

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מגרף לתכונות ובחזרה¹ - פתרונות

פתיח:

הגרף שלפניכם מתאר את הטמפרטורות שנמדדו בארץ אירופית מסוימת באחד מימי החורף. המדידות נערכו במשך 24 שעות החל מ-10⁰⁰ בבוקר ועד 10⁰⁰ בבוקר שלמחרת.



עיינו בגרף וענו על הסעיפים הבאים:

- באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? **15:00**
- באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? **4:00**
- מהו הפער במעלות (הפרש) בין הטמפרטורה הגבוהה ביותר לטמפרטורה הנמוכה ביותר?
16 מעלות
- מהו קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה מהשעה 15⁰⁰ ועד השעה 19⁰⁰?
2.5 מעלות בשעה
- בין אילו שעות היה קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה הגדול ביותר:
בין השעה 10⁰⁰ ל-15⁰⁰ או בין השעה 6⁰⁰ ל-10⁰⁰ בבוקר שלמחרת? **בין 10:00 ל-15:00**
נמקו את תשובתכם. **ב-5 השעות (10:00-15:00) הייתה עלייה של 7 מעלות, קצת יותר מ-2 מעלות לשעה. בין 6:00 ל-10:00 הייתה עלייה של 3.5 מעלות. קצת פחות ממעלה אחת לשעה.**
- בין אילו שעות הייתה הטמפרטורה במגמת ירידה? **עד 4:00 בבוקר למחרת.**

¹ ליצירת יחידת הלימוד נעשה שימוש בחומרים של "האתגר חמש" – מט"ח ומשרד החינוך, בחוברת "ללמוד וללמד אנליזה" ובמאגר לשלוש יחידות.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הרציונל ליחידת הלימוד:

- היחידה מהווה מבוא לאנליזה, נושא שנילמד בכיתה י'.
- במסגרת היחידה מרחיבים את ההבנה על מושג הפונקציה והמושגים הניליים כמו תחום עליה ותחום ירידה, תחום חיוביות ותחום שליליות.
- במסגרת יחידת הלימוד מובא לידיעת התלמידים שקיימים ייצוגים שונים של הפונקציה והם יכירו פונקציות שלא נחשפו אליהן קודם (כמו קוויות או ריבועיות). המטרה היא שהתלמידים יזהו פונקציות בייצוגים שונים.
- יחידה זו מאפשרת לחזק נושאים בטכניקה אלגברית, כמו פתרון אי שוויונות.

בחלק א' של היחידה (עמ' 31-3) נדון בגרפים של פונקציות רציפות (ניתנות לשרטוט במשיכת קולמוס אחת) ומוגדרות לכל א.

נתמקד בתכונות הבאות:

- א. נקודות חיתוך עם הצירים
- ב. נקודות קיצון
- ג. תחומי עליה וירידה של פונקציות
- ד. תחומי חיוביות ושליליות של פונקציות
- ה. מספר פתרונות למשוואות בעזרת גרף
- ו. שרטוט גרף על פי נתונים
- ז. התאמת חוק אלגברי לפונקציה
- ח. הזזות אנכיות של פונקציות
- ט. הזזות אופקיות של פונקציות

בחלק ב' של היחידה (53-32) נחקר פונקציות דרך הייצוג האלגברי שלהן ומידע נוסף.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

חלק א'

א. נקודות חיתוך עם הצירים



בהינתן גרף של פונקציה, נמצא את נקודת החיתוך עם ציר y ונמצא את נקודות החיתוך עם ציר x . נקודות החיתוך עם ציר x וגם נקודות ההשקה של גרף הפונקציה עם ציר x נקראות **נקודות אפס**.



לדיון:

- האם יכולה להיות יותר מנקודת חיתוך אחת עם ציר y ? **לא תיתכן יותר מנקודת חיתוך אחת עם ציר y כפי לכל ערך בתחום (לכל x) יש ערך אחד שמתאים לו. ולכן עם הערך המותאם הוא y כשלהו לערך $x = 0$ יתאים רק ערך אחד.**

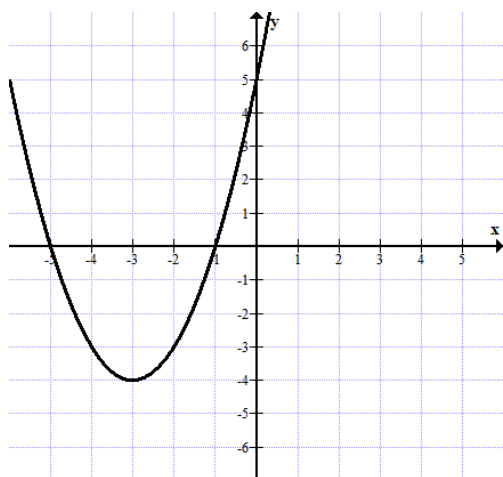
- בהינתן שהפונקציה רציפה, האם יתכן שלא תהיה נקודת חיתוך עם ציר y ? **אם הפונקציה רציפה הרי היא מוגדרת לכל R . אחד מהערכים הוא $x = 0$ והנקודה $(0, y)$ היא אחת הנקודות של הפונקציה.**

- האם חייבות להיות נקודות אפס או נקודות חיתוך עם ציר x ? **גם פונקציה רציפה בתחום R וגם פונקציה שאיננה רציפה יכולות שלא לחתוך את ציר x או לא להשיק לציר x . מכאן שלא חייבות להיות נקודות אפס או נקודות חיתוך עם הציר.**

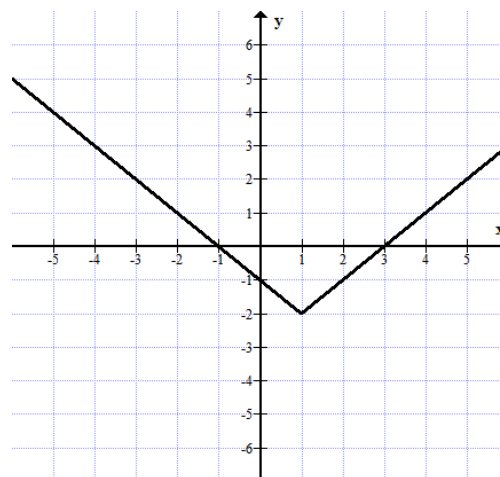
נמקו תשובותיכם.

תרגול:

סמנו ורשמו את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד מהגרפים הבאים:



ב.

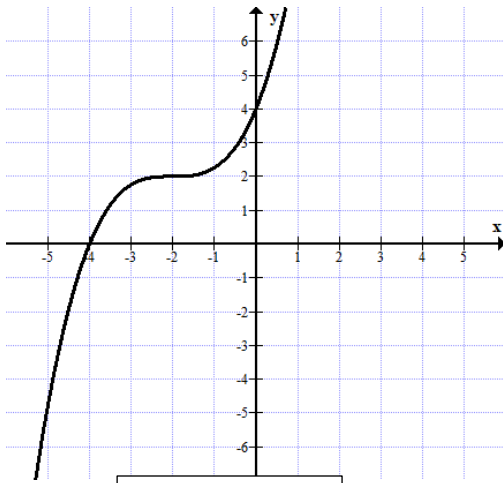


א.

$(0, 5), (-5, 0), (-1, 0)$

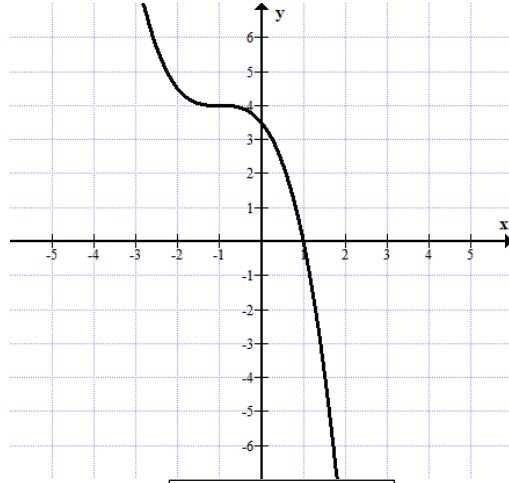
$(0, -1), (-1, 0), (3, 0)$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



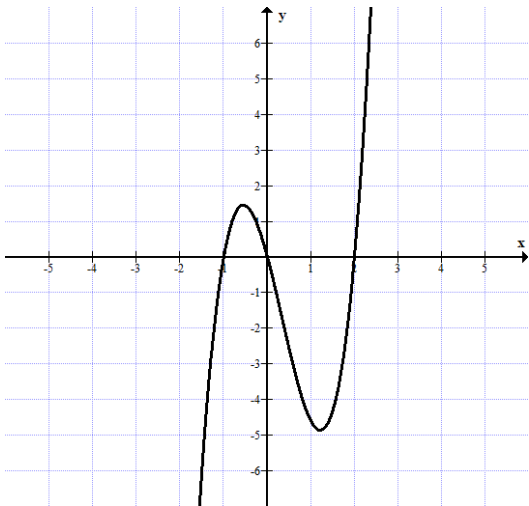
$(0,4), (-4,0)$

.ד



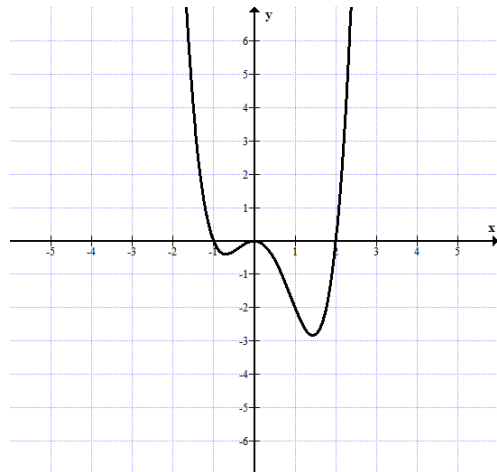
$(0,3.5), (1,0)$

.ג



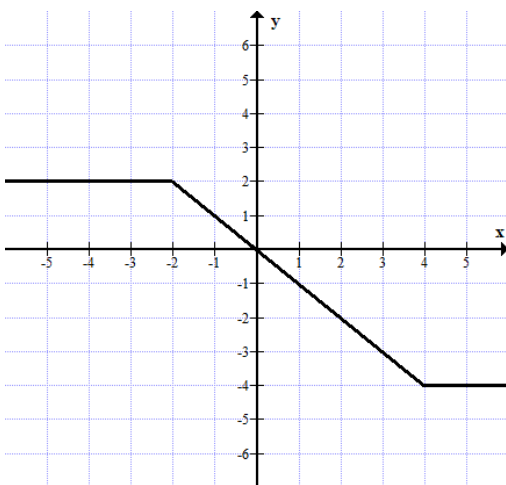
$(0,0), (-1,0), (2,0)$

.ו



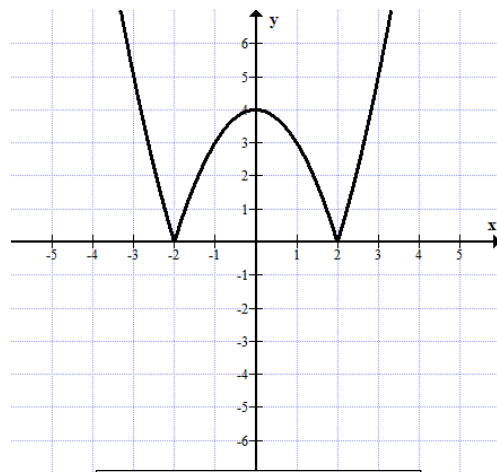
$(0,0), (-1,0), (2,0)$

.ה



$(0,0)$

.ז



$(0,4), (-2,0), (2,0)$

.ח

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ב. נקודות קיצון



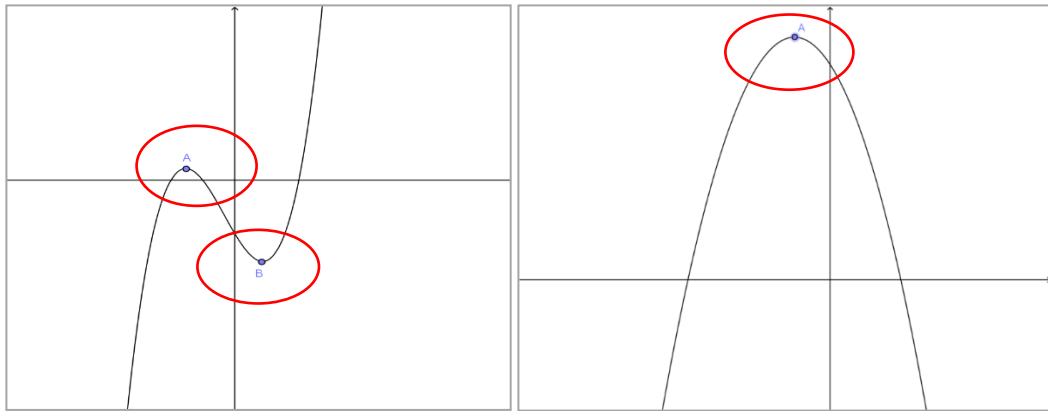
ההגדרה הבאה תקפה לפונקציות שמוגדרות לכל x .

נקודת מקסימום היא הנקודה הכי גבוהה בסביבתה (נקודת מעבר מעליה לירידה) - נקודה A בסרטוט.

נקודת מינימום היא הנקודה הכי נמוכה בסביבתה (נקודת מעבר מירידה לעליה) - נקודה B בסרטוט.

נקודות קיצון הוא שם כולל לנקודות מקסימום ומינימום.

ביחידה נעסוק בפונקציות כאלה שבהן נקודת המינימום או המקסימום מאפיינות מעבר מירידה לעליה או מעליה לירידה.



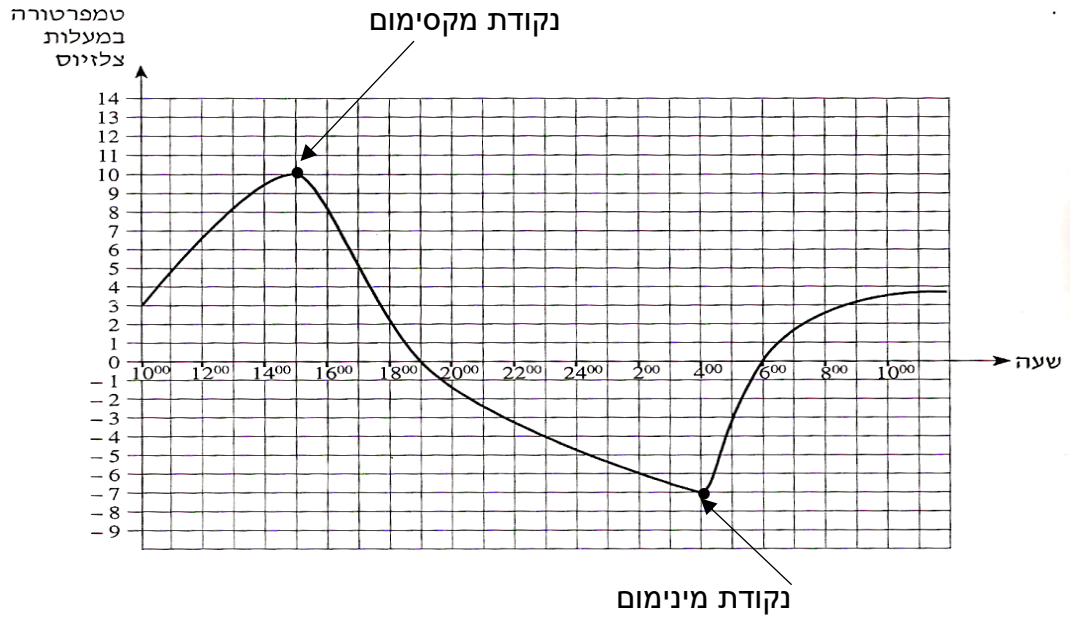
לדיון:

- לפונקציה יכולה להיות נקודת מקסימום מקומי או נקודת מינימום מקומי כי הערך של פונקציה אינו בהכרח מקסימלי/מינימלי בכל התחום שלה אלא רק בסביבה של נקודה מסוימת. השוו בין גרף הפונקציה שלמעלה בצד ימין לזה שבצד שמאל. בגרף מימין נקודת הקיצון היא מקסימלית, הערך של כל נקודה אחרת נמוך מהערך של הנקודה המקסימלית, בגרף משמאל יש נקודת מקסימום מקומית, יש ערכים על גרף הפונקציה שגבוהים מהערך של הנקודה המקסימלית וכנ"ל לגבי הנקודה המינימלית.

- האם יתכן שלפונקציה לא תהיה נקודת מינימום או מקסימום? יתכן שלפונקציה לא תהיה נקודת מינימום או מקסימום למשל פונקציה קווית עולה או יורדת ולא רק פונקציה קווית. לכל פונקציה שהיא עולה בלבד, יורדת בלבד או קבועה בלבד, אין נקודות קיצון.

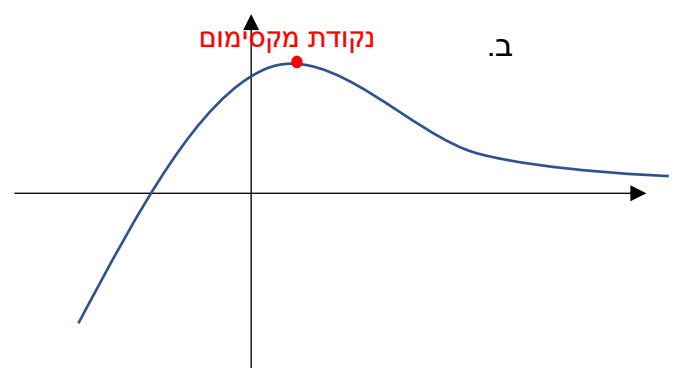
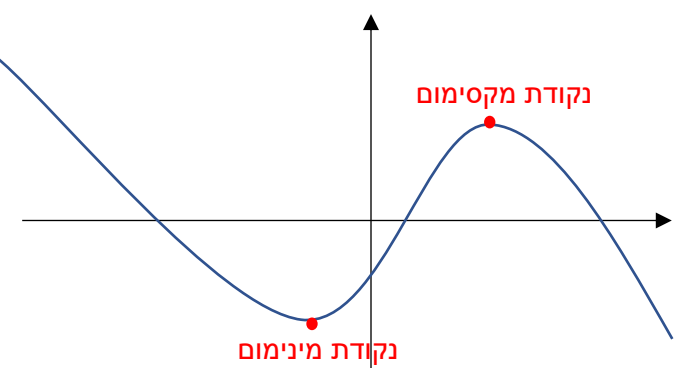
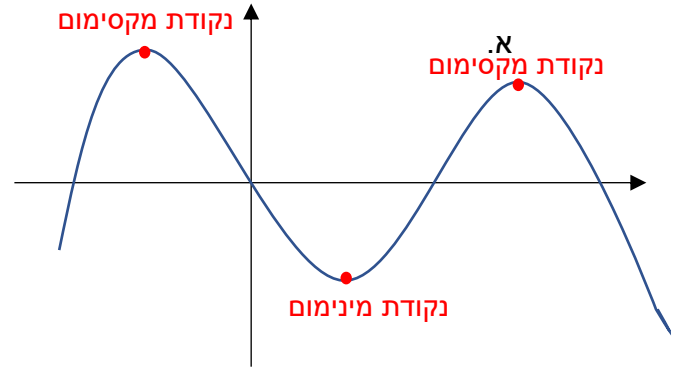
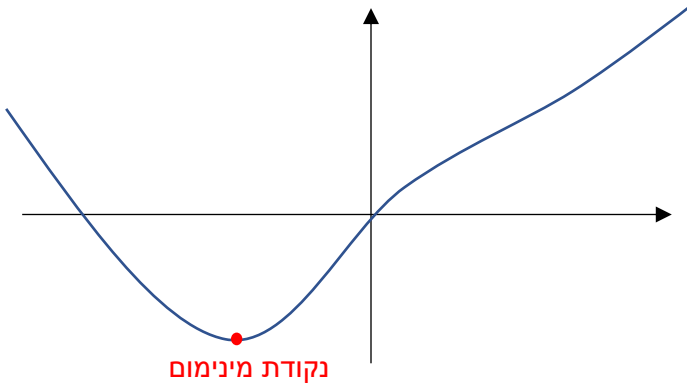
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

גרף הטמפרטורה:



