

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מבחן מפמ"ר במתמטיקה תשפ"ג – עתודה מדעית טכנולוגית – כיתה ט' - טור א

ב ה צ ל ח ה !

המבחן מתוכנן ל-120 דקות
השימוש במחשבון מותר

שם התלמיד: _____
כיתה: _____

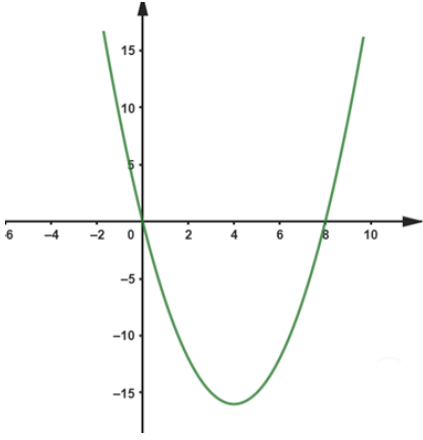
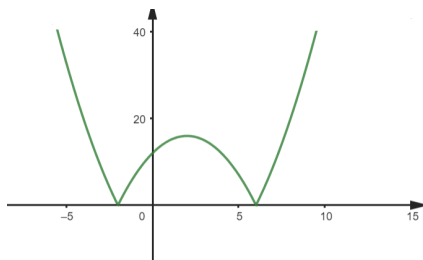
פרק א: פונקציות

ענו על שתי שאלות מתוך השאלות 1-3

1. נתונה פונקציה ריבועית $f(x)$.
הערך המינימלי של הפונקציה מתקבל בנקודה $(4, -16)$.
ידוע כי $(8, 0)$ הינה נקודת חיתוך עם ציר x (בתחום $x > 8$ הפונקציה חיובית).
א. כתבו ביטוי אלגברי המייצג את הפונקציה. נמקו.
ב. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$.
ג. רשמו את התחום בו הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם יורדת.
ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x + 2)$.
- רשמו את נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר x . נמקו
- רשמו את תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$.
ה. נתונה הפונקציה $k(x) = |g(x)|$. שרטטו את גרף הפונקציה $k(x)$.

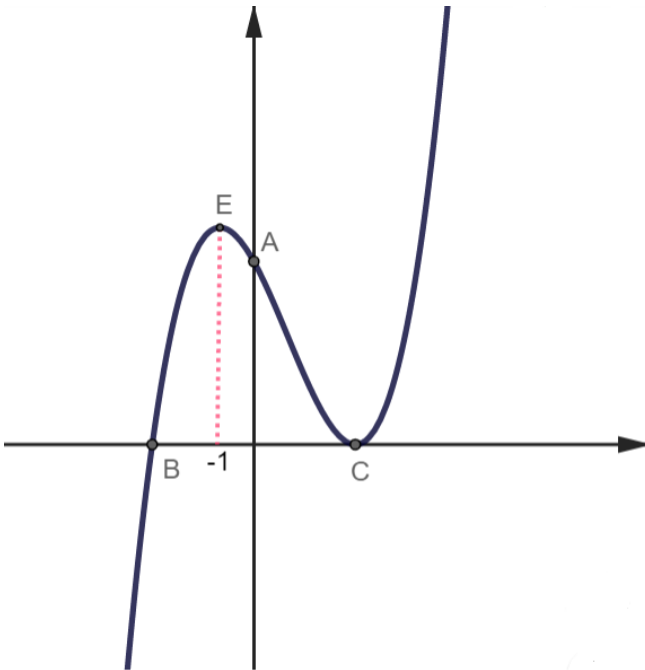
סעיף	פתרון	הערות
א	$f(x) = a(x - 4)^2 - 16$ $f(8) = a(8 - 4)^2 - 16 = 0$ ואז $a = 1$ $f(x) = (x - 4)^2 - 16$	4 נקודות, אם לא בדקו $f(8) = 0$ להוריד 2 נקודות.
ב	שרטוט:	4 נקודות

