליץ על הוראת מתמטיקה בכיתה הטרוגנית, לפחות בשלבים הראשונים של חטיבת הביניים. החלטה זו חייבה תמיכה במורים למתמטיקה על ידי פיתוח תוכניות לימודים, דרכי הוראה, דרכי ארגון הכיתה, ודרכי הערכה, בקרה ומשוב מתאימים.

בשנים האחרונות, התעורר ספק בקרב חלק מהעוסקים בחינוך מתמטי ובקרב מובילי המדיניות החינוכית ברמותיה השונות, אם אכן לימוד המתמטיקה בכיתה הטרוגנית בחטיבת הביניים, במתכונת שהתגבשה בחטיבות הביניים הישראליות, ובאמצעים העומדים לרשותן, אכן מקדם את המטרות לשמן הומלץ. עקב כך החליט האגף לחינוך על יסודי במשרד החינוך והתרבות, לחזור ולבדוק מתכונת אירגונית ולימודית זו. במהלך הבדיקה אותרו שתי אוכלוסיות שהמערך הקיים איננו עונה על צרכיהן. שתי האוכלוסיות הן אוכלוסיות "הקצה" - האחת כוללת את התלמידים המוכשרים ביותר ללימוד מתמטיקה, שיש להם יכולת ומוטיבציה להשקיע בלימודי העשרה במתמטיקה מעל ומעבר למה שניתן לחשוף אוכלוסייה רגילה של חטיבת הביניים. האוכלוסייה השניה כוללת את התלמידים המתקשים בלימוד מתמטיקה, הנאבקים על הישגים מינימליים במקצוע זה, אבל יחד עם זאת אין ספק שבהינתן טיפול דידיקטי

מתאים יוכלו רובם לעמוד בדרישות חטיבת הביניים והחטיבה העליונה, ברמה של 3 יחידות (לפחות), ולעומת זאת ב"אי-טיפול" הם יכשלו כבר בשלב חטיבת הביניים ולא יגיעו, לא למיצוי יכולתם ולא להישגים שיאפשרו את השתלבותם בחטיבה העליונה.

ספרי קפיצה לגובה (קפ"ל) פותחו על מנת לענות על הצרכים של אוכלוסיית קצה זו – תלמידי הקצה החלש – תלמידי מיצוי, לקדם את ההישגים שלהם במתמטיקה תוך העלאת המוטיבציה והדימוי העצמי.

הספר בנוי על:

התרכזות בחומר גרעיני (IMK);

למידה מרווחת;

דוגמאות פרדיגמטיות;

פעילויות מאתגרות ברמת חשיפה;

סגירת פערים;

תרגול ספיראלי;

הימנעות מתרגול יתר ולמידת יתר;

התחשבות בטווח הקשב והריכוז של התלמידים;

שזירת פעילויות של נחזור ונתרגל (תרגול אינטגרטיבי).

בנוסף לחומר הכתוב, התוכנית וההדרכה מוסיפות התייחסות ל:

תחושת הצלחה;

תחושת הישג;

מבחני הצלחה;

משובים בטווח קצר;

עזרה בארגון הקבוצה הלומדת;

הצפה של הלמידה סמויה;

תפקיד ההמללה בתהליך הלמידה.

עקרונות ארגון החומר הלימודי ועקרונות דידקטיים

רקע

ברצוננו להדגיש שכתובת ספר לימוד, בשונה מפרויקט מחקר, כפוף לאילוצים מעשיים רבים. כגון, תוכנית לימודים לא גמישה אך מחייבת, חלוקה מחייבת של התוכנית לנושאים ולתתי נושאים, לוח זמנים מוכתב, מבחנים חיצוניים, ועוד. אי לכך הצגת רציונל לספר לימוד איננה דומה להצגת רציונל לפרויקט מחקר. כתוצאה מכך ההצגה במסמך זה מהלכת בין עקרונות תיאורטיים לבין היישום הממותן שלהם בספר.