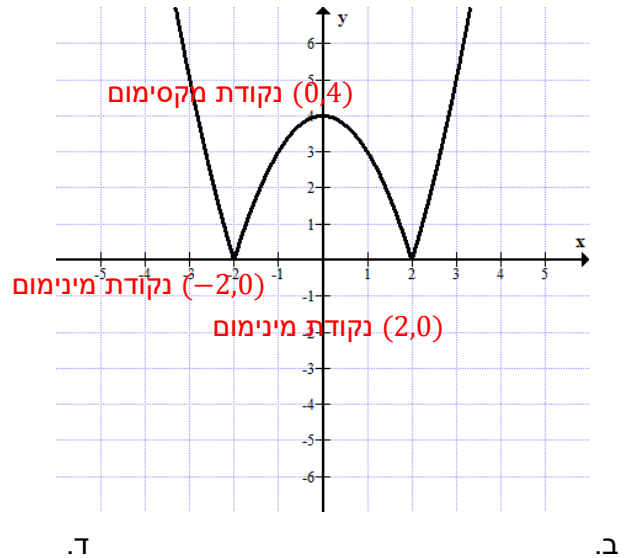
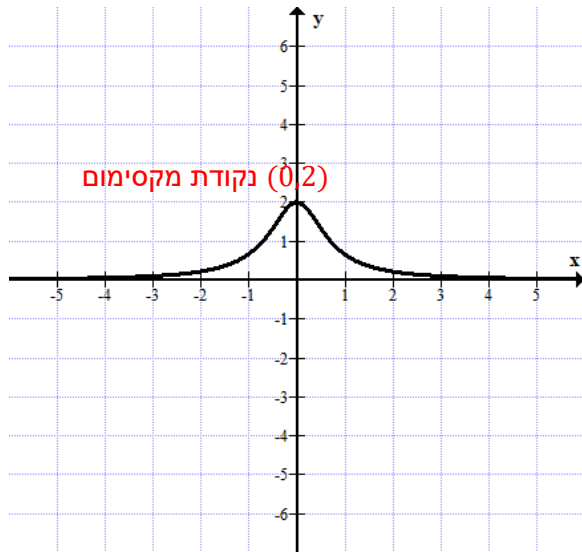
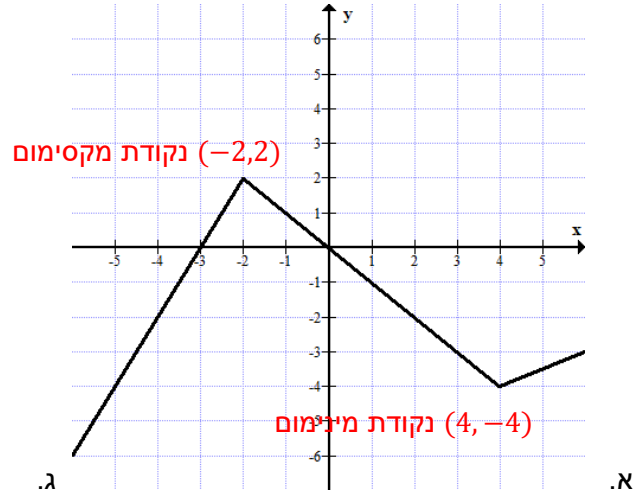
תרגול:

1. סמנו על הגרף בנקודה את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות. רשמו ליד כל נקודת קיצון אם היא נקודת מקסימום או נקודת מינימום.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחד מהגרפים הבאים, ליד כל נקודה רשמו אם היא נקודת מקסימום או נקודת מינימום:



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ג. תחומי עליה וירידה של פונקציות

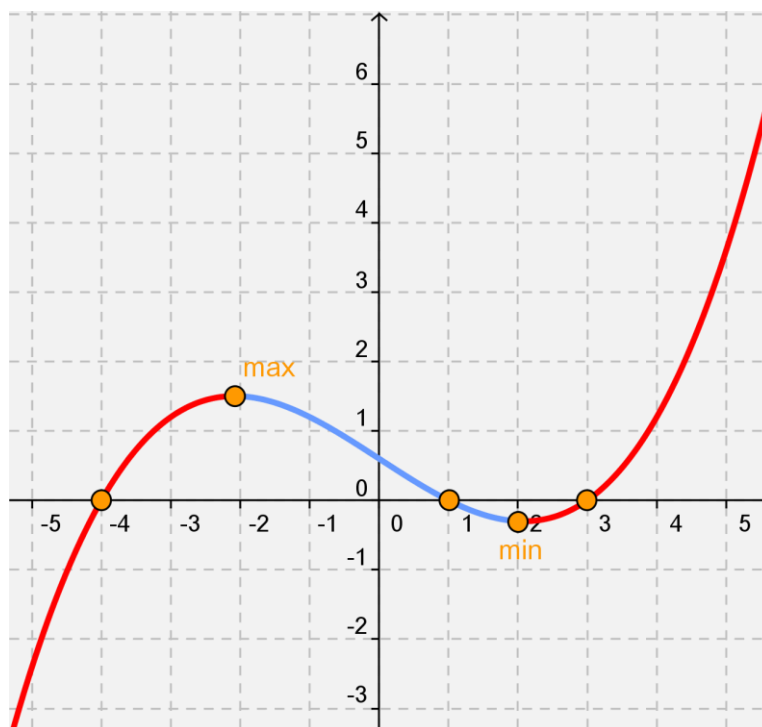


- פונקציה עולה בתחום G אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ ב-G מתקיים: $f(x_1) < f(x_2)$.
 - פונקציה יורדת בתחום G אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ ב-G מתקיים: $f(x_1) > f(x_2)$.
 - פונקציה קבועה בתחום G אם לכל שני ערכים $x_1 < x_2$ ב-G מתקיים: $f(x_1) = f(x_2)$.
- נקודות הקיצון אינן נכללות בתחומי העלייה והירידה.
למשל הפונקציה $f(x) = x^2$ עולה בתחום $x > 0$ ויורדת בתחום $x < 0$.

כיוון שהמספרים על ציר המספרים עולים משמאל לימין קל לקבוע את תחומי העלייה או הירידה של פונקציה אם נעים על הגרף משמאל לימין וכן לקבוע אם פונקציה קבועה.

נתבונן בגרף הפונקציה $f(x)$.

נקודות הקיצון: $(-2, 1.5)$, $(2, -0.3)$



תחומי עלייה: $x < -2$ או $x > 2$

תחום ירידה: $-2 < x < 2$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



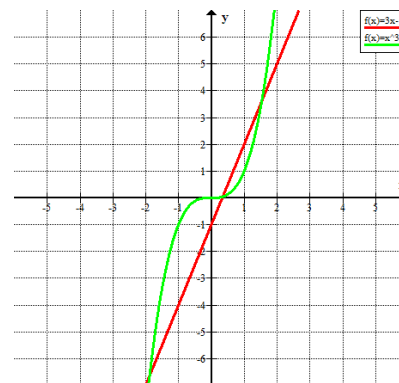
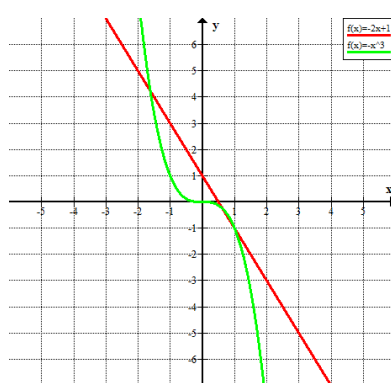
לדין:

- האם יתכנו פונקציות שהן פונקציות עולות בלבד? הציעו דוגמה.
 אפשר לתת דוגמה בעזרת ייצוג גרפי או ייצוג אלגברי.

קיימות פונקציות עולות למשל הפונקציה הקווית $y = 3x - 1$ או למשל הפונקציה $y = x^3$.

- האם יתכנו פונקציות שהן פונקציות יורדות בלבד? הציעו דוגמה.

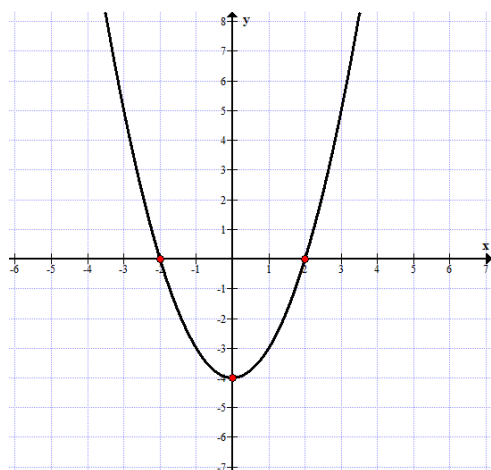
קיימות פונקציות יורדות למשל הפונקציה הקווית $y = -2x + 1$ או למשל הפונקציה $y = -x^3$.



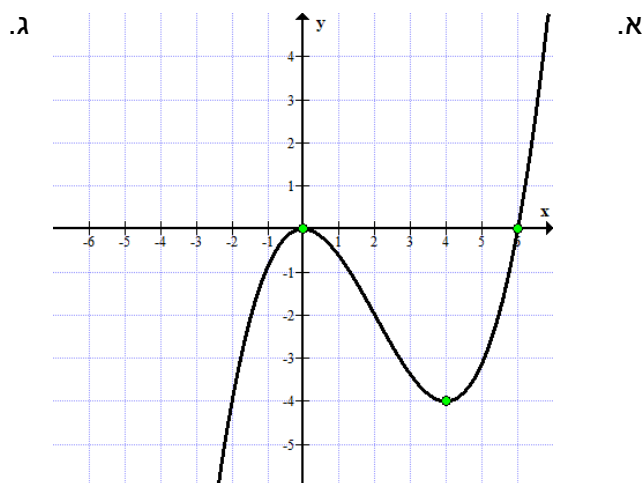
- האם יתכנו פונקציות שאינן עולות ואינן יורדות? כל פונקציה קבועה היא פונקציה שאינה עולה ואינה יורדת
 למשל, $y = 1$

תרגול:

1. כתבו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות הבאות:

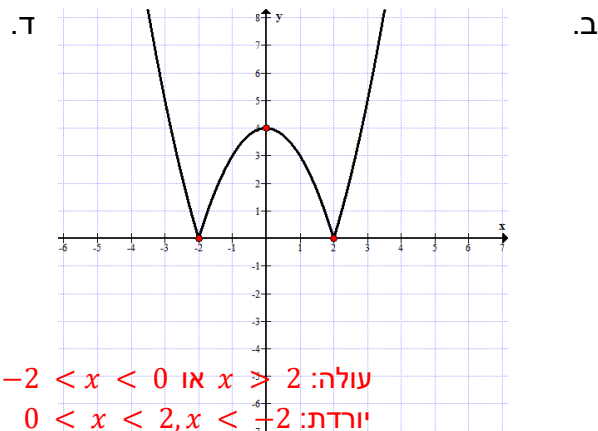
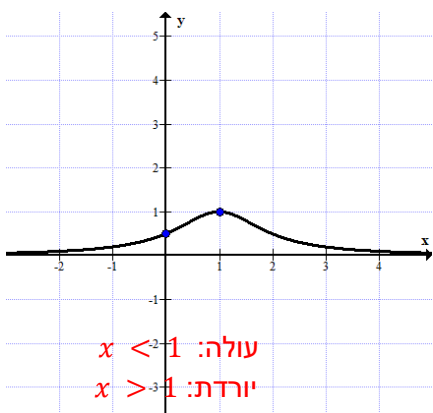


עולה: $x > 0$
 יורדת: $x < 0$

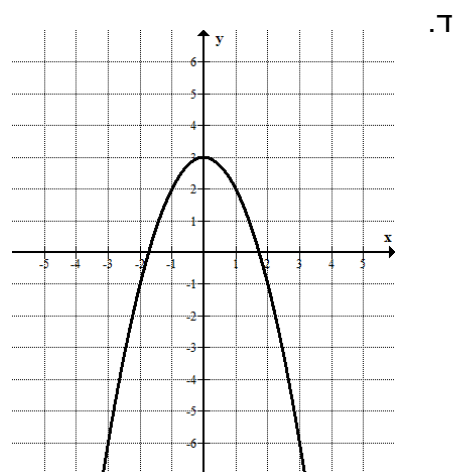
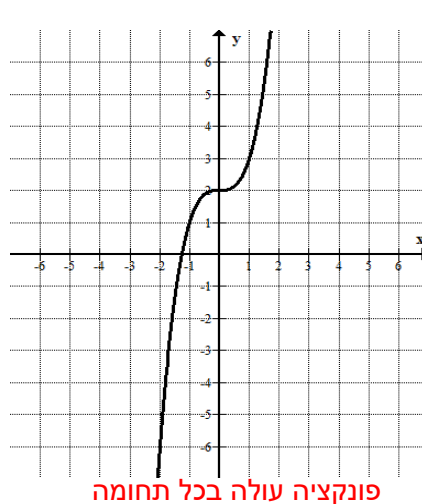
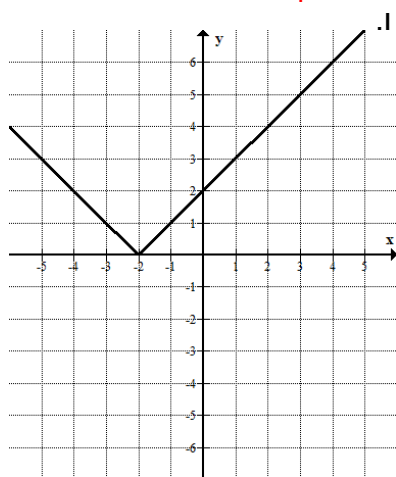
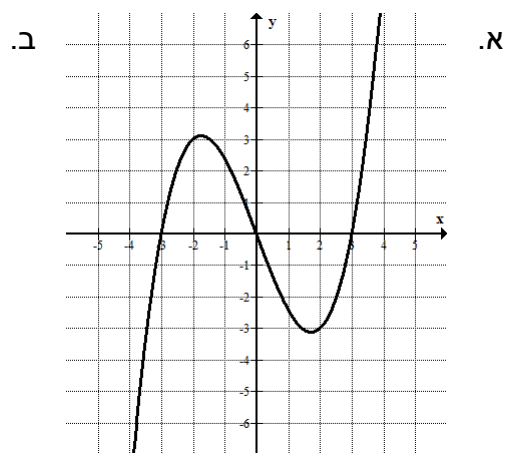
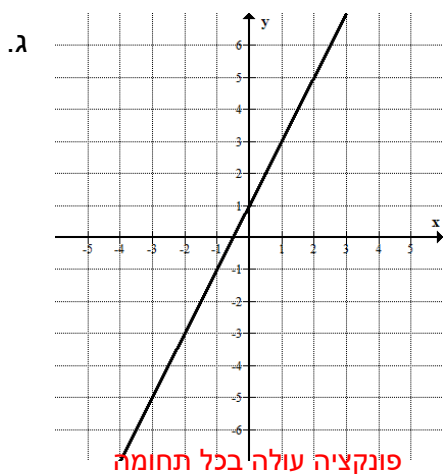
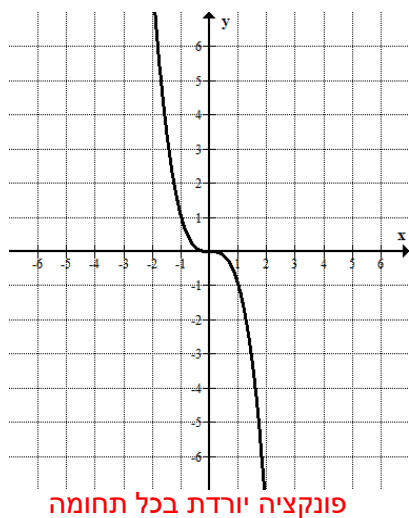


עולה: $x < 0$ או $x > 4$
 יורדת: $0 < x < 4$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



2. מבין הגרפים של הפונקציות הבאות סמנו את הגרף של הפונקציה שהיא פונקציה עולה בכל תחומה ואת זו שיוורדת בכל תחומה.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

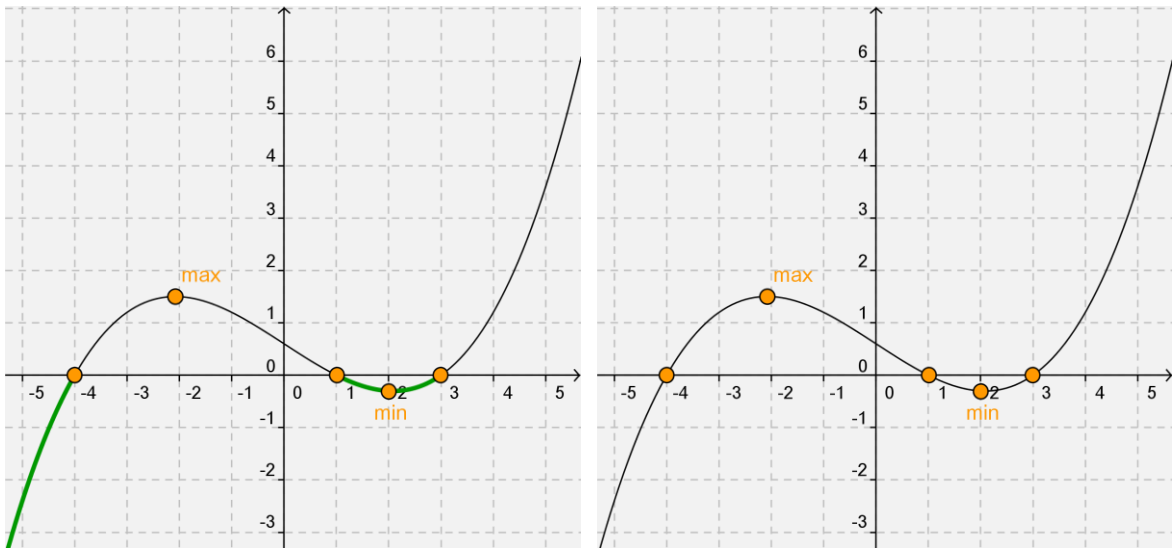
ד. תחומי חיוביות ושלייליות של פונקציות



פונקציה נקראת חיובית בתחום חלקי כלשהו, אם כל ערכי הפונקציה חיוביים בתחום זה.
 פונקציה נקראת שליילית בתחום חלקי כלשהו, אם כל ערכי הפונקציה שליילים בתחום זה.
 המשמעות הגרפית: פונקציה חיובית בתחום מסוים - הגרף נמצא מעל ציר ה- x בתחום זה,
 פונקציה שליילית בתחום מסוים - הגרף נמצא מתחת לציר ה- x בתחום זה.
 בכתוב מתמטי: אם לכל x בתחום מסוים D מתקיים $f(x) > 0$ - פונקציה חיובית בתחום D
 אם לכל x בתחום מסוים D מתקיים $f(x) < 0$ - פונקציה שליילית בתחום D

נתבונן בגרף הפונקציה $f(x)$.

נקודות האפס: $(-4,0)$ $(1,0)$ $(3,0)$



תחומי השלייליות על פי הגרף: $x < -4$ או $1 < x < 3$
 תחומי החיוביות על פי הגרף: $-4 < x < 1$ או $x > 3$



לדין:

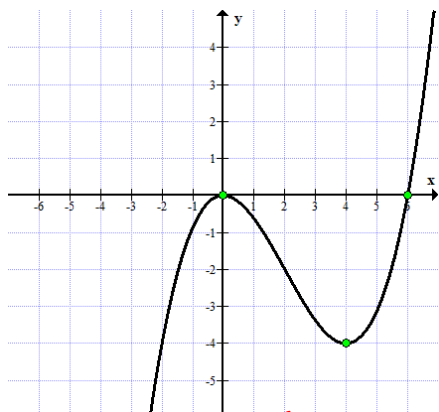
- האם יתכנו פונקציות שהן פונקציות חיוביות בלבד? הציעו דוגמה. אפשר לתת דוגמה בעזרת ייצוג גרפי או ייצוג אלגברי. ייתכנו פונקציות שהן חיוביות בלבד, למשל הפונקציה הריבועית $y = x^2 + 1$
- האם יתכנו פונקציות שהן פונקציות שלייליות בלבד? הציעו דוגמה. ייתכנו פונקציות שהן שלייליות בלבד, למשל הפונקציה הריבועית $y = -x^2 - 1$
- האם יתכנו פונקציות שאינן שלייליות ואינן חיוביות בתחום מסוים? למשל הפונקציה הקבועה $y = 0$.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

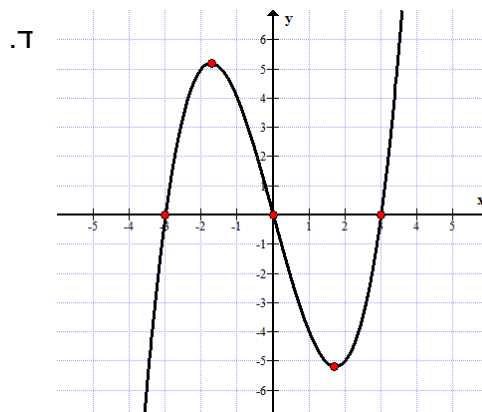
תרגול:



1. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של כל אחת מהפונקציות הבאות:

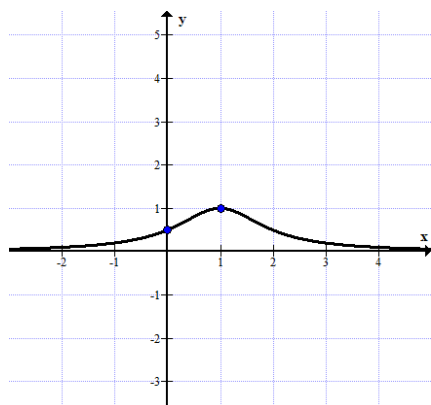


חיובית: $x > 6$
 שלילית: $x < 0, 0 < x < 6$

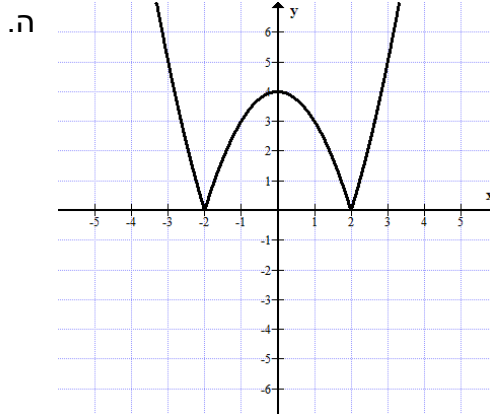


חיובית: $x > 3$ או $-3 < x < 0$
 שלילית: $0 < x < 3$ או $x < -3$

א.

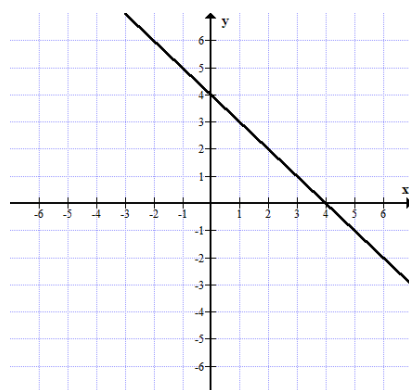


חיובית: R

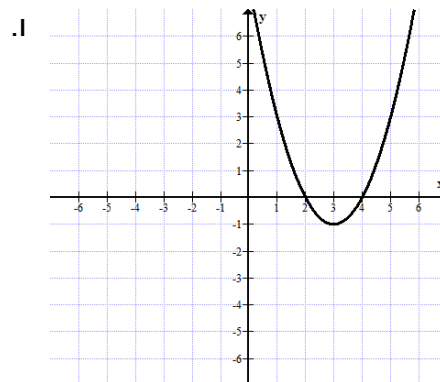


חיובית: $-2 < x < 2$ או $x < -2$

ב.



חיובית: $x < 4$
 שלילית: $x > 4$

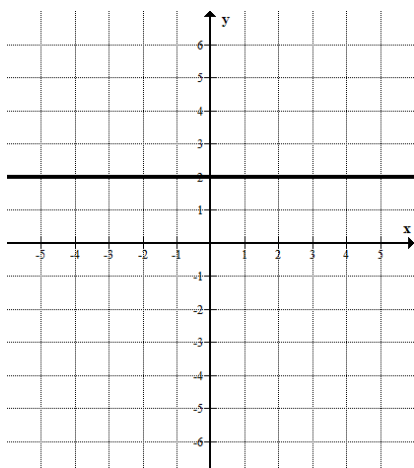


חיובית: $x > 4$ או $x < 2$
 שלילית: $2 < x < 4$

ג.

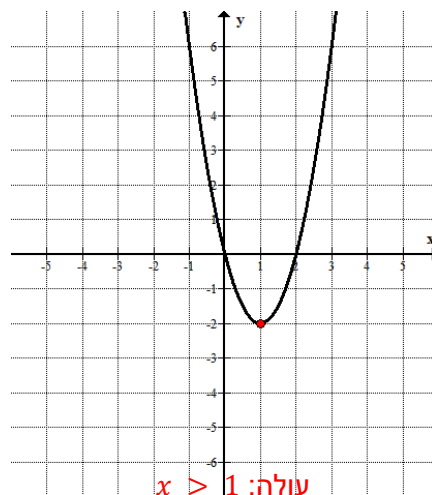
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. כתבו את תחום העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות הבאות.



פונקציה קבועה, לא עולה ולא יורדת

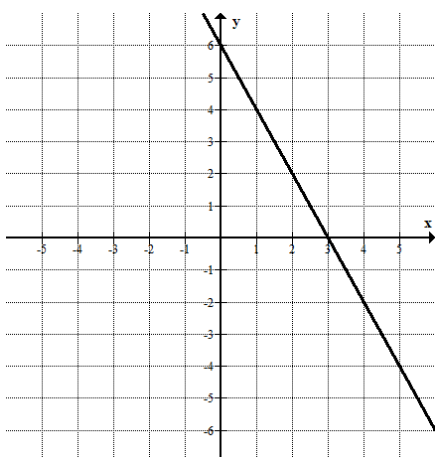
ב.



עולה: $x > 1$
 יורדת: $x < 1$

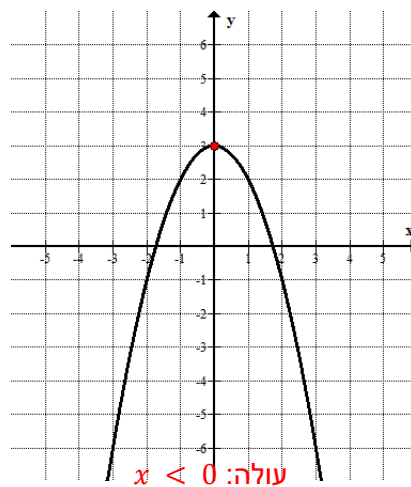
א.

ד.



יורדת בכל התחום

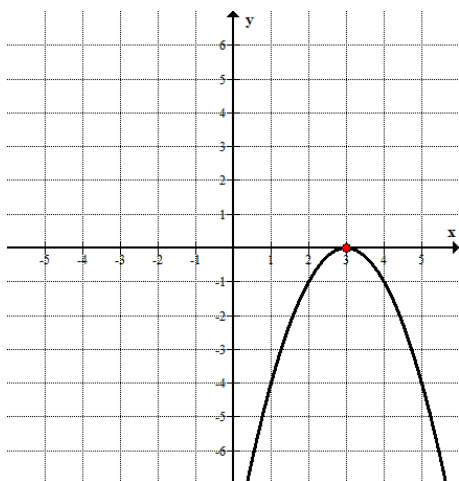
ג.



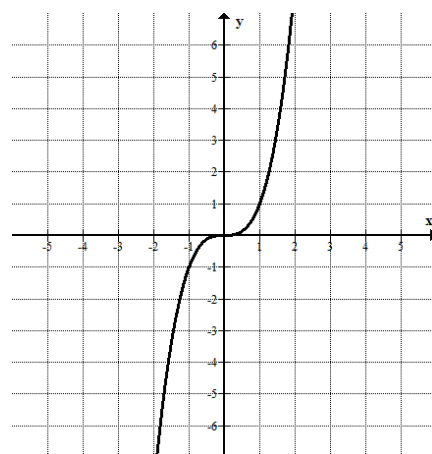
עולה: $x < 0$
 יורדת: $x > 0$

ו.

ה.



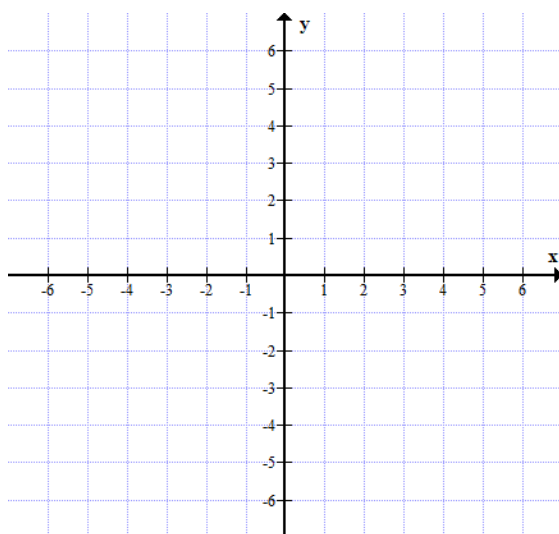
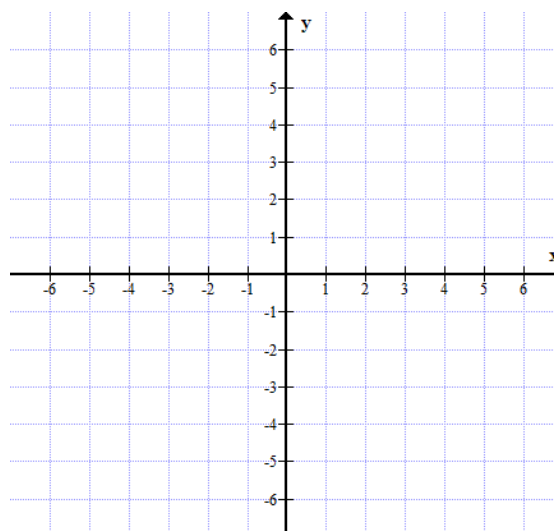
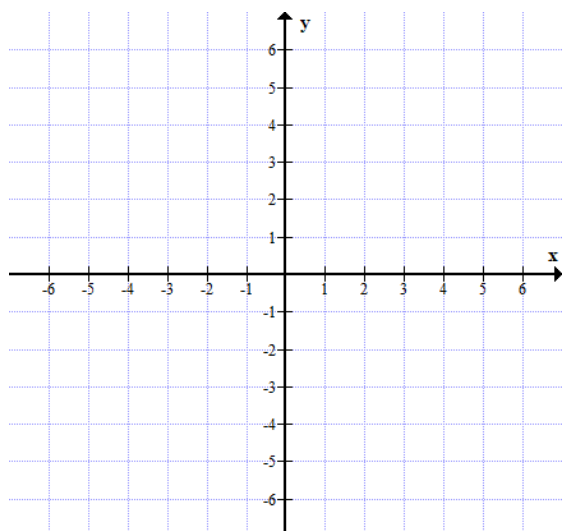
עולה: $x < 3$
 יורדת: $x > 3$



עולה בכל התחום

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. שרטטו במערכות הצירים שלפניכם גרף של פונקציה חיובית בכל תחומה, פונקציה שלילית בכל תחומה ופונקציה שאינה חיובית ואינה שלילית בתחום.

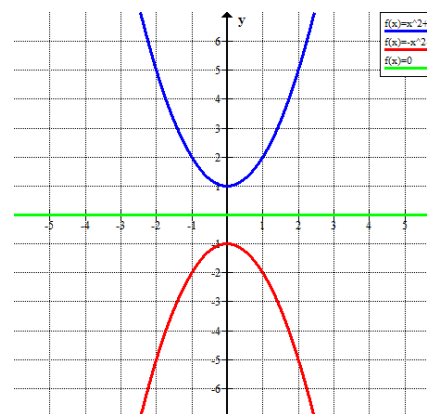


פונקציה חיובית בכל התחום - כחול
 פונקציה שלילית בכל התחום - אדום
 פונקציה לא חיובית ולא שלילית - ירוק

$$y = x^2 + 1$$

$$y = -x^2 - 1$$

$$y = 0$$



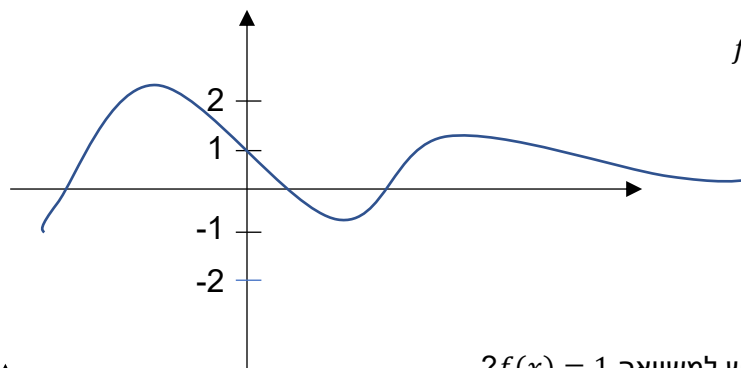
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ה. מספר פתרונות למשוואות בעזרת גרף
 בהינתן גרף של פונקציה ניתן למצוא את מספר הפתרונות של המשוואה שבה משווים את
 הפונקציה לערך נתון. במקרים מסוימים, ניתן גם למצוא את הערכים של הפתרונות.
 שימו לב, לגרף הפונקציה ולגרף של פונקציה קבועה יכולות להיות מספר **נקודות חיתוך**.

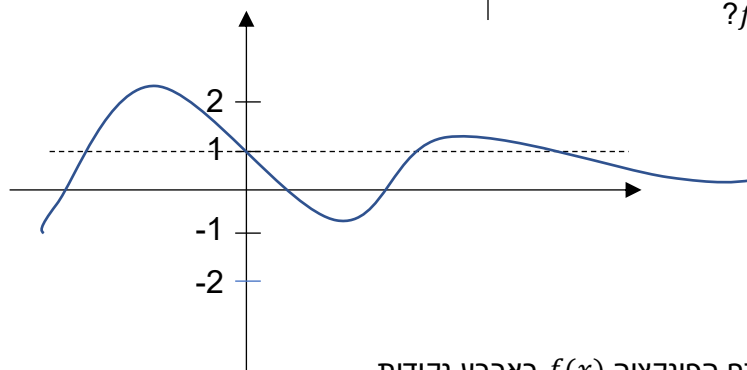


לדוגמה:

נתון גרף הפונקציה $f(x)$

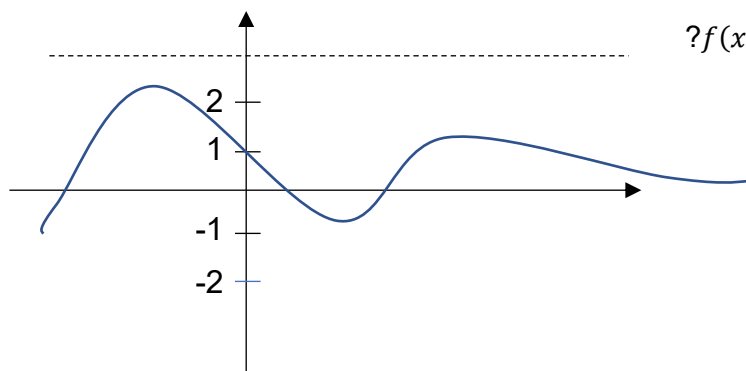


א. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1$?



4 פתרונות. הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בארבע נקודות.

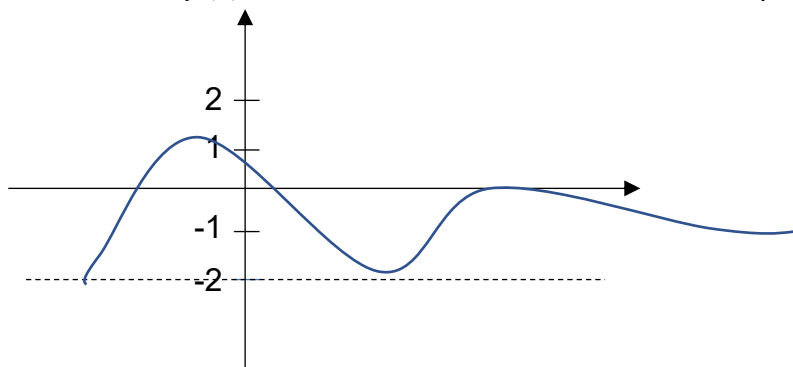
ב. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 3$?



אין פתרונות. הישר $y = 3$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ באף נקודה.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

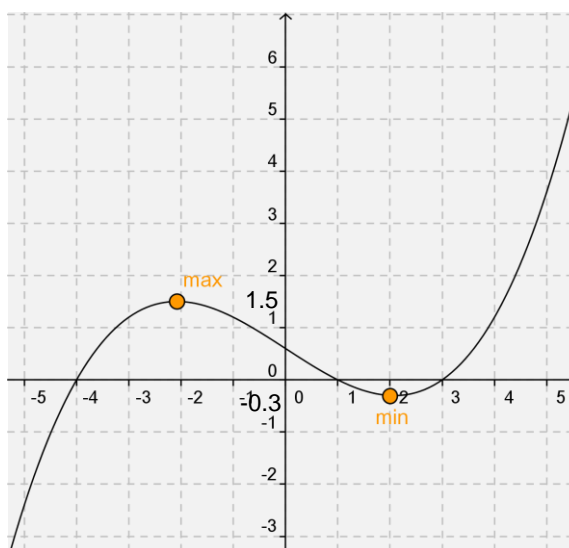
ג. בהנחה שהגרף מתנהג בהתאם לחלק המשוורטט, כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -2$?



פתרון אחד. הישר $y = -2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בתחום הנתון.

תרגול:

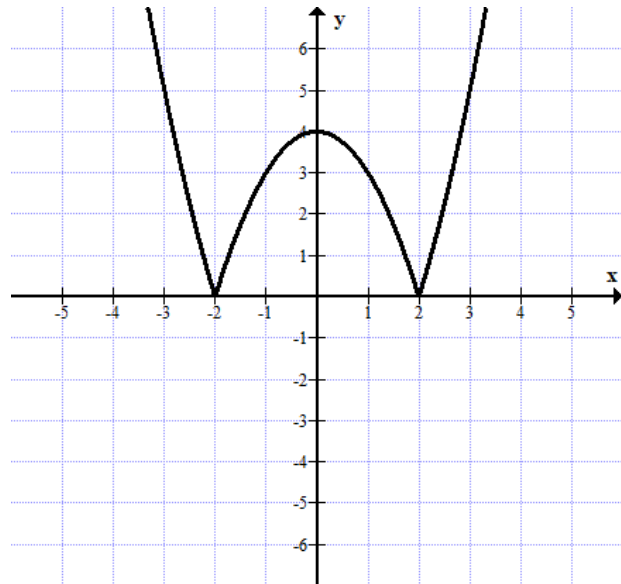
- העזרו בגרפים הנתונים ומצאו את מספר הפתרונות למשוואות הבאות.
- נתון גרף הפונקציה $f(x)$ (לגרף יש נקודת מקסימום בנקודה $(-2, 1.5)$)



- כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1$? **3 פתרונות**
- כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 3$? **פתרון אחד**
- כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1.5$? **2 פתרונות**
- כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -2$? **פתרון אחד**
- פתרו את המשוואה $f(x) = 0$ **3 פתרונות**
- לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בתחום $-5 < x < 5$ בנקודה אחת? **בשתי נקודות? $k < -0.3$ או $k > 1.5$**

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

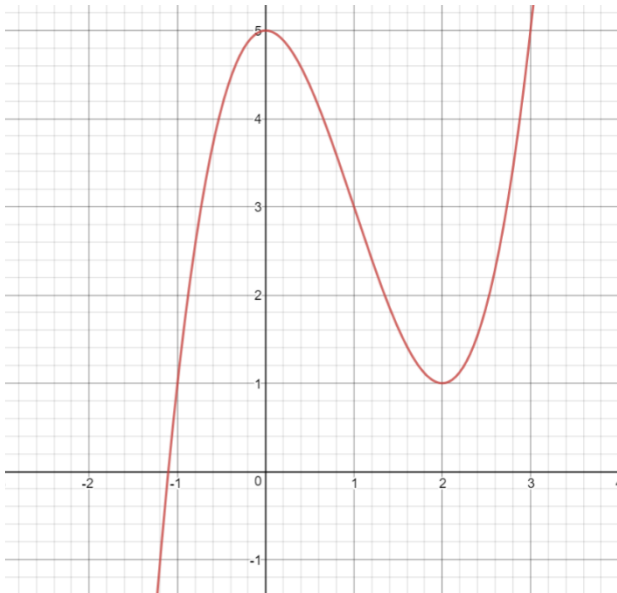
- נתון גרף הפונקציה $g(x)$



- א. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$? **4 פתרונות**
 ב. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 4$? **3 פתרונות**
 ג. פתרו את המשוואה $g(x) = 5$ **2 פתרונות**
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -2$? **אין פתרון**
 ה. פתרו את המשוואה $g(x) = 0$ **2 פתרונות**

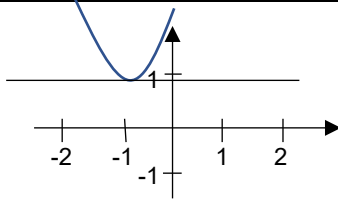
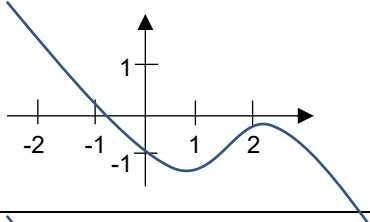
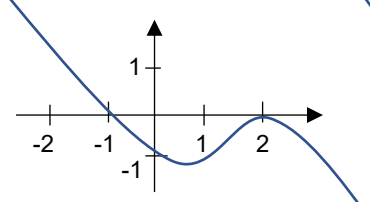
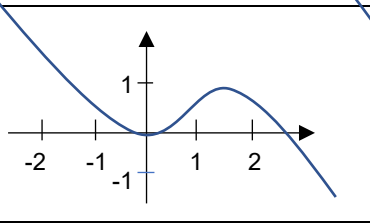
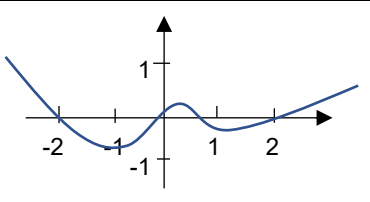
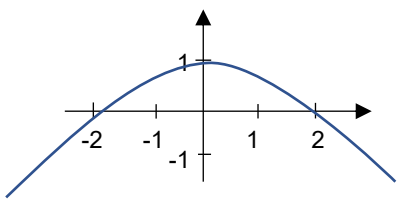
- נתון גרף הפונקציה $t(x)$. ענו בהתאם לגרף הנתון:

- א. מהי נקודת המקסימום של $t(x)$? **(0,5)**
 ב. מהי נקודת המינימום של $t(x)$? **(2,1)**
 ג. כמה פתרונות למשוואה $t(x) = 3$? **3 פתרונות**
 ד. פתרו את המשוואה $t(x) = 1$ **$x_1 = -1, x_2 = 2$**



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. כתבו משוואות מתאימות למספר הפתרונות שבטבלה מימין. העזרו בדוגמה:

המשוואה	נתון גרף הפונקציה $f(x)$	מספר פתרונות
$f(x) = 1$		פתרון יחיד
$f(x) = 1$		פתרון יחיד
$f(x) = 0$		שני פתרונות
$f(x) = 0.5$		למעלה משני פתרונות
$f(x) = -1$		אין פתרון
$f(x) = -0.25x^2 + 1$		*אינסוף פתרונות

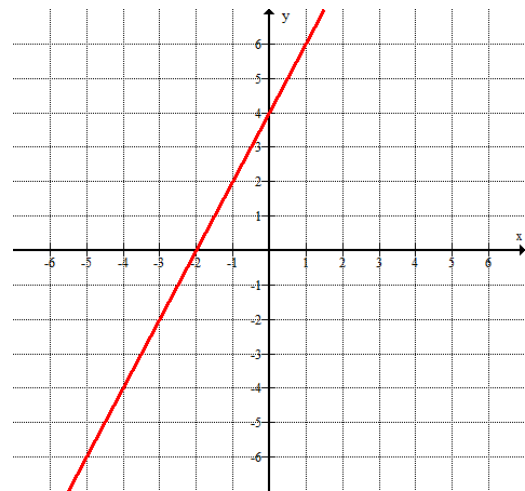
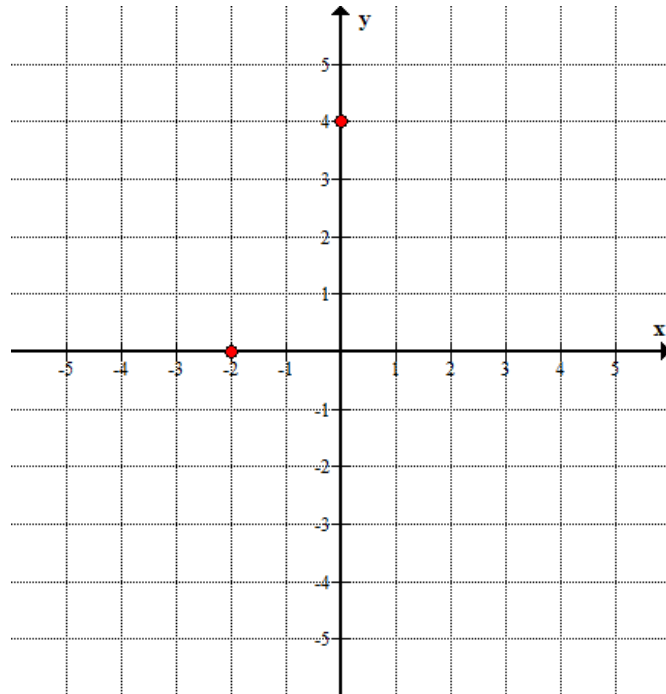
דוגמה

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

- ו. שרטוט גרף של פונקציה על פי נתונים
 א. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה על פי הנתונים בטבלה. הגרף רציף, מוגדר לכל x וכל נקודות החיתוך ונקודות הקיצון נתונות.