על מנת להתמודד עם המטרה של כתיבת ספר לימוד לאוכלוסיית היעד של התלמידים המשתמשים בספרי קפ"ל פעלנו במספר ערוצים:

א. ברמת החומר הלימודי

(1) זיהינו את המושגים והמיומנויות מתוך תוכנית הלימודים לכיתות ז'-ט' שהם קריטיים ללימודי המתמטיקה בהמשך. כלומר, הגדרנו וניתחנו את אותם החלקים בתוכנית לחטיבת הביניים שבלעדיהם אין לתלמידים אפשרות להשתלב בלימודי המתמטיקה בחטיבה העליונה מתוך מטרה להבטיח את למידתם.

(2) זיהינו את המושגים והמיומנויות מתוך תוכנית הלימודים לבית הספר היסודי שהם קריטיים ללימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים ובהמשך. ניתחנו את תוכנית הלימודים לבית הספר היסודי במטרה לאתר את החלקים בתוכנית שבלעדיהם אין אפשרות להשתלב בלימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה.

(3) הגדרנו מושגים ומיומנויות שאינם בתוכנית הלימודים הרשמית אך יש בהם כדי לתמוך בלימודי המתמטיקה בהמשך ולקדם אותם. לעיתים ישנו ידע מתמטי שתלמידים נורמטיביים רוכשים גם אם ידע זה איננו מהווה חלק רשמי של תוכנית הלימודים (נקרא לעיתים, תוכנית הלימודים הסמויה). לאוכלוסיית היעד של תוכנית קפ"ל יש, לא פעם, להפוך תוכנית סמויה זו לתוכנית מפורשת.

(4) הגדרנו וניתחנו את המושגים והמיומנויות המבטיחים עמידה בדרישות שאלון 801 במתמטיקה מתוך מטרה לבנות את היסודות לידיע זה כבר בשלב חטיבת הביניים.

ב. ברמת העקרונות הדידקטיים

התוכנית מונחת על ידי מספר עקרונות דידקטיים מרכזיים:

(1) IMK (Indispensable Mathematical Knowledge)

בתוכנית הלימודים ישנם נושאים ומושגים שידיעתם היא תנאי הכרחי ליכולת ללמוד מתמטיקה בהמשך (בהמשך השנה, בשנה העוקבת, בחטיבה העליונה וכן הלאה). תלמידים שלא יגיעו לשליטה טובה והבנה בנושאים אלו לא יוכלו ללמוד בהצלחה בשנים הבאות (להלן, נושאים גרעיניים). ישנם נושאים ומושגים שהם אמנם חלק מתוכנית הלימודים אבל למרות זאת אי ידיעתם או ידיעה חלקית שלהם לא תפגע ביכולת של התלמידים ללמוד בשנים העוקבות (להלן, נושאים היקפיים). ישנה חשיבות ראשונה במעלה להבחנה בין שתי קבוצות אלו של נושאים. החשיבות נובעת מכמה וכמה סיבות שהמרכזיות ביניהן הן: 1) מגבלות הזמן – הזמן הכולל ללמידה מוקצב ונתון מראש על ידי מערכת החינוך. הסבירות שתלמידים מתקשים יכולים ללמוד את החומר המצופה במסגרת הזמן המוקצב (גם במקרה שדרך ההקניה מותאמת להם) נמוכה מאוד. לכן, יש להחליט "על חשבון" אילו מהנושאים נקדיש יותר זמן לנושא "שאינו לוותר עליו" (נושא גרעיני); 2) הידע הדידקטי – לא לכל הנושאים הכלולים בתוכנית, גם אם הם נושאי גרעין, יש מענה דידקטי המתאים לאפיונים של התלמידים המתקשים. באם נושא מסוג זה הוא נושא היקפי יהיה לנו קל יותר להחליט ללמד אותו בצורה חלקית, לבנות מעליו "גשר", או אולי אפילו לוותר עליו. לעומת זאת, אם נושא הוא נושא גרעין נעשה כל מאמץ דידקטי ואירגוני להקנותו. ייתכן ונמצא דרכים "עוקפות" קושי, ייתכן שנחזור ונלמד אותו מספר פעמים לאורך שנות הלימוד, ייתכן שנלמד חלקים ממנו לסירוגין לאורך השנה ועוד.