מקסימום	מינימום	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x
אין	אין	(0,4)	(-2,0)

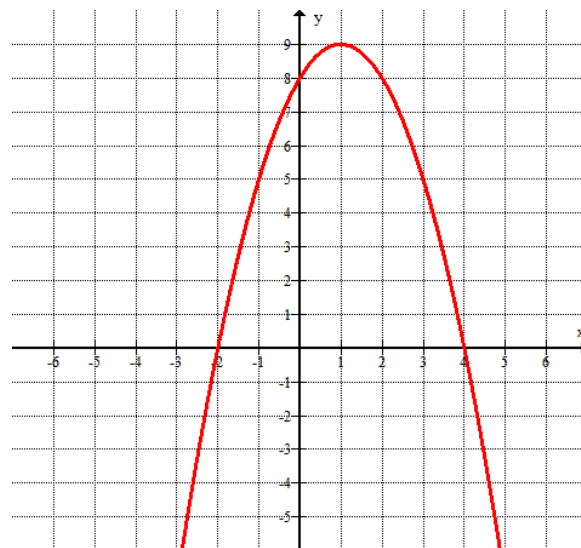
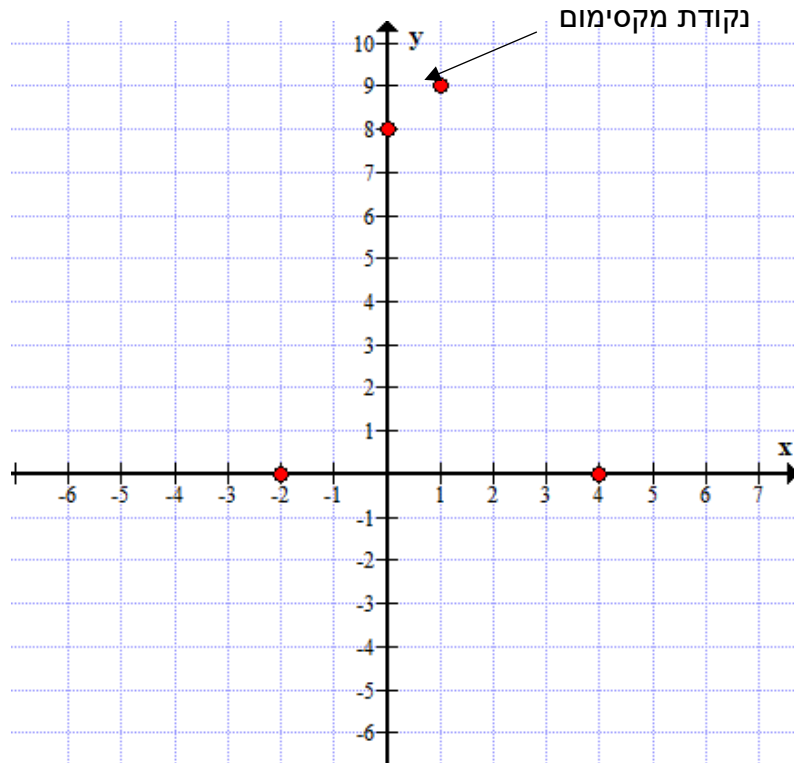


משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה על פי הנתונים בטבלה. הגרף רציף, מוגדר לכל x וכל נקודות החיתוך ונקודות הקיצון נתונות.

מקסימום	מינימום	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x
(1,9)	אין	(0,8)	(-2,0), (4,0)

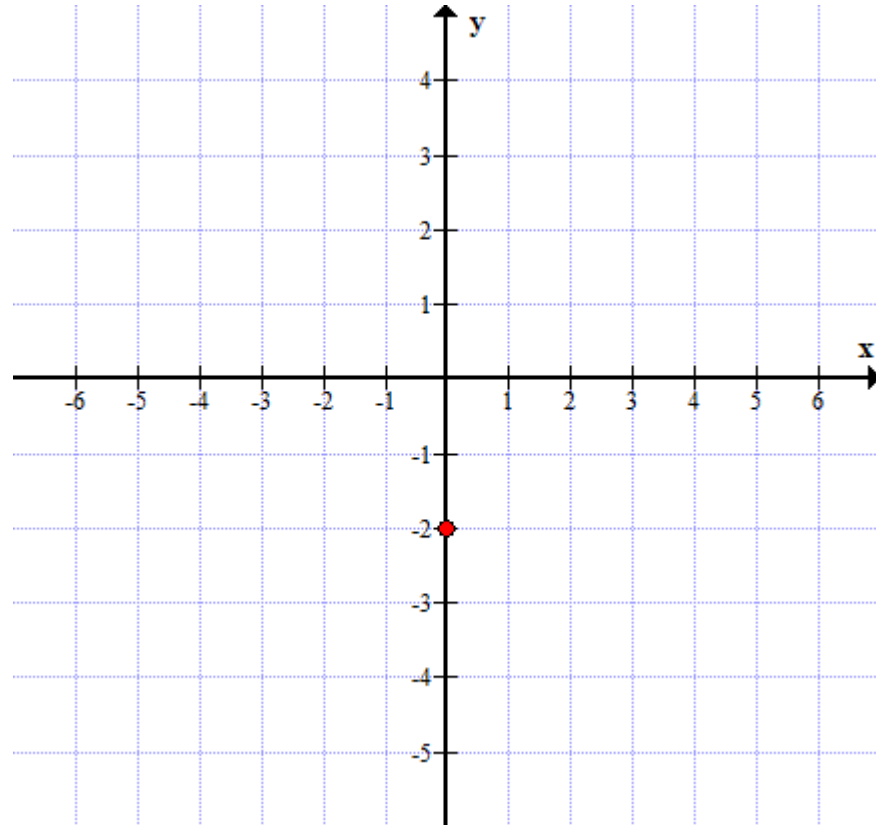
לצורך שרטוט הסקיצה סמנו במערכת הצירים את הנקודות הנתונות.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

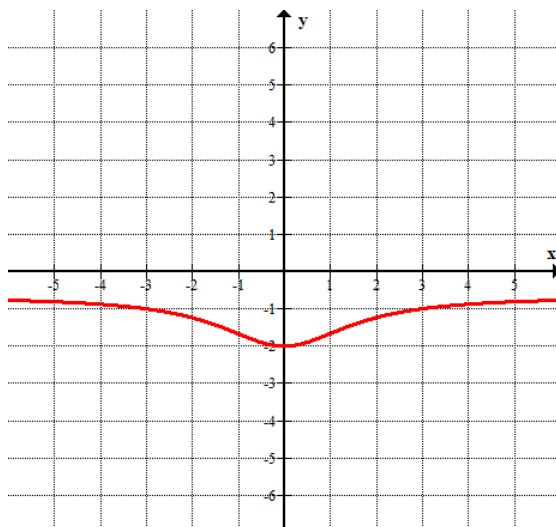
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה על פי הנתונים בטבלה. הגרף רציף, מוגדר לכל x וכל נקודות החיתוך ונקודות הקיצון נתונות.

מקסימום	מינימום	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x
אין	$(0, -2)$	$(0, -2)$	אין



שימו לב, כיוון שנתון כי $(0, -2)$ היא נקודת הקיצון היחידה אין לפונקציה מעברים נוספים מעליה לירידה או להיפך.

לגרף אין נקודת חיתוך עם ציר ה- x ולכן כל הגרף מתחת לציר.



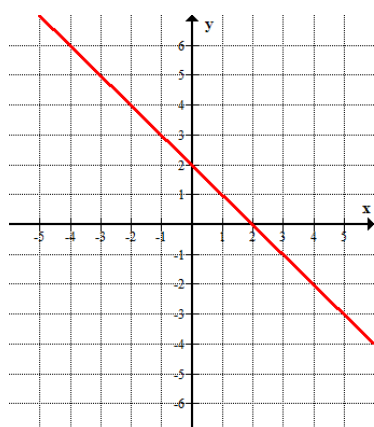
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

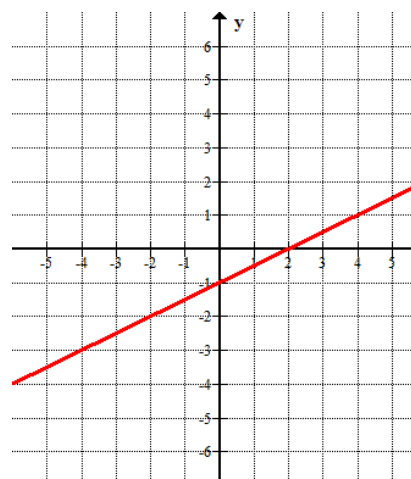


בכל שורה בטבלה נתונות תכונות של פונקציה אחת. כל אחת מהפונקציות מוגדרת לכל x ורציפה. (נתונות כל נקודות החיתוך עם הצירים וכל נקודות הקיצון). שרטטו סקיצות אפשריות לגרפים של הפונקציות.

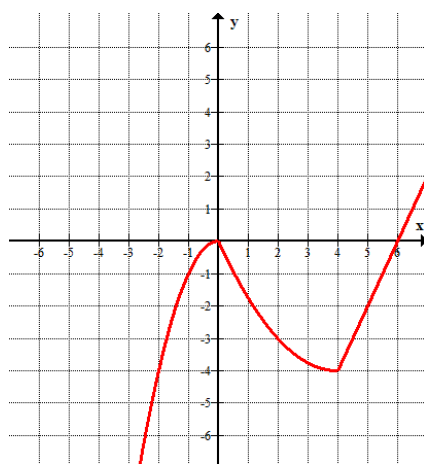
מקסימום	מינימום	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x	
אין	אין	$(0, -1)$	$(2, 0)$	1
אין	אין	$(0, 2)$	$(2, 0)$	2
$(2, 1)$	אין	$(0, -3)$	$(1, 0), (3, 0)$	3
$(0, 0)$	$(4, -4)$	$(0, 0)$	$(0, 0), (6, 0)$	4
$(1, 1)$	אין	$(0, 0.5)$	אין	5
$(-1, 5)$	$(1, -5)$	$(0, 0)$	$(3, 0), (0, 0), (-3, 0)$	6



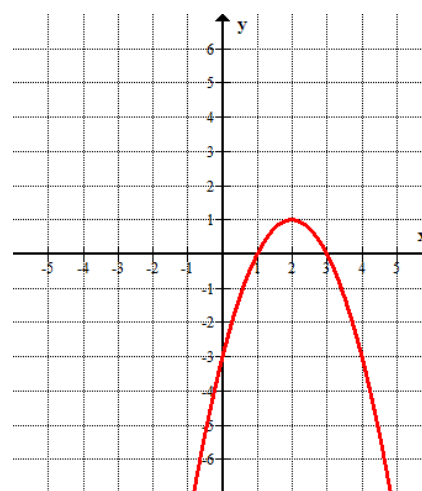
2



1

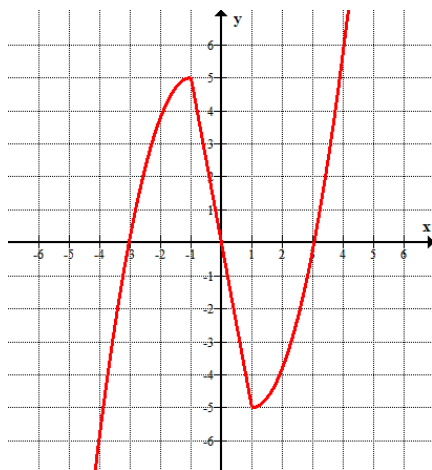


4

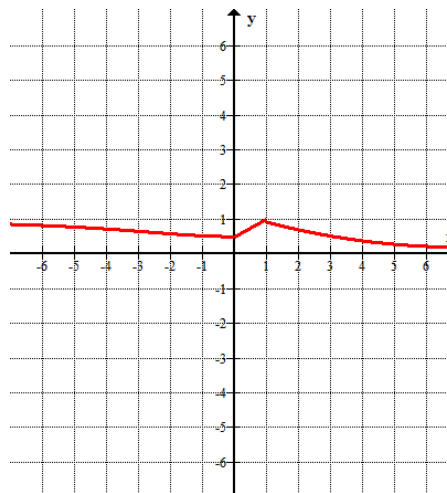


3

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



6.

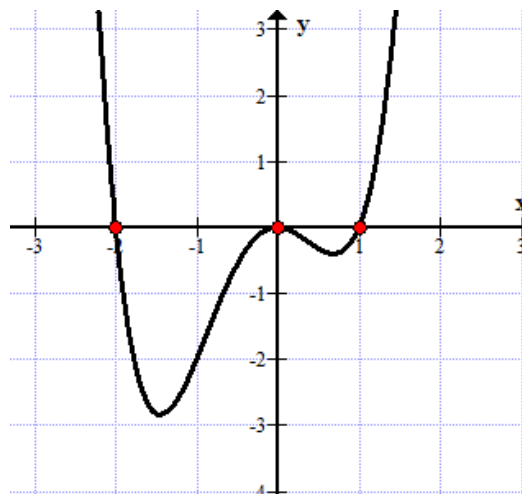


5.

ז. התאמת ייצוג אלגברי לגרף של פונקציה



נתון גרף של פונקציה:



אחד מבין שני הייצוגים האלגבריים הבאים מתאים לגרף הנתון. איזה הוא?

$$g(x) = x(x + 2)(x - 1)$$

$$f(x) = x^2(x + 2)(x - 1)$$

בדיקה:

נמצא את נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר y

$$g(0) = 0(0 + 2)(0 - 1) = 0$$

$$f(0) = 0^2(0 + 2)(0 - 1) = 0$$

נציב $x = -1$ בכל אחת מהפונקציות

$$g(-1) = -1(-1 + 2)(-1 - 1) = 2$$

$$f(-1) = (-1)^2(-1 + 2)(-1 - 1) = -2$$

רק $f(x)$ מתאימה לגרף הנתון כי הנקודה $(-1, -2)$ נמצאת על גרף הפונקציה והנקודה $(-1, 2)$ לא

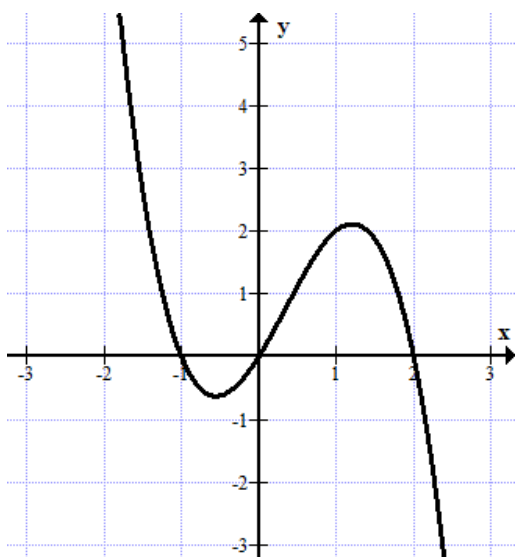
נמצאת על גרף הפונקציה.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

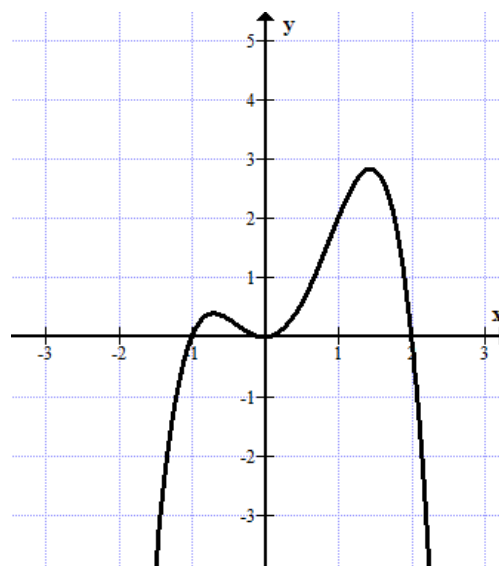
תרגול:



1. נתונים שני גרפים ושני ייצוגים אלגבריים. התאימו לכל גרף ייצוג אלגברי.

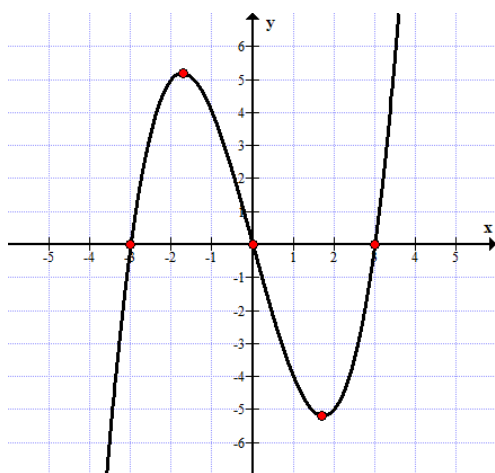


$$g(x) = -x(x-2)(x+1)$$



$$f(x) = -x^2(x-2)(x+1)$$

2. נתון גרף של פונקציה:



איזה מבין שני הייצוגים האלגבריים הנתונים מתאים לגרף הפונקציה? נמקו.

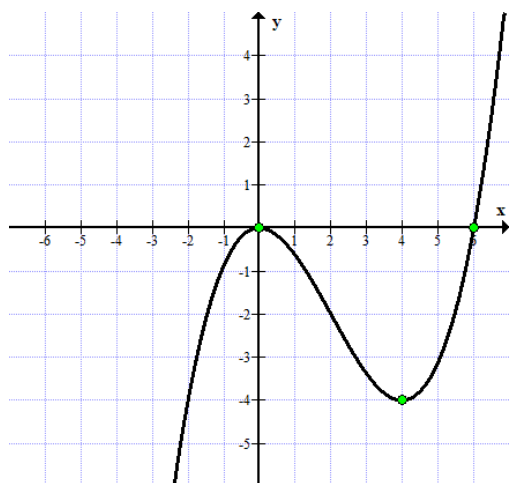
$$n(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

$$k(x) = \frac{1}{2}x(x^2 - 9)$$

3. העזרו ביישומון: <https://www.geogebra.org/m/Z6kbyKR8>

והכירו את הגרפים המתאימים לפונקציות שונות המורכבות מפולינומים.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



4. נתונים שני ייצוגים אלגבריים של פונקציות.

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2(x - 6) \quad g(x) = \frac{1}{8}x(x - 6)$$

איזה מהם מתאים לגרף הפונקציה שמשמאל?

5. התאימו לכל גרף ייצוג אלגברי מבין הביטויים הנתונים.