ברצוננו להדגיש שמיפוי התוכנית וההחלטה אילו מהנושאים הם נושאים גרעיניים ואילו לא, היא ההחלטה המקצועית המרכזית שיש לקבל. מהחלטה זו נגזר ספר הלימוד ותוכנית התערבות.

אין לחשוב כי חומר גרעיני הוא תמיד "נושא מרכזי וכבד". חומר גרעיני יכול להיות מושג "צדדי" שהרבה מהתלמידים קולטים, מבינים, ומיישמים ללא הדרכה מיוחדת בעוד שתלמידים מתקשים, ללא למידה ישירה וממוקדת של המושג, "יישאו מאחור" ויתחילו לפתוח פערים. חומר גרעיני יכול להיות דרך

סימון מתמטית פורמאלית (נוטציה) המעוררת הרבה פעמים קשיים ואם לא נמצא דרך להקנותה, ואין אפשרות להימנע מלהשתמש בה הרי שחובתנו למצוא דרך דידקטית להפוך אותה "לקריאה" ומשמעותית. חומר גרעיני יכול להיות דרך התנסחות, ועוד.

באם ההחלטה המקצועית היא שנושא מסוים הוא נושא גרעיני יש למצוא את הדרך הדידקטית להקנותו.

(2) למידה מרווחת (Spacing Effect; Distributed Learning)

שאלה חשובה ומרכזית בתהליך הלמידה היא כיצד ניתן לשמר לאורך זמן חומר שנלמד. שאלה זו מקבלת משנה חשיבות בעבודה עם תלמידים מתקשים שאחד האפיונים שלהם הוא, לעיתים קרובות, חולשה בזיכרון. גרוס-צור (2004) מסכמות את הקשר בין למידה וזיכרון כך: "זיכרון מתייחס לידע המאוחסן במוחנו ולתהליכי הרכישה, האחסון, והשליפה של מידע זה. הזיכרון הינו התפקוד הבסיסי והחשוב ביותר של מוחנו כאשר תפקודים כגון שפה, זיהוי, תכנון, פתרון בעיות ויצירתיות יעילים רק בנוכחות זיכרון תקין. למידה הינה שינוי יחסית קבוע בביצוע הנובע מהתנסות, ומכאן כמובן שאין למידה תקינה ללא זיכרון תקין. ... כל למידה מתרחשת ומתבססת על הידע המאוחסן בחלקי המוח השונים, כל למידה קשורה לתהליכי זיכרון ומתרחשת במוח" (גרוס-צור, 2004).

תוצאות המחקר מעידות כי אסטרטגיית למידה הבנויה על ריווח, יעילה יותר ומביאה לזכירה לאורך זמן גדול יותר, בעוד שלמידה דחוסה ולמידת יתר הינן בבחינת "בזבוז זמן". חשיפה חוזרת ככל הנראה חיונית ללמידה ארוכת טווח. בהקשר של חומר לימוד מתמטי, ממצאים אלו מטרידים במיוחד שכן ספרי לימוד רבים במתמטיקה מתבססים על פורמט שמעודד גם למידת יתר וגם תרגול מרוכז. בספרי לימוד אלה, אפשר לומר, שכל הבעיות בנושא מסוים מופיעות במטלה שמגיעה מייד אחרי הקניית הנושא. פורמט זה מדגיש תרגול מרוכז כיוון שבעיות בנושא מסוים כמעט אף פעם לא מופיעות במטלות הניתנות מאוחר יותר במהלך השנה. בשינוי קל למדי של הפורמט, מבלי להגדיל את מספר התרגילים והפעילויות, ניתן ליצור פורמט שמצמצם את הלמידה הדחוסה ומדגיש תרגול מרווח. בפורמט זה לאחר כל שיעור יש את

המספר הרגיל של בעיות לתרגול, אלא שרק חלק מהן תהיינה קשורות ישירות לשיעור שנלמד זה עתה. הבעיות האחרות תתייחסנה לנושאים שנלמדו קודם לכן. אותן בעיות ששייכות לשיעור שאך זה עתה נלמד, ולא נכללו במקבץ הלימוד הראשון תינתנה במקבצי התרגול הבאים בסמוך לתרגול של נושאים אחרים. שיטה זו מעודדת את התרגול המרווח במתמטיקה שכפי שהראו המחקרים הוא יעיל יותר ומסייע לתלמידים לזכור לאורך זמן את החומר המתמטי.