<p>$p(x) = x(x + 1)(x + 3)$</p>	<p>$f(x) = x^3$</p>	<p>$m(x) = -x^2 + 4x - 3$</p>
<p>$g(x) = (x + 3)^2$</p>	<p>$t(x) = x^2 \cdot (x + 3)^2$</p>	<p>$k(x) = 1.5x(x^2 - 4)$</p>

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



ח. הזזת אנכיות של פונקציות

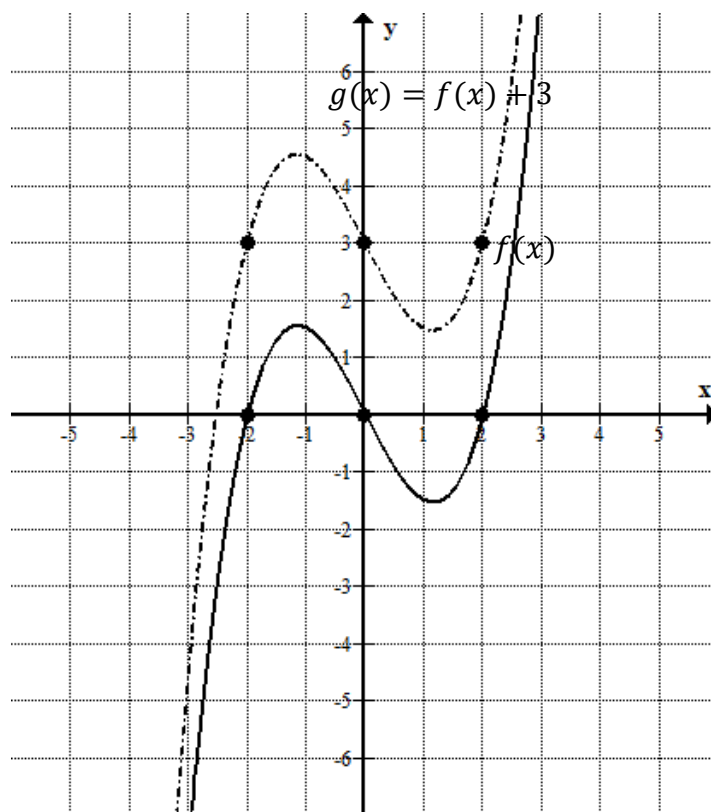
הגרף של הפונקציה $g(x) = f(x) + c$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, c .

דוגמאות:

א. הפונקציה $g(x) = x^2 + 2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, 2.

ב. הפונקציה $g(x) = x^2 - 3$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, -3.

ג. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = f(x) + 3$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אנכית של כל נקודה בשיעור קבוע, 3.



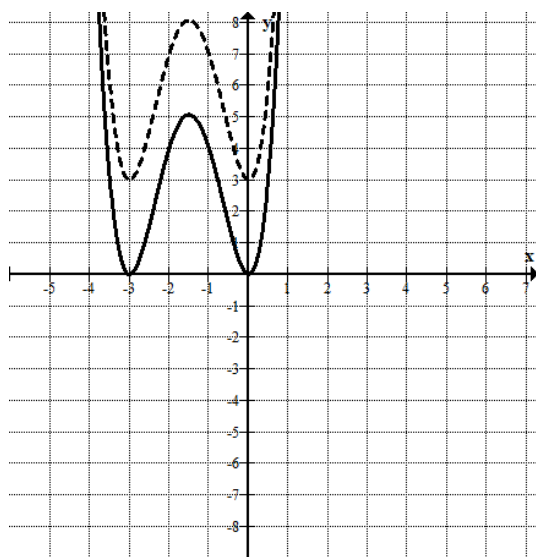
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

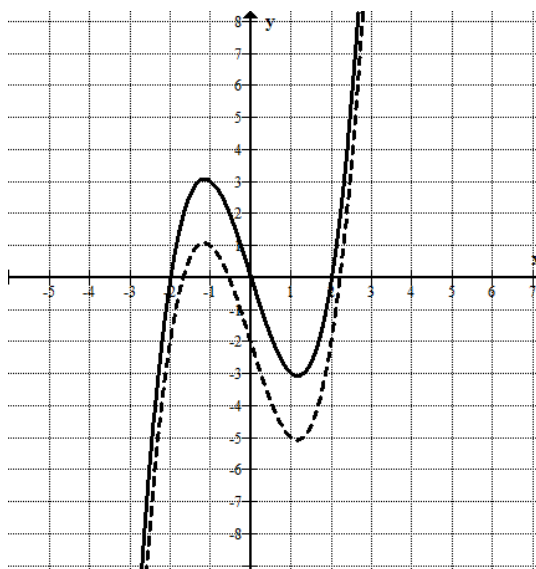


1. בכל אחת ממערכות הצירים שלפניכם משורטטים הגרף של הפונקציה $f(x)$ (בקו רציף) והגרף של $g(x)$ (בקו מקווקו).
 כתבו את הייצוג המתאים של הפונקציה $g(x)$ בהתאם לגרף.

א. ב.

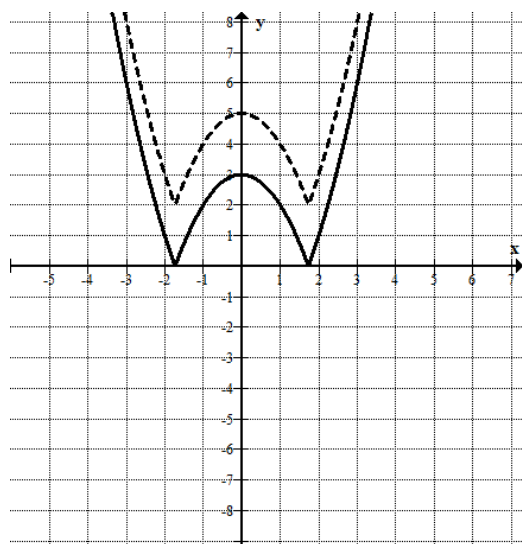


$$g(x) = f(x) + 3$$

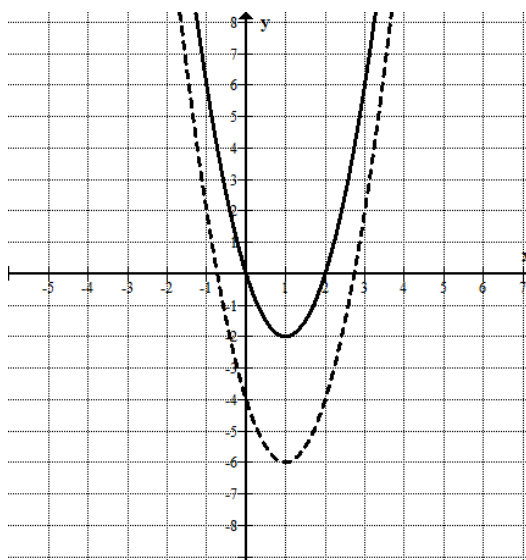


$$g(x) = f(x) - 2$$

ג. ד.



$$g(x) = f(x) + 2$$

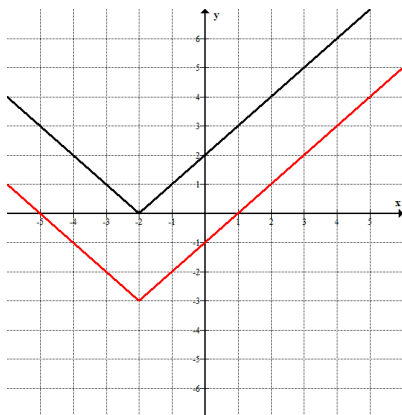


$$g(x) = f(x) - 3$$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

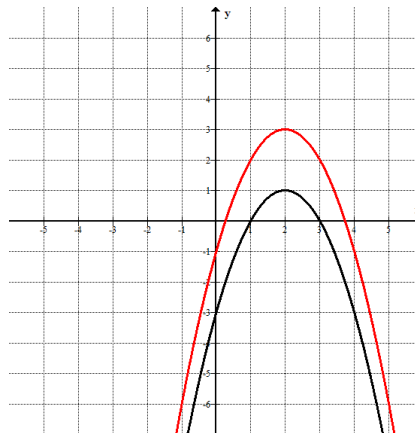
2. שרטטו בכל מערכת צירים פונקציה $g(x)$ שהיא הזזה של $f(x)$
 וכתבו את המשוואה של $g(x)$.

א. ב.



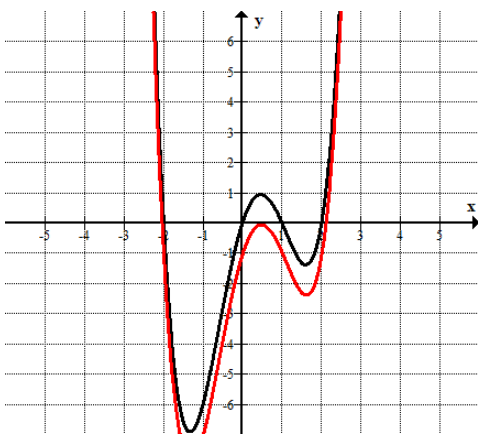
הזזה אנכית למטה של 3 יחידות

$$g(x) = f(x) - 3$$



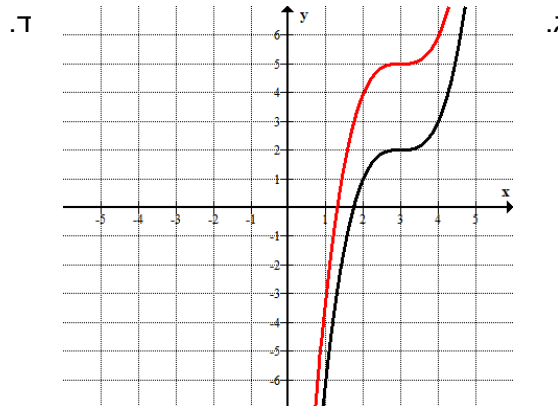
הזזה אנכית למעלה של 2 יחידות

$$g(x) = f(x) + 2$$



הזזה אנכית למטה של יחידה אחת

$$g(x) = f(x) - 1$$



הזזה אנכית למעלה של 3 יחידות

$$g(x) = f(x) + 3$$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ט. הזזות אופקיות של פונקציות²

הגרף של הפונקציה $g(x) = f(x + c)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה בשיעור קבוע, $|c|$. אם $c > 0$ ההזזה היא אופקית שמאלה. אם $c < 0$ ההזזה היא אופקית ימינה.



דוגמאות:

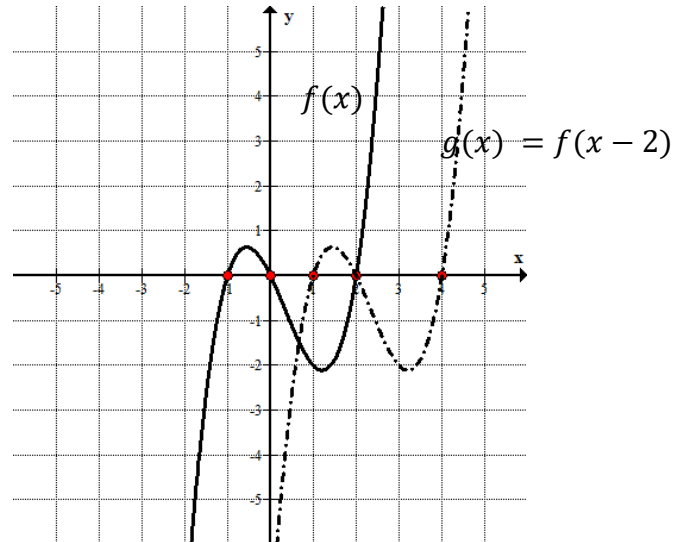
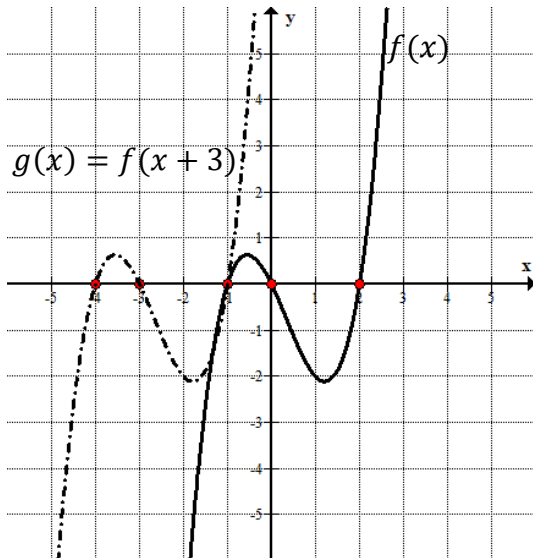
א. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = f(x + 3)$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 3 יחידות שמאלה.

ב. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = (x - 2)$. הגרף של הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהגרף של הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 2 יחידות ימינה.

ג. הפונקציה $g(x) = (x - 2)^2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 2 יחידות ימינה.

ד. הפונקציה $g(x) = (x + 3)^2$ מתקבלת מהפונקציה $f(x) = x^2$ על ידי הזזה אופקית של כל נקודה 3 יחידות שמאלה.

.ד



² מיועד לקבוצות חזקות בלבד

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

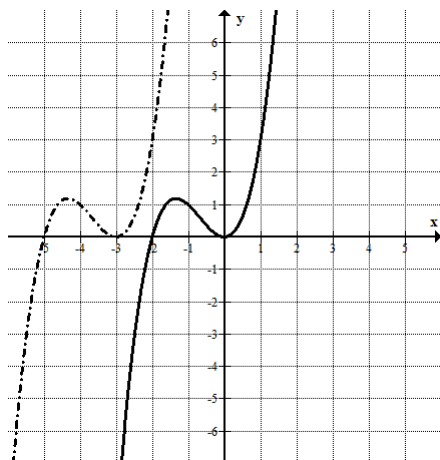


1. בכל אחת ממערכות הצירים שלפניכם משורטטים הגרף של הפונקציה $f(x)$ (בקו רציף) והגרף

של $g(x)$ (בקו מקווקו).

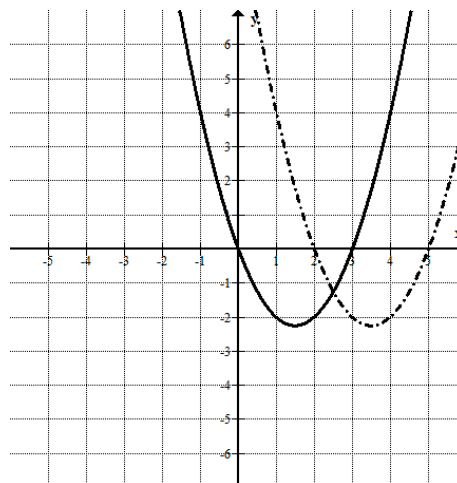
כתבו את הייצוג המתאים של הפונקציה $g(x)$ בהתאם לגרף.

א.



$$g(x) = f(x + 3)$$

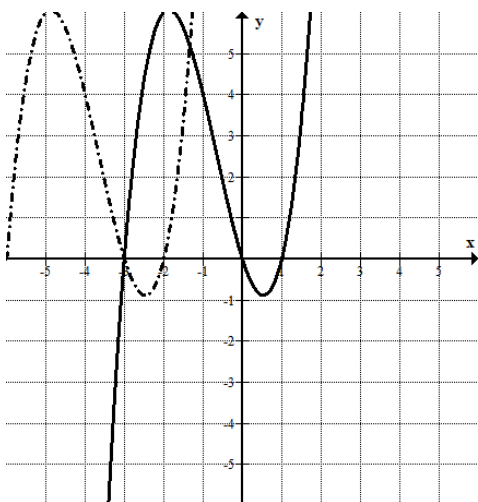
ב.



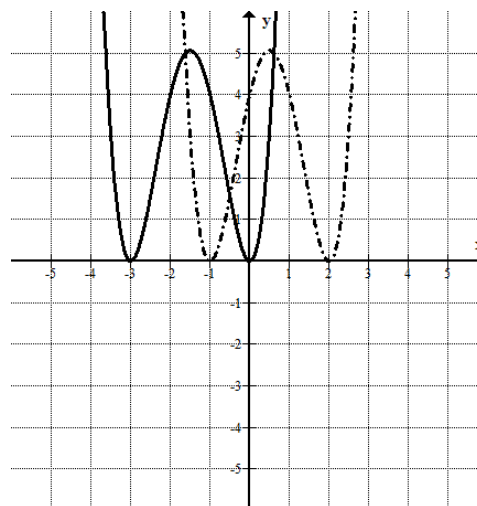
$$g(x) = f(x - 2)$$

ד.

ג.



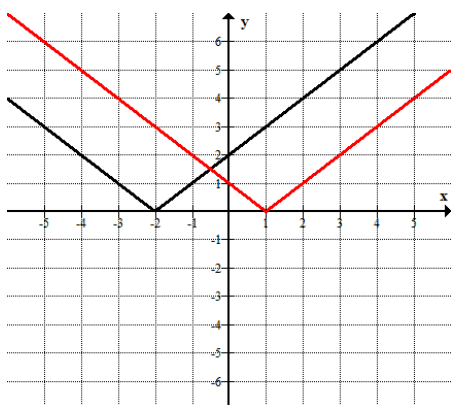
$$g(x) = f(x + 3)$$



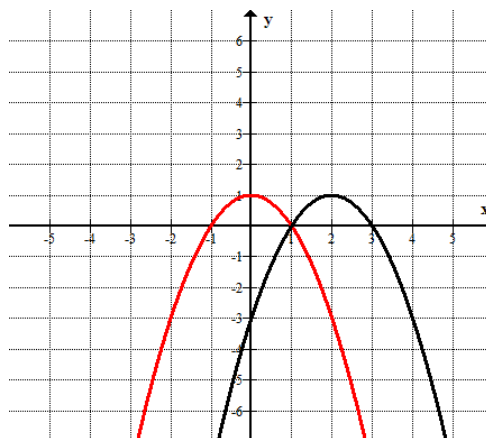
$$g(x) = f(x - 2)$$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. שרטטו בכל מערכת צירים פונקציה $g(x)$ שהיא הזזה של $f(x)$ וכתבו את המשוואה של $g(x)$.



ב.



א.

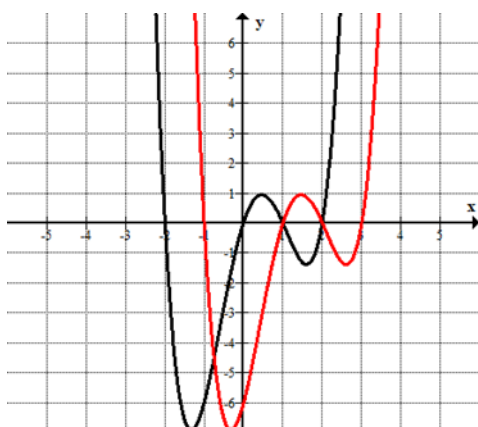
הזזה אופקית ימינה של 3 יחידות

$$g(x) = f(x - 3)$$

הזזה אופקית שמאלה של 2 יחידות

$$g(x) = f(x + 2)$$

ד.



הזזה אופקית ימינה של יחידה אחת

$$g(x) = f(x - 1)$$



הזזה אופקית שמאלה של 2 יחידות

$$g(x) = f(x + 2)$$

ג.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

חלק ב' – הכרות עם פונקציות שונות

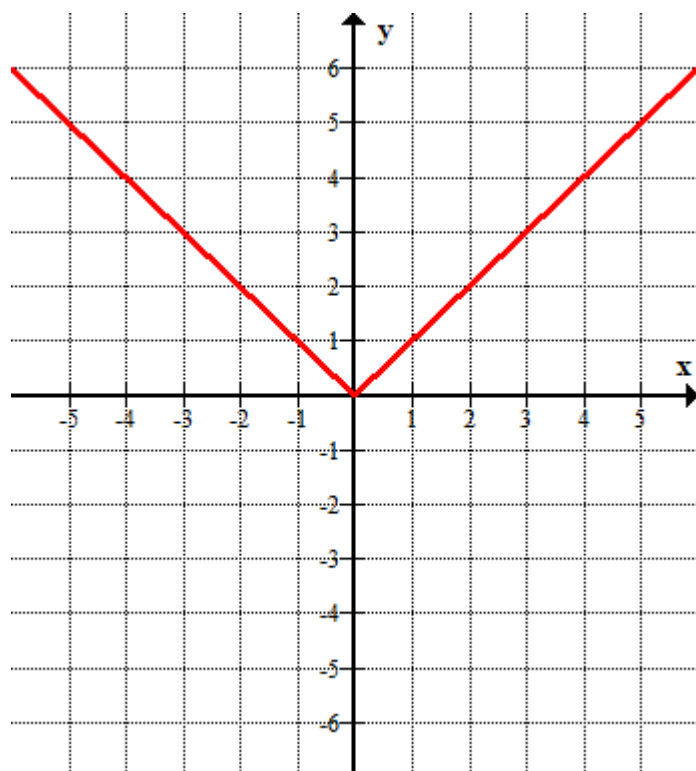
א. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = |x|$



א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? R – כל המספרים

ב. נעזר בטבלת ערכים לצורך שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:


x	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3
$f(x) = x $	3	2	1	0.5	0	0.5	1	2	3



לדיון:

- האם ייתכן שלפונקציה נקודות אפס?
ייתכן שלפונקציה נקודות אפס למשל
לפונקציה הנתונה נקודת אפס אחת.
- האם לפונקציה נקודות קיצון?
לפונקציה נקודת קיצון $(0,0)$
- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה /
הפונקציה יורדת
הפונקציה עולה עבור $x > 0$
הפונקציה יורדת עבור $x < 0$
- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית /
הפונקציה שלילית
הפונקציה חיובית עבור $x < 0$ או עבור
 $x > 0$

בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>

 Desmos | Graphing Calculator

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

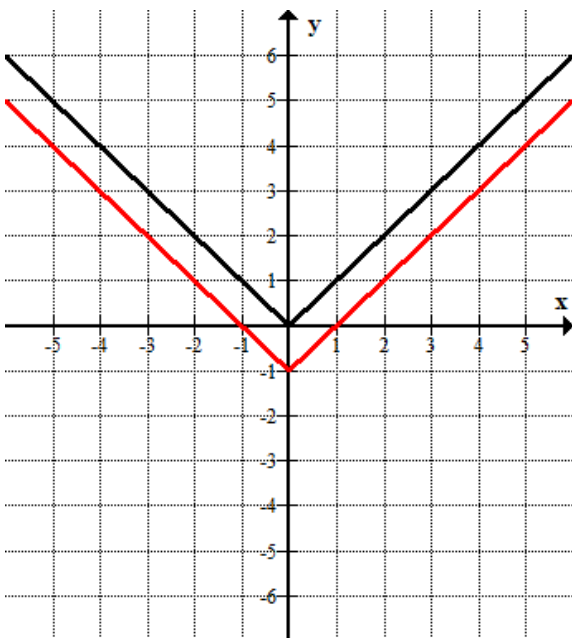


1. שרטטו במערכת צירים את הגרף הפונקציה $f(x) = |x| - 1$

ניתן להעזר בדסמוס לצורך השרטוט.