נסביר בקצרה שני מונחים שהשתמשנו בהם: (1) אפקט הריווח (Spacing effect) – הוא תופעה רחבת היקף בתחום הזיכרון. ניתן לתאר אותה בקירוב כך: אם יש לנו זמן מוקצב ללימוד נושא מסוים, ומנגד איננו להוטים לסיים את הלימוד במהרה, עדיף ליצור מרווחים משמעותיים בין השיעורים ובין התרגולים. במרווחים אלו ניתן ללמד ולתרגל נושא נוסף מתחום המקצוע. באופן זה המידע יוטמע בזיכרון למשך טווח ארוך יותר (Rohrer et al, 2005). (2) למידת יתר – אם פעולת הלימוד בשיעור הצליחה להטמיע מידע חדש ברמה מסוימת בזיכרון, יהיה קושי הולך וגובר לשפר את ההטמעה באותו שיעור עצמו, ועדיף יהיה להשקיע את המאמץ בשיעורים הבאים.

בבסיס הלמידה המרווחת ולמידת היתר, מונח הרעיון שככל שהריווח גדול יותר, הלומד מתקשה יותר לאחזר את הפריט ולכן יוצר בזיכרון קידוד מחודש של הפריט הנלמד, קידוד שונה באופן כזה או אחר מהקידוד שנוצר בפעם הקודמת. הצטברות של קידודים שונים מעבה את ההטמעה של הפריט בזיכרון, ויוצרת דרכי גישה רבות יותר אל המידע שבזיכרון (Greene, 1989). לרעיון זה קוראים "הגיוון בקידוד" (Encoding variability).

תיאוריית "החסך בקידוד" היא אותה הגברת בשינוי אדרת: היא מתמקדת באי היעילות של הקידוד בעת למידה דחוסה או למידת יתר. לפי תיאוריה זו, מכיוון שהפריט נמצא עדיין בזיכרון העבודה של הלומד, באופן לא רצוני הוא אינו מקדיש לו תשומת לב לצורך קידודו בזיכרון עם הופעתו המידית בשנית.

לפי תיאוריות אלו "אפקט הריווח" תלוי באופן הלימוד בלבד, באופן שבו הלומד מעבד ומקדד את הפריט: בשיעור הראשון הוא לא יקדד שוב את הפריט כי אין לו צורך בזה, ולכן למידה דחוסה יעילה פחות. לכאורה אם נצליח להטיל על

הלומד מאמץ נוסף לעיבוד ולקידוד הפריט במהלך אותו שיעור עצמו, נוכל לקבל תחליף לאפקט הריווח. למשל, אם נשאל שאלות שונות על אותו פריט, או אם ניתן משימות שונות באופיין ביחס לאותו פריט במהלך שיעור אחד.

(3) מגבלות התרגול הרוטיני

בהרבה מהגישות להוראת תלמידים מתקשים יש נטייה להדגיש לימוד דרך תרגול רוטיני.

השימוש בתרגול טכני מונחה על ידי התפיסה של:

- "לפחות ידעו איך לעשות";
- תרגול מרובה יביא לעיגון החומר הנלמד בזיכרון.
- גישה זו איננה לוקחת בחשבון את מגבלות זיכרון העבודה והזיכרון לטווח ארוך של התלמידים.
- תרגול טכני מניח זיכרון עבודה תקין
- מניח קצב פתרון נורמטיבי
- מניח הכללה המבוססת על "זכירת" שרשרת תרגילים שבוצעה
- מניח העברת הסכמה המוכללת לזיכרון לטווח ארוך