(שחור) $f(x) = |x|$

(אדום) $f(x) = |x| - 1$



2. פתרו את המשוואות, העזרו בגרף לפתרון:

$|x| - 1 = -3$

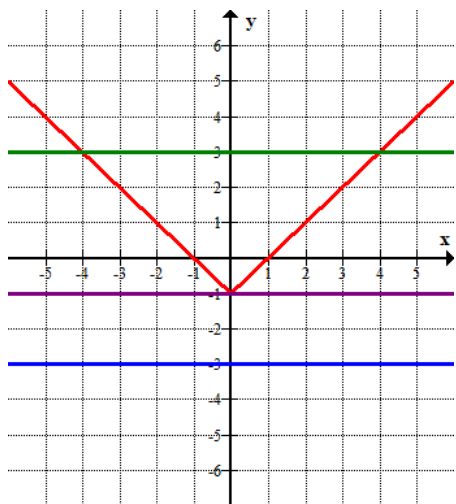
(אין פתרון (כחול)

$|x| - 1 = -1$

(סגול) $x = 0$

$|x| - 1 = 3$

(ירוק) $x = -4, 4$

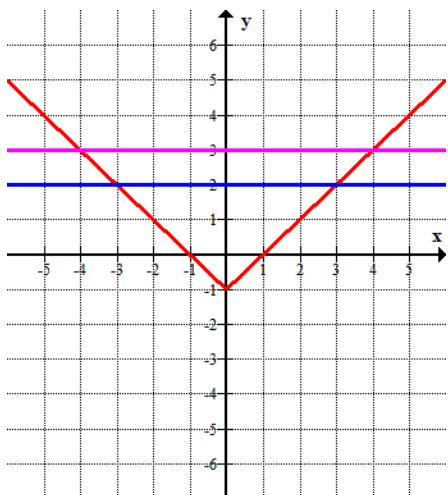


משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. פתרו את האי שוויונות, העזרו בגרף לפתרון:

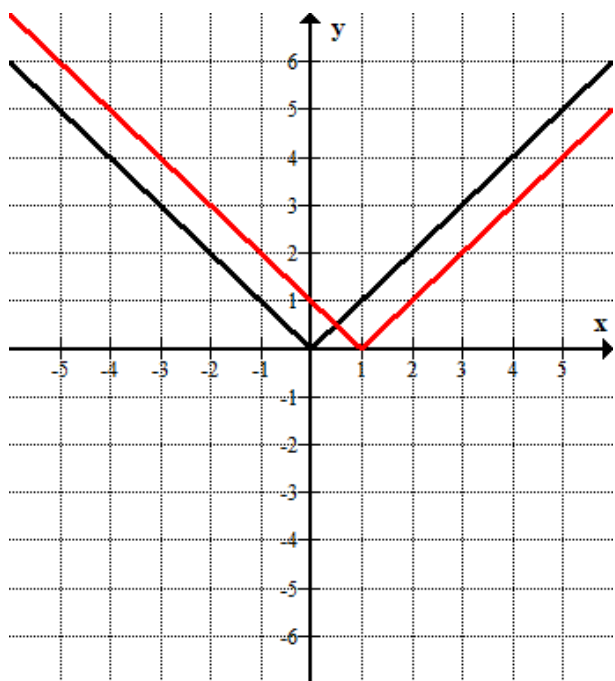
$$|x| - 1 > 3 \qquad |x| - 1 < 2$$

$$(ורוד) \quad x > 4 \text{ או } x < -4 \qquad (\text{כחול}) \quad -3 < x < 3$$



4. שרטטו במערכת צירים את הגרף הפונקציה $f(x) = |x - 1|$

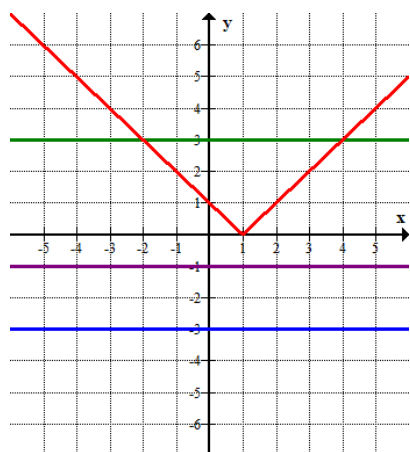
ניתן להעזר בדסמוס לצורך השרטוט.



5. פתרו את המשוואות, העזרו בגרף לפתרון:

$$|x - 1| = -3 \qquad |x - 1| = -1 \qquad |x - 1| = 3$$

$$(\text{כחול}) \quad \text{אין פתרון} \qquad (\text{סגול}) \quad \text{אין פתרון} \qquad (\text{ירוק}) \quad x = -2, 4$$



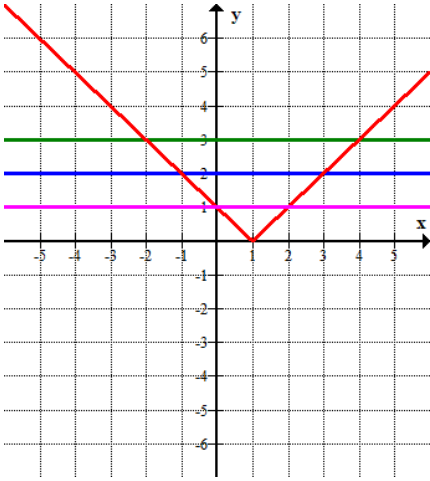
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

6. פתרו את האי שוויונות, העזרו בגרף לפתרון:

$$|x - 1| > 1 \qquad |x - 1| > 3 \qquad |x - 1| < 2$$

$$-1 < x < 3 \quad (\text{כחול}) \quad x > 4 \text{ או } x < -2 \quad (\text{ירוק})$$

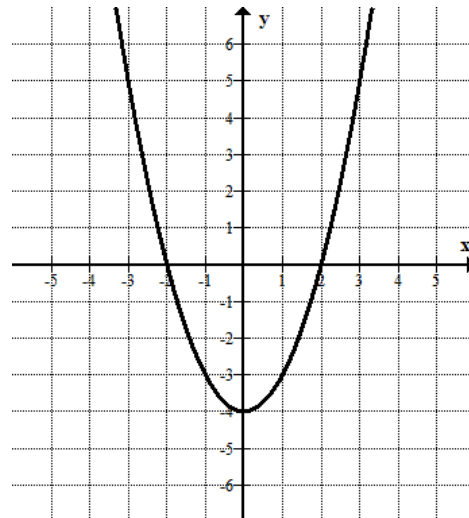
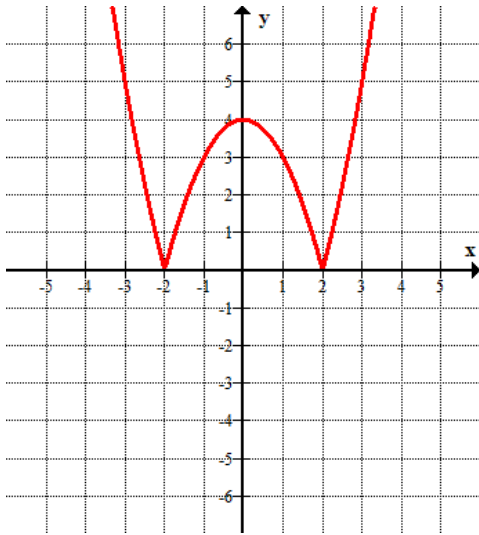
$$x > 2 \text{ או } x < 0 \quad (\text{ורוד})$$



ב. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = |x^2 - 4|$



מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? R – כל המספרים
 ניתן להעזר בדסמוס לצורך השרטוט.



לדין:

- האם לפונקציה נקודות אפס? לפונקציה שתי נקודות אפס $(-2, 0)$ $(2, 0)$
- האם לפונקציה נקודות קיצון? לפונקציה נקודות קיצון $(-2, 0)$ $(2, 0)$
- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה / הפונקציה יורדת
 הפונקציה עולה עבור $-2 < x < 0$, $x > 2$

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הפונקציה יורדת עבור $x < 2$ או $0 < x < -2$
- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית / הפונקציה שלילית
הפונקציה חיובית בתחום: $x > 2$ או $-2 < x < 2$ או $x < -2$
לא קיים תחום בו הפונקציה שלילית.

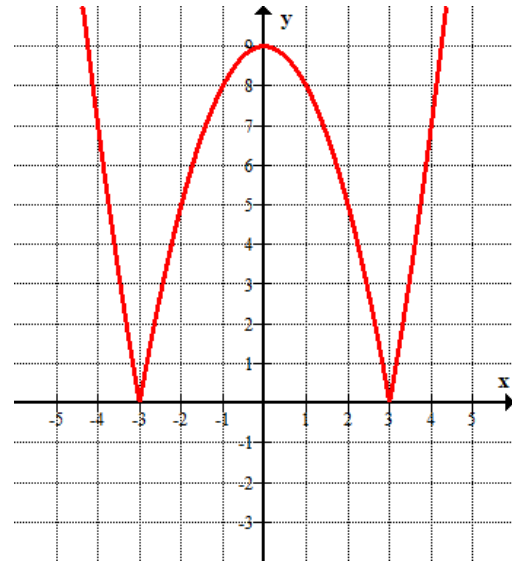
בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>

 Desmos | Graphing Calculator

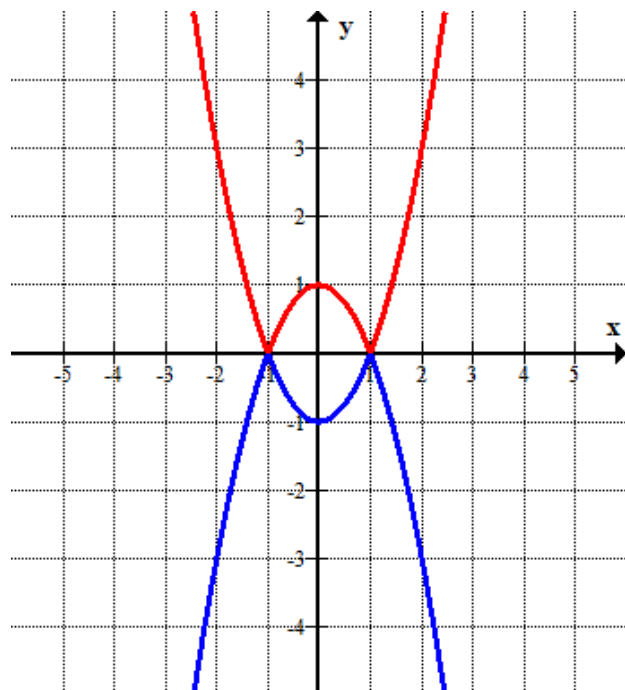
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

1. שרטטו במערכת צירים את הגרף הפונקציה $f(x) = |x^2 - 9|$



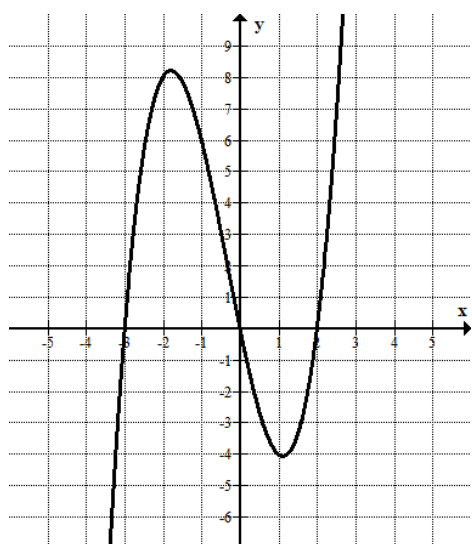
2. שרטטו במערכת צירים את הגרפים של הפונקציות
 $f(x) = |x^2 - 1|$ (אדום) ו- $g(x) = -|x^2 - 1|$ (כחול)



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



ג. פונקציית הערך המוחלט, גרף הפונקציה
 הערך המוחלט של מספר חיובי הוא אפס או המספר עצמו
 הערך המוחלט של מספר שלילי הוא המספר הנגדי לו.
 כיצד מתבטא בגרף?

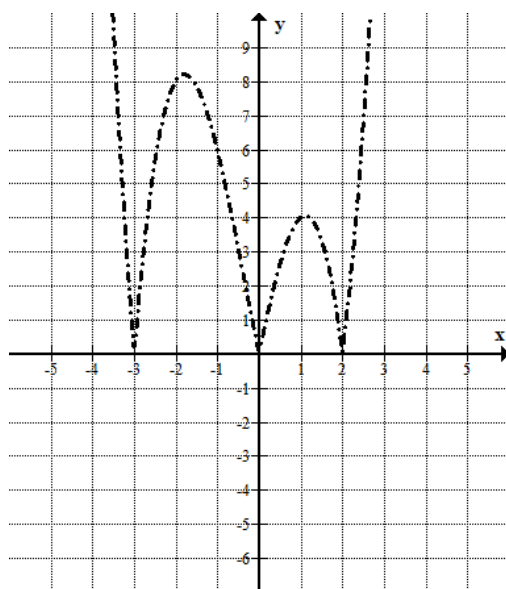


נתון גרף הפונקציה $f(x)$:

נקודות האפס של הפונקציה הן: $(-3,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$

תחום החיוביות של הפונקציה: $x > 2$ או $-3 < x < 0$

תחום השליליות של הפונקציה: $0 < x < 2$ או $x < -3$



נתון גרף הפונקציה $|f(x)|$

נקודות האפס של הפונקציה הן: $(-3,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$

הפונקציה חיובית בתחום:

$$x < -3$$

$$-3 < x < 0$$

$$0 < x < 2$$

$$x > 2$$

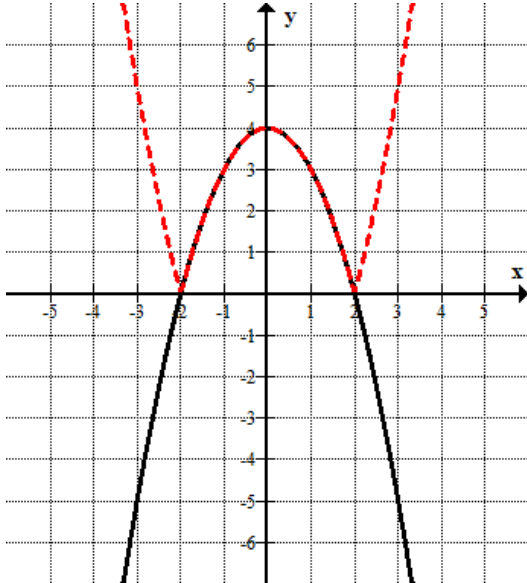
משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגול:

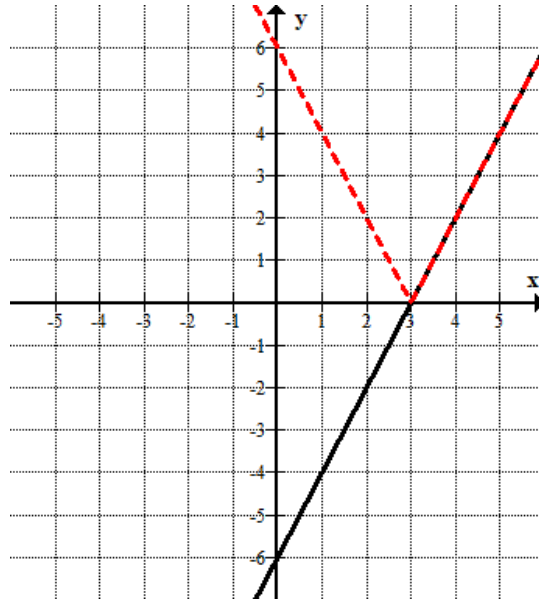


1. לכל אחת מהפונקציות המשוורטטות שרטטו גרף של הפונקציה בערך מוחלט:

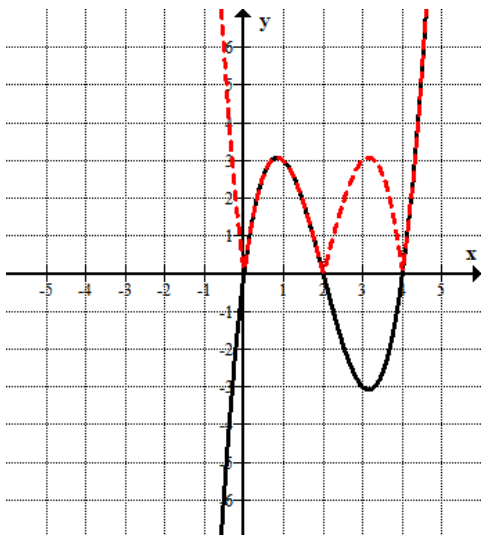
ב.



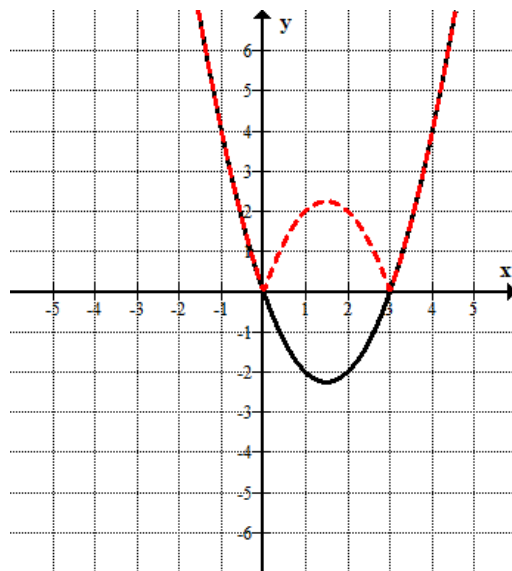
א.



ד.

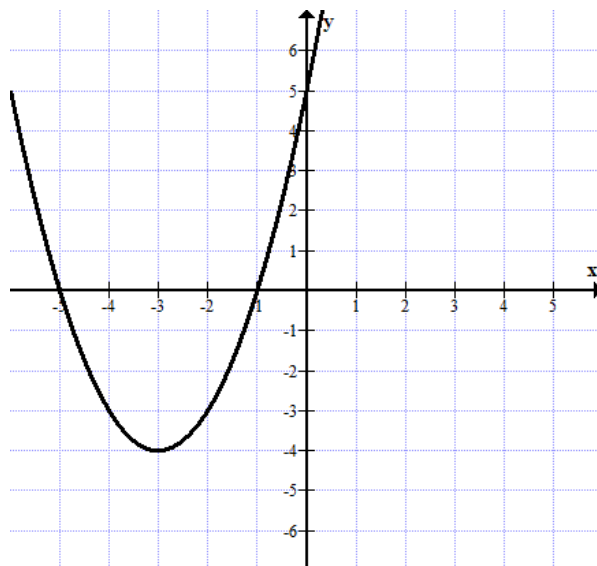


ג.



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.



א. רשמו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y . $(0,5)$

ב. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה $(-5,0)$ $(-1,0)$

ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה? $y = -4$

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

1. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$

2. רשמו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם

ציר ה- y . $(0,5)$

3. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה.

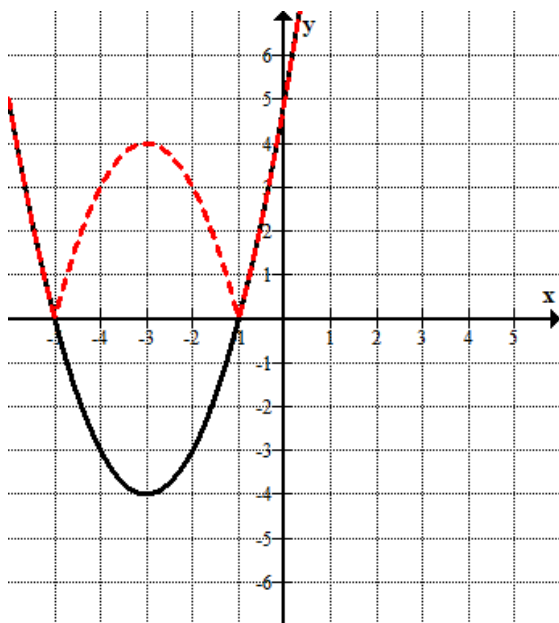
$(-1,0)$ $(-5,0)$

4. מהו הערך המינימלי של הפונקציה? $y = 0$

5. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה?

נקודות מינימום: $(-1,0)$ $(-5,0)$

נקודת מקסימום: $(-3,4)$



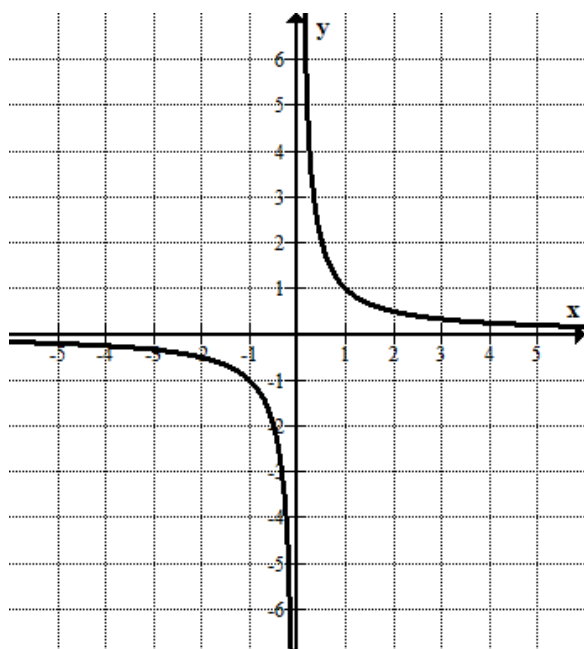
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ד. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x}$ 🤔

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? $x \neq 0$

ב. נעזר בטבלת ערכים לצורך שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	אין	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$



לדיון: 🧑

- האם ייתכן שלפונקציה יש נקודות אפס?

לא. למשוואה $\frac{1}{x} = 0$ אין פתרון

- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה / הפונקציה יורדת

הפונקציה יורדת עבור $x < 0$ או $x > 0$

- האם לפונקציה נקודות קיצון?

לפונקציה אין נקודות קיצון.

- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית / הפונקציה שלילית

פונקציה חיובית $x > 0$,

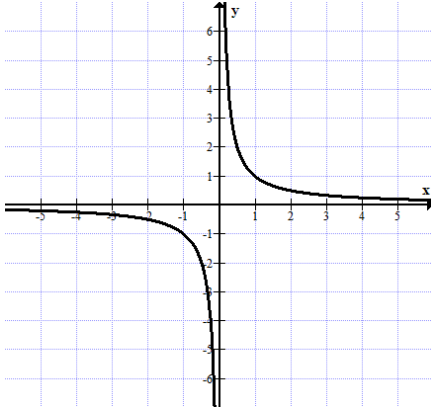
פונקציה שלילית $x < 0$

בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>

 Desmos | Graphing Calculator

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הסבר:

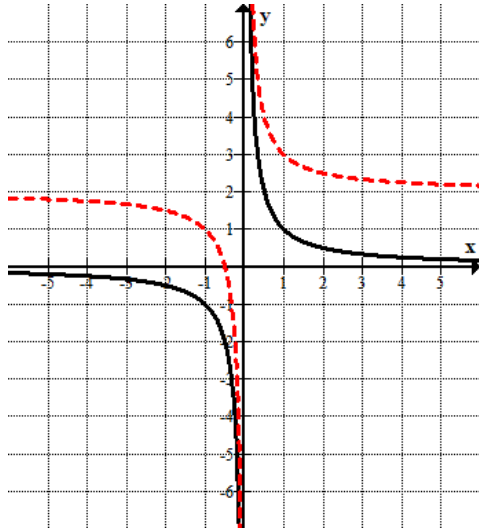


הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x}$ מוגדרת בתחום $x \neq 0$.
 הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה.
 נגדיר: הפונקציה יורדת עבור $x < 0$ או $x > 0$

תרגול:



1. שרטטו במערכת צירים את הגרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} + 2$



ניתן להעזר בדסמוס לצורך השרטוט.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? $x \neq 0$

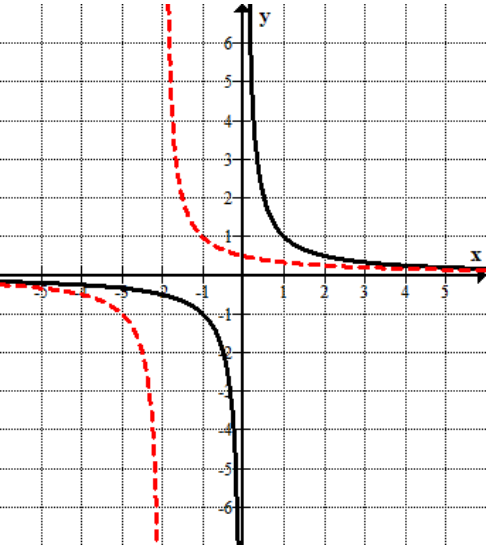
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. שרטטו במערכת צירים את הגרף הפונקציה

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

ניתן להעזר בדסמוס ליצור השרטוט.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? $x \neq -2$



ה. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$



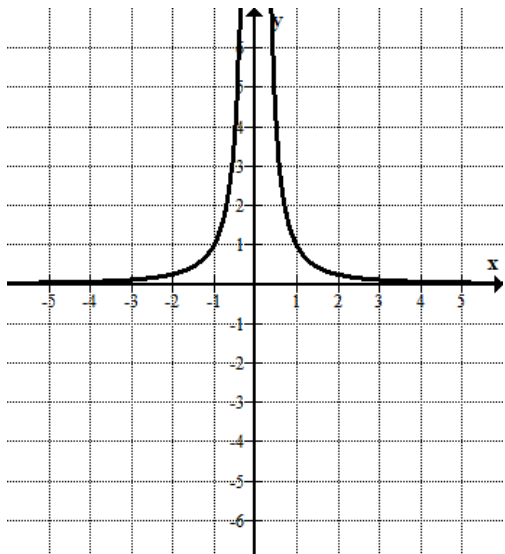
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? $x \neq 0$

ב. נעזר בטבלת ערכים ליצור שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16	אין	16	4	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$



לדין:



- האם ייתכן שלפונקציה נקודות אפס?

לא. למשוואה $\frac{1}{x^2} = 0$ אין פתרון

- האם לפונקציה נקודות קיצון?

לפונקציה אין נקודות קיצון.

- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה /

הפונקציה יורדת

הפונקציה עולה עבור $x < 0$ יורדת עבור $x > 0$

- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית /

הפונקציה שלילית

הפונקציה חיובית בכל תחומה.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

<https://www.desmos.com> בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos

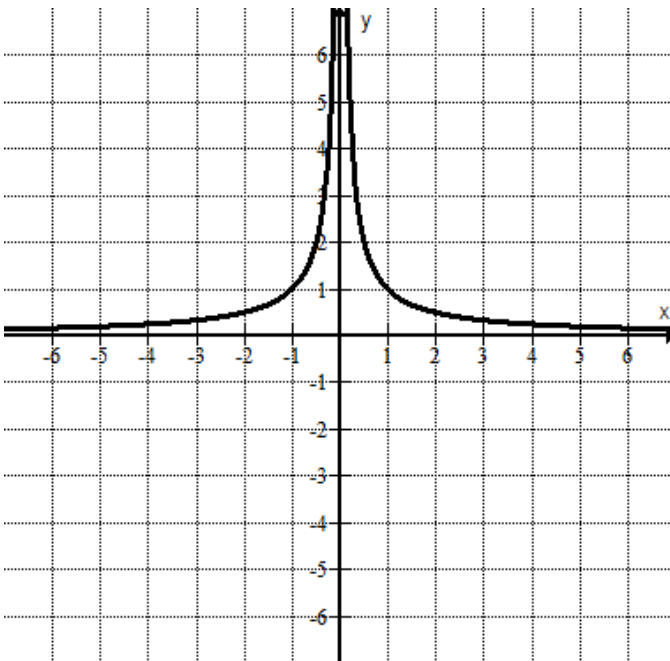


1. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{|x|}$ 🤔

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. נעזר בטבלת ערכים לצורך שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:

x	-3	-2	-1	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{ x }$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	אין	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$



לדיון:

- האם ייתכן שלפונקציה נקודות אפס?

לא. למשוואה $\frac{1}{|x|} = 0$ אין פתרון

- האם לפונקציה נקודות קיצון?

לפונקציה אין נקודות קיצון.

- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה /

הפונקציה יורדת

הפונקציה עולה עבור $x < 0$ יורדת

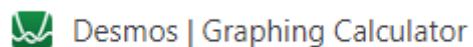
עבור $x > 0$

- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית /

הפונקציה שלילית

הפונקציה חיובית בכל תחומה.

<https://www.desmos.com> בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

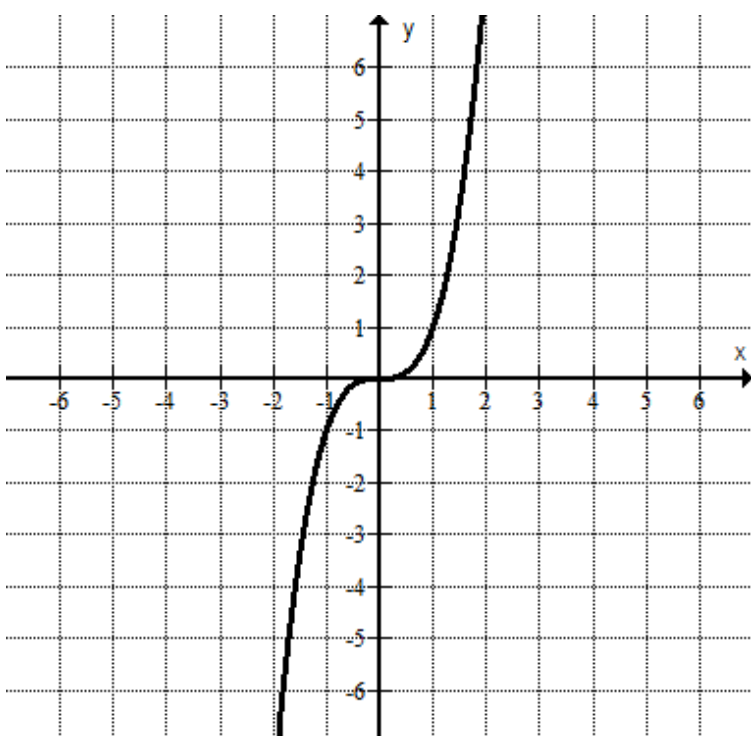
ז. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = x^3$



א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. נעזר בטבלת ערכים לצורך שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f(x) = x^3$	8	1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1	8



לדיון:



- האם לפונקציה נקודות אפס?
נקודת האפס של הפונקציה היא $(0,0)$
- האם לפונקציה נקודות קיצון?
לפונקציה אין נקודות קיצון
- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה / הפונקציה יורדת
הפונקציה עולה בכל תחומה
- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית / הפונקציה שלילית
הפונקציה שלילית עבור $x < 0$
הפונקציה חיובית עבור $x > 0$

בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>



Desmos | Graphing Calculator

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

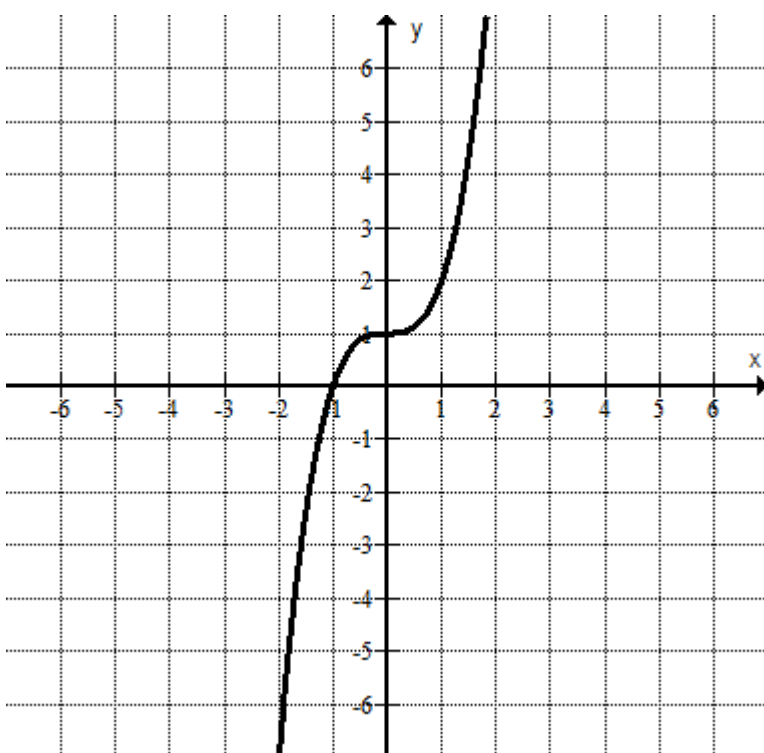
ח. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = x^3 + 1$



א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. נעזר בטבלת ערכים לצורך שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה:

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f(x) = x^3 + 1$	9	2	$\frac{7}{8}$	1	$1\frac{1}{8}$	2	9



לדין:



- האם לפונקציה נקודות אפס?
נקודת האפס של הפונקציה היא $(-1, 0)$
- האם לפונקציה נקודות קיצון?
לפונקציה אין נקודות קיצון
- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה / הפונקציה יורדת
הפונקציה עולה בכל תחומה
- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית / הפונקציה שלילית
הפונקציה שלילית עבור $x < -1$
הפונקציה חיובית עבור $x > -1$

בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>

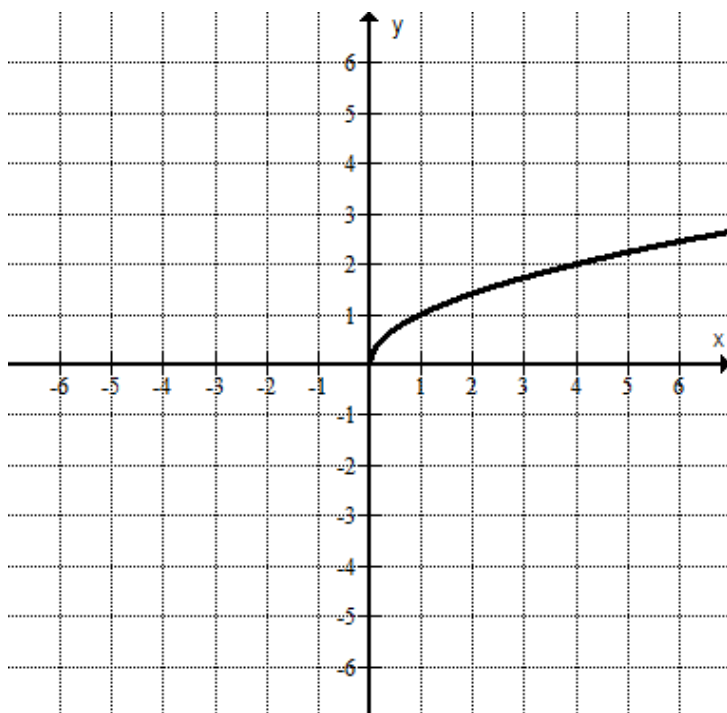


Desmos | Graphing Calculator

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ט. נכיר את גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$ 🤔


מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? **תחום ההגדרה $x \geq 0$**
ניתן להעזר בדסמוס לצורך השרטוט.



לדיון: 🧑

- האם יש שלפונקציה נקודות אפס?
נקודת האפס $(0,0)$
- האם לפונקציה נקודות קיצון?
נקודת הקיצון $(0,0)$
- קבעו באיזה תחום הפונקציה עולה / הפונקציה יורדת
הפונקציה עולה בכל תחומה
- קבעו באיזה תחום הפונקציה חיובית / הפונקציה שלילית
הפונקציה חיובית עבור $x > 0$

בדקו את גרף הפונקציה באמצעות התוכנה Desmos <https://www.desmos.com>

 Desmos | Graphing Calculator

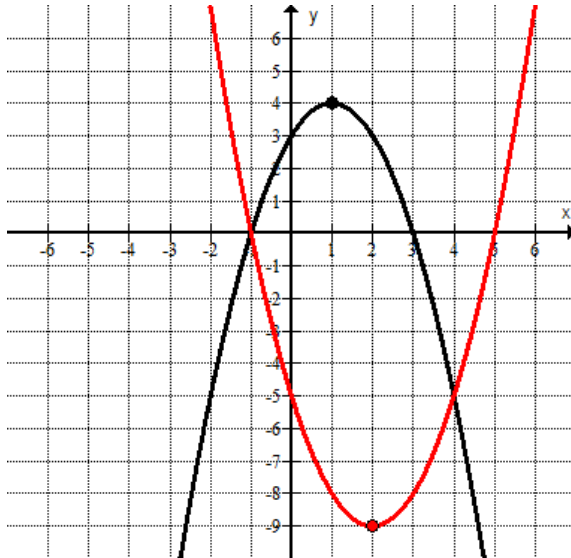
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

תרגילי סיכום

1.



א. שרטטו סקיצה אפשרית לפונקציה ריבועית (פרבולה) $f(x)$ שקדקודה ב- $(1,4)$ ונקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x הן כאשר $x = 3$ ו- $x = -1$.



ב. שרטטו (באותה מערכת צירים) סקיצה אפשרית לפונקציה ריבועית (פרבולה) $g(x)$ שקדקודה ב- $(2,-9)$ ואחת משתי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא כאשר $x = 5$

שאלות לאחר השרטוט:

א. כמה פתרונות למשוואה: $f(x) = 7$ **שני פתרונות** ולמשוואה: $g(x) = 7$ **שני פתרונות**

ב. עבור אילו ערכי x מתקיים:

א. $f(x) > 0$ $-1 < x < 3$

ב. $f(x) < 0$ $x > 3$ או $x < -1$

ג. $g(x) > 0$ $x > 5$ או $x < -1$

ד. $g(x) < 0$ $-1 < x < 5$

ג. ידוע שכאשר $x = 4$, $f(x) = g(x)$

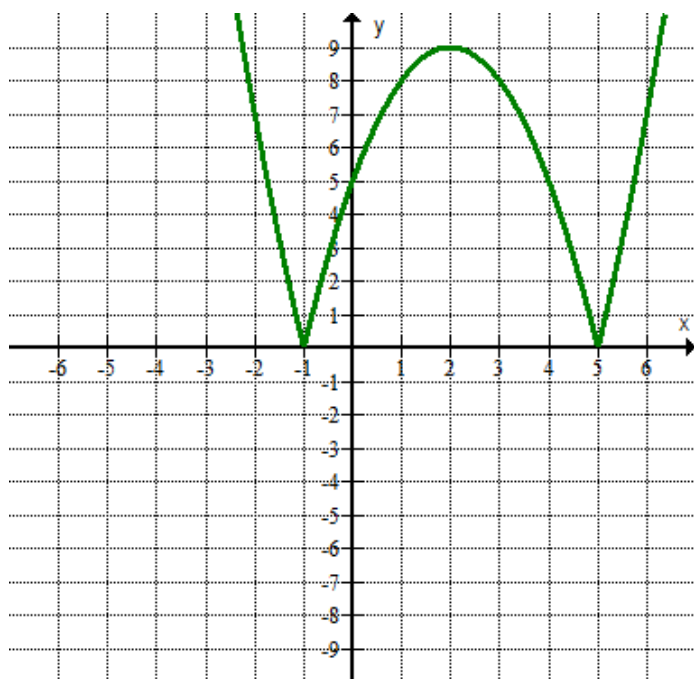
עבור אילו ערכי x מתקיים: א. $g(x) < f(x)$ $-1 < x < 4$
ב. $g(x) > f(x)$ $x < -1$ או $x > 4$

ד. נגדיר פונקציה חדשה המקיימת: $h(x) = f(x) - 3$

רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של $h(x)$. $(1,1)$

ה. נגדיר פונקציה חדשה $p(x)$ המקיימת: $p(x) = |g(x)|$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



שרטטו סקיצה אפשרית ל- $p(x)$

ו. נתון כי: $m(x) = f(x + 2)$ רשמו את נקודות האפס של $m(x)$ $(1,0)$ $(-3,0)$

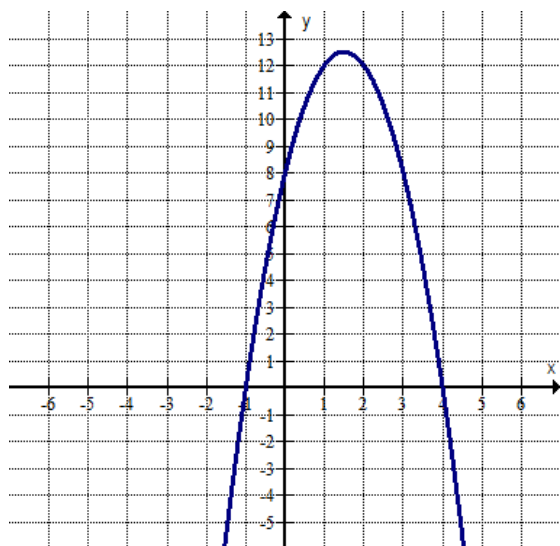
ז. הגדירו פונקציה חדשה המקיימת קשר כלשהו עם $f(x)$ או $g(x)$ ותנו לאחד החברים להבין קשר זה או לשרטט אותו.

$$r(x) = -2x^2 + 6x + 8 \quad r(x) = f(x) - g(x)$$

הערה: התרגיל מבוסס על שאלה בנוסח תרגיל המופיעה בספרי הלימוד: מצאו לאילו ערכי x גדולים ערכי הפרבולה (1) מערכי הפרבולה (2)

$$(1) \quad y = x^2 - 4x - 5$$

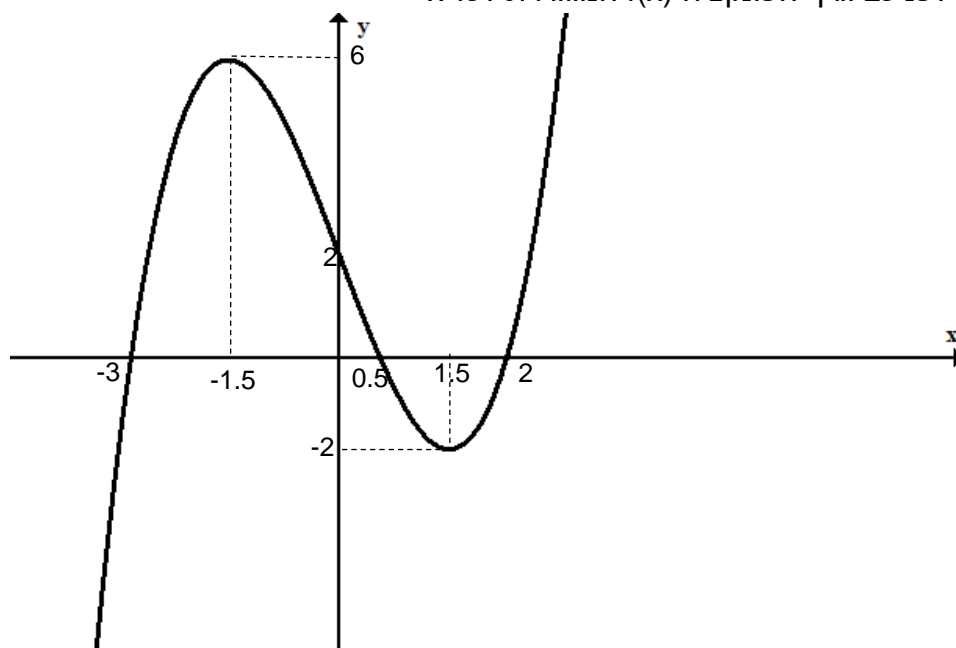
$$(2) \quad y = -x^2 + 2x + 3$$



טיפ: אחרי דיון בשרטוט לפי תכונות נתונות, ניתן להקליד את הפונקציות ב DESMOS השרטוטים יופיעו באופן מדויק על הלוח וכך יהיה קל יותר לדון ולענות על שאר הסעיפים.