למידה טכנית ותרגול, כשיטה לאחסון מידע בזיכרון לטווח ארוך, הם רק לעיתים רחוקות יעילות אצל תלמידים מתקשים למרות שבהרבה מקרים ספרי לימוד ומורים נוטים להאמין בהם. אותה כמות של תרגול, אילו הייתה מוגשת בפורמט של למידה מרווחת ההישגים והזיכרון לטווח ארוך היו משתפרים באופן משמעותי (S. Chinn, R. Ashcorff) סיבה נוספת למגבלות התרגול המרובה היא טווח הקשב והריכוז (Sustained attention) של התלמידים. עיסוק ממושך באותו סוג של פעילות מבוסס על היכולת לכוון ולרכז את הפעילות הקוגניטיבית בגירוי ספציפי למשך הזמן הדרוש. לתלמידים מתקשים משך הזמן בו הם יכולים לכוון את הפעילות הקוגניטיבית על מטלות מאותו הסוג חייב להילקח בחשבון.

הוראה של תלמידים מתקשים נבנית הרבה פעמים על הגישה שמתמטיקה היא מקצוע היררכי הנבנה נדבך על גבי נדבך ולכן אין לעבור למושגים או מיומנויות מתקדמות אם לא הושגה שליטה במיומנויות בסיס קודמות. בעוד שלפי הגישה התיאורטית רק:

ויתור על "רשימת" מיומנויות אקדמיות מקדימות כתנאי ללימוד והשתתפות בפעילויות מתקדמות ובפעילויות מסדר גבוה ייתן סיכוי לשינוי משמעותי. הטענה היא שפריצת דרך מתרחשת רק כאשר:

- יש נכונות לוותר על רשימה של מיומנויות אקדמיות מקדימות
- יש היתר להשתתף בפעילויות מדרג גבוה
- ישנה הכרה בכך שיש תלמידים לא מעטים שיש אצלם פער גדול בין הקשיים במיומנויות יסוד לבין היכולת שלהם לחשוב.

הדרישה לשליטה במיומנויות יסוד כתנאי להתקדמות לשלבים הבאים לא לוקחת בחשבון שלחלק מהתלמידים "שליטה במיומנויות יסוד" קשה יותר מלימוד והבנה של נושאים הנחשבים מתקדמים יותר. זכירה של לוח הכפל או זכירת החוקים של פעולות החשבון במספרים שליליים, קשים יותר לחלקם מאשר פתרון משוואות או נושאים מסוימים בגיאומטריה.

יש להכיר בכך שלמרבית התלמידים המתקשים זכירת פרוצדורות משמעותיות, קלה יותר מזכירת עובדות (פרוצדורות לא משמעותיות דינן כעובדות) ולכן יש ללמד אותם פרוצדורות המשמעותיות עבורם. חלק ממיומנויות היסוד ששליטה בהם איננה חומר גרעיני, ניתן לעקוף. עקיפת פערים במיומנויות בסיס יכולה להיעשות, למשל, על ידי שימוש במחשבון.

(5) רמת חשיפה לעומת רמת ביצוע

אצל כל לומד, יש פער בין היכולת שלו להפיק תועלת מחשיפה לחומר לימודי לבין יכולת השליטה שלו בחומר זה (למשל, ברמת היבחות). דבר זה בולט באופן מיוחד במקצועות בהם הלומד חלש יותר. אדם

יכול, הרבה פעמים, להיות חשוף לשיחה בשפה זרה ברמה גבוהה משמעותית מזו שהוא עצמו מסוגל לדבר בשפה זו. אדם יכול לעקוב אחרי פעילות מתמטית שהוא עצמו, ביכולתו הוא, לא יכול היה לפתח אך למרות זאת הוא יכול להפיק תועלת מהמעקב אחרי הפעילות המתמטית כאשר היא מוצגת בפניו. הדבר נכון לתחומים לימודיים ולא לימודיים רבים נוספים.