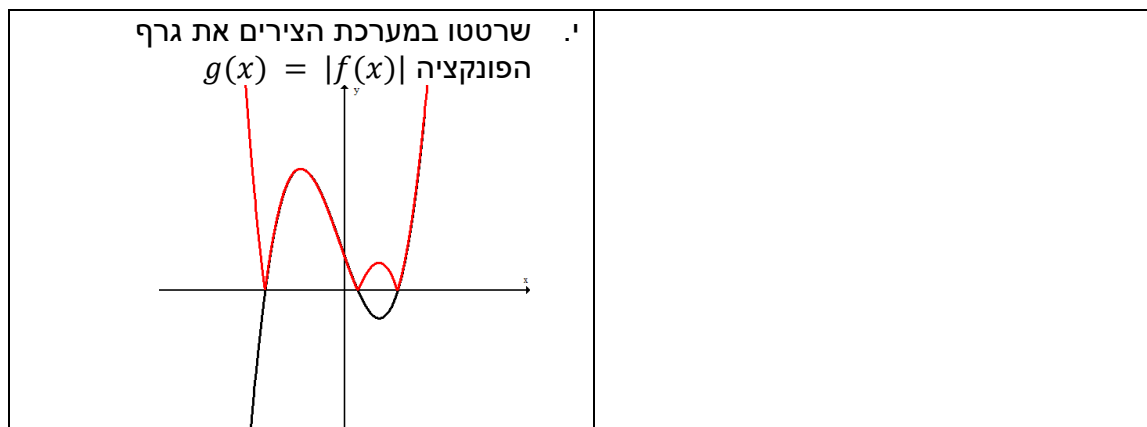
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x



<p>ה. למשוואה $y = 2$ יש 3 נקודות חיתוך עם $f(x)$ למשוואה $y = -3$ יש 1 נקודות חיתוך עם $f(x)$ למשוואה $y = 6$ יש 2 נקודות חיתוך עם $f(x)$</p> <p>ו. כתבו ערך כלשהו של k עבורו למשוואה $y = k$ יהיו לה 3 נקודות חיתוך עם $f(x)$ $k = 1$</p> <p>ז. כתבו מהו התחום בו יכולים להיות ערכי k עבורו למשוואה $y = k$ יהיו לה 3 נקודות חיתוך עם $f(x)$ $-2 < k < 6$</p> <p>ח. כמה נקודות חיתוך עם ציר x יהיו לפונקציה $g(x) = f(x) + 3$? נקודה אחת</p> <p>ט. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $t(x) = f(x - 1)$ $(-0.5, 6)max, (2.5, -2)min$</p>	<p>א. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים: ציר y: $(0, 2)$ ציר x: $(-3, 0)$ $(0.5, 0)$ $(2, 0)$</p> <p>ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית? $-3 < x < 0.5$, או $x > 2$ באיזה תחום הפונקציה שלילית? $x < -3$, או $0.5 < x < 2$</p> <p>ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה. רשמו ליד כל נקודה אם היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום $(-1.5, 6)max, (1.5, -2)min$</p> <p>ד. באיזה תחום הפונקציה עולה? $x < -1.5$ או $x > 1.5$ באיזה תחום הפונקציה יורדת? $-1.5 < x < 1.5$</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



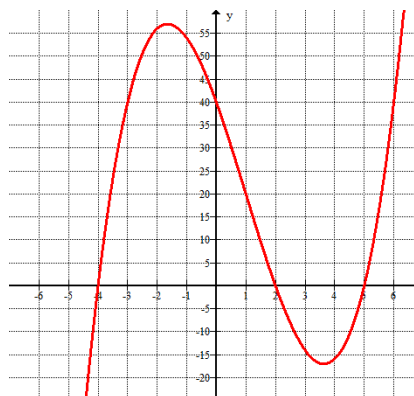
3. א. מצאו נקודות חיתוך עם ציר ה-x של הפונקציה $f(x) = (x + 4)(x - 2)(x - 5)$

$$0 = (x + 4)(x - 2)(x - 5)$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 2, \quad x = 5$$

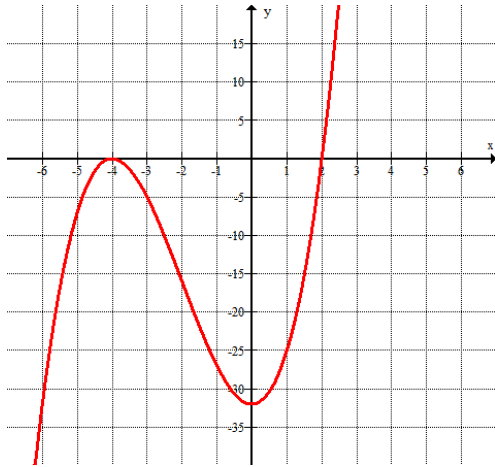
$$(-4,0) \quad (2,0) \quad (5,0)$$

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים (רמז: בדקו באיזה תחום הפונקציה שלילית ובאיזה תחום חיובית).



ג. הסבירו מדוע יש לפונקציה לפחות נקודת מינימום אחת ולפחות נקודת מקסימום אחת.
נקודות האפס הן $(-4,0)$ $(2,0)$ $(5,0)$. נקודות אלה מחלקות את הציר לארבעה תחומים:
 $x < -4$, $-4 < x < 2$, $2 < x < 5$, $x > 5$
מכיוון שהפונקציה מוגדרת לכל x ומכיוון ש $f(-4) = f(2) = 0$ הרי שכאשר $-4 < x < 2$ לכל הערכים של הפונקציה יש סימן שווה. נבדוק למשל $f(0) > 0$ כלומר בכל התחום הפונקציה חיובית ולכן יש לה לפחות נקודת מקסימום אחת.
מכיוון שהפונקציה מוגדרת לכל x ומכיוון ש $f(2) = f(5) = 0$ הרי שכאשר $2 < x < 5$ לכל הערכים של הפונקציה יש סימן שווה. נבדוק למשל $f(3) < 0$ כלומר בכל התחום הפונקציה שלילית ולכן יש לה לפחות נקודת מינימום אחת.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



4. א. מצאו נקודות אפס של הפונקציה

$$g(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - 2)$$

$$0 = (x + 4)^2 \cdot (x - 2)$$

$$x = -4, x = 2$$

$$(-4, 0) \quad (2, 0)$$

ב. מצאו תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה.

$$x < -4, \quad \text{או} \quad -4 < x < 2$$

$$x > 2$$

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

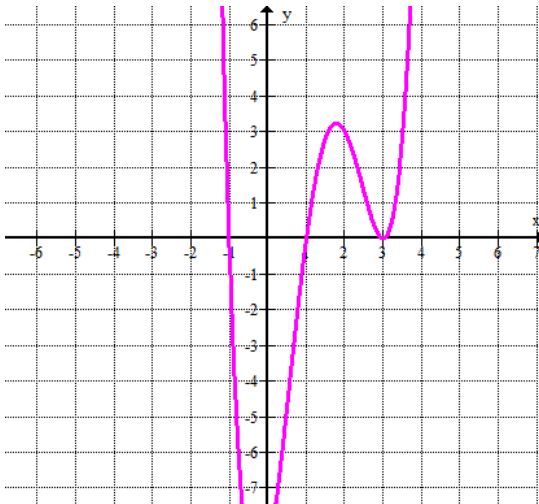
5. שרטטו גרפים אפשריים של הפונקציות הבאות: (מצאו תחילה את נקודות האפס)

א. $G(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$

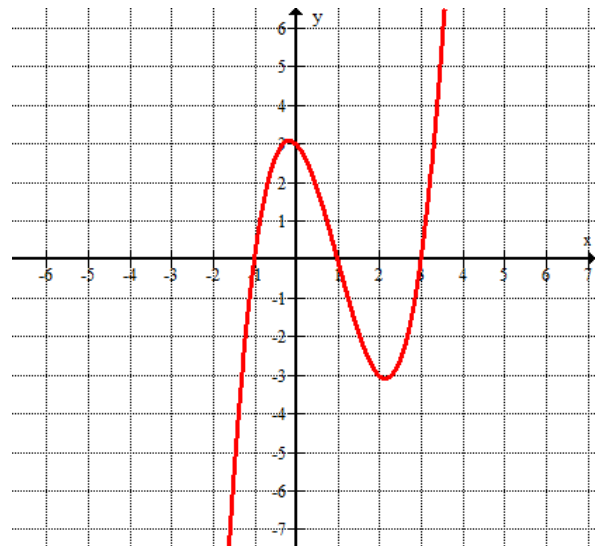
ב. $F(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x - 1)$

ג. $H(x) = (x - 3)(x + 1)^2(x - 1)$

ד. $P(x) = (x - 3)^2(x + 1)^2$

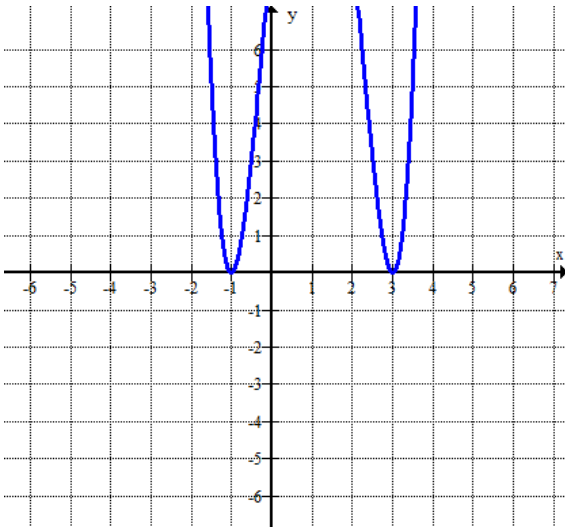


$$F(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x - 1)$$

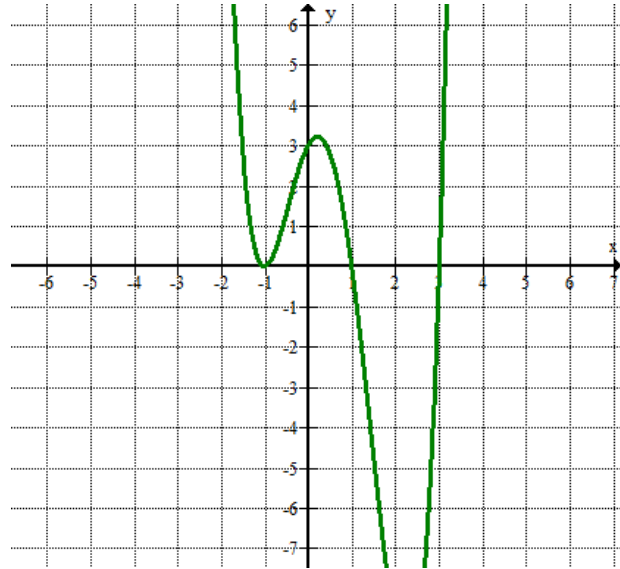


$$G(x) = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

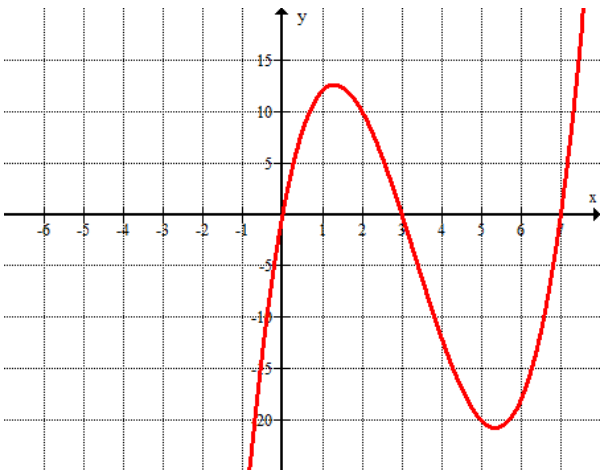


$$P(x) = (x - 3)^2(x + 1)^2$$



$$H(x) = (x - 3)(x + 1)^2(x - 1)$$

6. א. פתרו את המשוואה הבאה $x^3 - 10x^2 + 21x = 0$



$$\begin{aligned} x^3 - 10x^2 + 21x &= 0 \\ x(x^2 - 10x + 21) &= 0 \\ x(x - 3)(x - 7) &= 0 \\ x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 7 \end{aligned}$$

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $y = x^3 - 10x^2 + 21x$

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2$

הפונקציה מוגדרת לכל x , רציפה. נקודות

הקיצון היחידות של הפונקציה הן:

נקודת מקסימום $(0,0)$

נקודת מינימום $(2,-4)$.

א. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר y

$$0^3 - 3 \cdot 0^2 = 0$$

$(0,0)$

ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

$$0 = x^3 - 3x^2$$

$$0 = x^2(x - 3)$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3$$

$(0,0) \quad (3,0)$

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה? נמקו

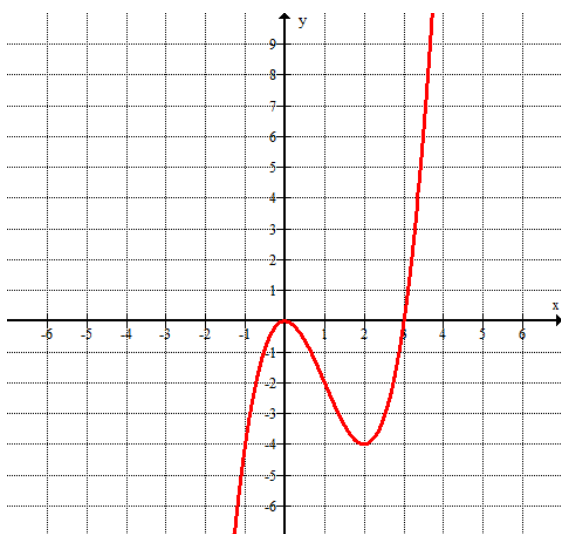
נקודות האפס הן: $(0,0) \quad (3,0)$. נקודות אלה מחלקות את הציר לשלושה תחומים:

$$x < 0, \quad \text{או} \quad 0 < x < 3, \quad \text{או} \quad x > 3$$

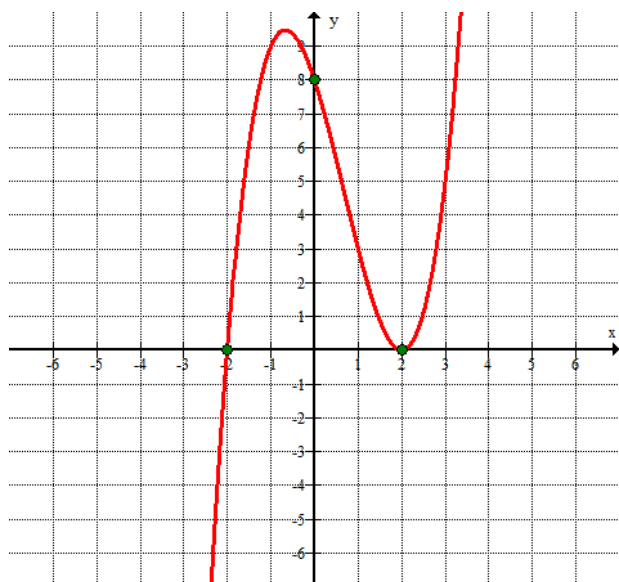
בתוך כל תחום הסימן של הפונקציה קבוע ואפשר למצוא את הסימן על-ידי בדיקה של נקודה

אחת למשל $f(-1) < 0$ לכן בתחום $x < 0$ הפונקציה שלילית.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה



8. נתונה הפונקציה $y = (x - 2)^2 \cdot (x + 2)$

הפונקציה מוגדרת לכל x , רציפה.

א. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר y

$$(0 - 2)^2 \cdot (0 + 2) = 8$$

$(0, 8)$

ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

$$0 = (x - 2)^2 \cdot (x + 2)$$

$$x_1 = -2, \quad x_2 = -2$$

$(-2, 0) \quad (-2, 0)$

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי העלייה

והירידה של הפונקציה? נמקו

לא, אין מידע לגבי נקודות הקיצון של הפונקציה

ד. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה? נמקו

נקודות האפס הן: $(-2, 0)$ $(2, 0)$. נקודות אלה מחלקות את הציר לשלושה תחומים:

$$x > 2, \quad \text{או} \quad -2 < x < 2, \quad \text{או} \quad x < -2$$

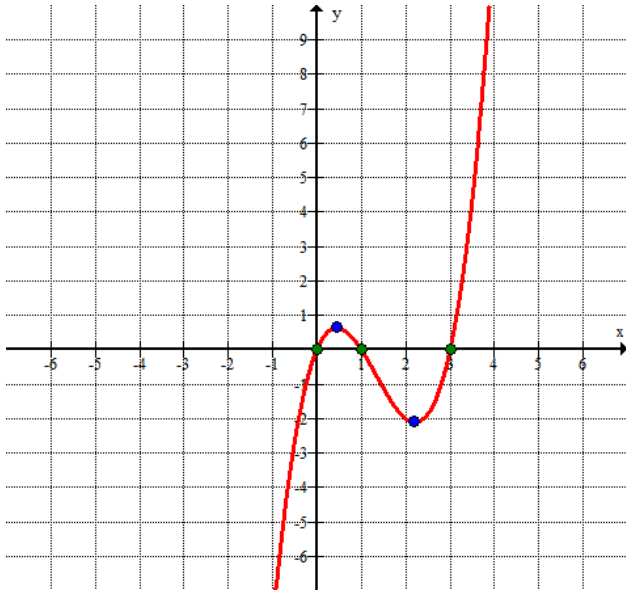
בתוך כל תחום הסימן של הפונקציה קבוע ואפשר למצוא את הסימן על-ידי בדיקה של נקודה אחת

למשל $f(-3) < 0$ לכן בתחום $x < -2$ הפונקציה שלילית.

ה. איזה מידע נחוץ כדי לשרטט סקיצה של גרף הפונקציה? חסר מידע לגבי נקודות המינימום

והמקסימום.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה



9. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

הפונקציה מוגדרת לכל x , רציפה. נקודות

הקיצון היחידות של הפונקציה הן: (שיעורי

הנקודות

הם מספרים מעוגלים)

נקודת מקסימום (0.45, 0.65)

נקודת מינימום. (2.2, -2.1)

א. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר y

$$0^3 - 4 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 = 0$$

(0,0)

ב. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x

$$x^3 - 4x^2 + 3x = 0$$

$$x(x-1)(x-3) = 0 \quad x(x^2 - 4x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 3$$

(0,0) (1,0) (3,0)

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה? נמקו

עבור תחומי העלייה והירידה ניעזר בנקודות המינימום והמקסימום:

תחום עלייה: $x > 2.2$, $x < 0.45$ תחום ירידה: $0.45 < x < 2.2$

ד. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה? נמקו

עבור תחומי העלייה והירידה ניעזר בנקודות החיתוך עם ציר x

תחום שליליות: $x > 2.2$, $x < 0.45$ תחום ירידה: $0.45 < x < 2.2$

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.