המסקנה האופרטיבית מטענה זו היא שיש לחשוף את התלמידים המתקשים לפעילויות, ותרגילים, ברמה גבוהה אך ברת הישג, מבלי לצפות שהתלמידים יוכלו לאחר מכן לתפקד בכוחותיהם הם ללא תמיכה (למשל במבחן) בפעילויות ברמה דומה. התלמידים יוצאים נשכרים מחשיפתם לדיונים ולפעילויות ברמה הגבוהה מזו שבה הם יכולים לתפקד באופן עצמאי. הם מרוויחים קוגניטיבית מהפער בין שתי היכולות. אך אין הדבר אומר שעכשיו ניתן לצפות שהם יוכלו להיבחן (למשל), ברמה זו. בחלק לא מבוטל מהמקרים, ספרי לימוד לתלמידים מתקשים מוותרים על הפער החיוני הזה ומציגים בפני הלומדים רק פעילויות ברמה בה הם מצפים מהם להיות מסוגלים לתפקד. במקרה זה יש הנמכה של החומר הלימודי למינימום. או לחילופין, חמור מכך, חושפים את הלומדים לפעילויות ברמה גבוהה מזו בה הם מסוגלים לתפקד עצמאית אך מצפים מהם לאחר מכן להיות מסוגלים להיבחן בפעילויות ברמה זו. אחרת, "בשביל מה הקדשנו לזה זמן".

6) היררכיה מתמטית-דידקטית לעומת היררכיה מתמטית

מטבע הדברים חומר הלימוד במתמטיקה בנוי בתוכנית הלימודים בסדר מסוים. הסדר נקבע על ידי מכלול שיקולים שאחד המרכזיים שבהם הוא היררכיה מתמטית – שברים יילמדו אחרי מספרים חיוביים שלמים, מספרים שליליים אחרי שברים, וכמובן, משוואות אחרי מושג המשתנה ואחרי ביטויים אלגבריים. כינוס איברים דומים ושאר מניפולציות על איברים אלגבריים נלמדים במסגרת הנושא של ביטויים אלגבריים. משוואות נלמדות אחרי נושא זה ובתוך משוואות נלמדות קודם משוואות בהן האיברים האלגבריים (הנעלם) רק באגף אחד ובשלב השני משוואות בהן האיברים האלגבריים בשני האגפים.

הדוגמה של משתנה – ביטוי אלגברי – משוואה, היא דוגמה ברורה שבה הלמידה מתוכננת על פי ההיררכיה המתמטית. מהצד השני, על פי הידוע מספרות המחקר בתחום של המעבר מהחשבון לאלגברה, לתלמידים מתקשים קל יותר, ברור יותר, מובן יותר, וכל זה ללא כל הפסד מושגי, ללמוד את הנושאים בסדר הפוך – מהמשוואה אל המשתנה. דוגמה זו היא דוגמה קלאסית לקונפליקט אליו ישנה התייחסות בעמוד 3, פיסקה ראשונה, של מסמך זה. זו דוגמה לקונפליקט, שלא ניתן לפתרון, בין תוכנית הלימודים וארגון החומר כפי שמוכתבים על ידי המערכת לבין הגישה התיאורטית. תוכנית הלימודים קובעת את סדר הלמידה באופן שאיננו מאפשר שינוי סדר בנושא זה. (מכיוון שבנוסף לסדר בתוכנית הלימודים ישנה חלוקה מחייבת לתת ספרים.) לכן כמובן, בספרי קפ"ל הנושא נלמד בסדר המוכתב על ידי תוכנית הלימודים של משרד החינוך. דוגמה זו היא רק אחת הדוגמאות לכתוב באותה פיסקה 2 בעמוד 3.

(7) יצירת גשרים מעל נקודות קריטיות

כפי שצינו, לא תמיד הזמן העומד לרשות המורה והתלמידים מספיק כדי ללמוד עד כדי שליטה את כל הנושאים. לכן, על נושאים מסוימים שאינם נושאים גרעיניים (IMK) יש ניסיון "לבנות" גשרים. המחשבון הוא אחד האמצעים המאפשרים יצירת גשרים מבלי לפגוע ביכולת ללמוד מתוך הבנה נושאים אחרים. גם מי שזקוק למחשבון כדי לבצע תרגילי כפל מסוימים, או כדי לחסר שני מספרים שליליים יכול ללמוד מתוך הבנה, פתרון משוואות, פונקציות ועוד.