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

								
4 נקודות	$f(x)$ שלילית וגם יורדת : $0 < x < 4$	ג						
4 נקודות סה"כ. לכל נקודת חיתוך עם ציר ה'א' לתת 1 נקודות. סה"כ 2 נקודות. -תחום עליה 2 נקודות.	<p style="text-align: center;">ד</p> <p style="text-align: center;">- $f(x + 2)$ הזזה אופקית 2 יחידות שמאלה ולכן</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">$f(x + 2)$</th> <th style="width: 50%;">$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$(6, 0), (-2, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x</td> <td>$(8, 0), (0, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x</td> </tr> <tr> <td>נק' קודקוד $(2, -16)$</td> <td>נק' מינימום $(4, -16)$</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">- $x > 2$</p>	$f(x + 2)$	$f(x)$	$(6, 0), (-2, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x	$(8, 0), (0, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x	נק' קודקוד $(2, -16)$	נק' מינימום $(4, -16)$	
$f(x + 2)$	$f(x)$							
$(6, 0), (-2, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x	$(8, 0), (0, 0)$ נקודות חיתוך עם ציר x							
נק' קודקוד $(2, -16)$	נק' מינימום $(4, -16)$							
4 נקודות, אם לא סמנו, במערכת הצירים את נקודת הקיצון מסוג מקסימום נכון, להוריד 1 נקודה.		ה						

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = (x + 3)(x - 3)^2$



א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים. הציגו דרך.

ב. הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי כאשר $x = -1$

מצאו את שיעורי נקודת המקסימום.

ג. רשמו את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית וגם יורדת.

ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + m$

עבור אילו ערכי m לפונקציה נקודת חיתוך אחת עם ציר x ? נמקו.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$

1. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$.

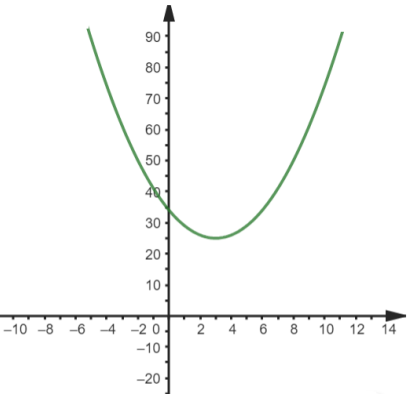
2. רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן. נמקו.

הערות	פתרון	סעיף
5 נק': חיתוך עם ציר ה x לתת 3 נק'. חיתוך עם ציר ה y לתת 1 נק'.	$f(0) = (0 + 3)(0 - 3)^2 = 27$ $(0, 27)$ $x - 3 = 0$ $x = 3$ $(3, 0)$ $x + 3 = 0$ $x = -3$ $(-3, 0)$	א
3 נקודות: הצבה 1 נק', חישוב 1 נק' וסיכום נק' 1 נק'.	$f(-1) = (-1 + 3)(-1 - 3)^2 = 32$ $(-1, 32)_{max}$	ב
4 נקודות	$-1 < x < 3$	ג
4 נקודות	$m > 0$ או $m < -32$	ד
2 נקודות, אם לא סימנו את נקודות הקיצון נכון, להוריד 1 נקודה.		ה 1
2 נקודות	$(3, 0)_{max}$ $(-1, -32)_{min}$	ה 2

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3. נתונה הפונקציה הריבועית $f(x) = (x - 3)^2 + 25$

- א. רשמו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה הנתונה, וקבעו את סוגה. נמקו
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה .
- ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$
- י. רשמו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ הציגו דרך.
- י. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
- י. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$.
- י. מצאו את מספר הפתרונות של המשוואה $g(x) = 3$. נמקו
- י. מצאו את מספר נקודות החיתוך בין הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ (אם יש). נמקו.
- ד. נתונה הפונקציה $k(x) = g(x - 3)$
- י. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)$ ורשמו סוגן. נמקו.
- י. מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $k(x)$.

הערות	פתרון	סעיף
3 נקודות	$(3, 25)_{min}$	א
3 נקודות		ב
כל תת סעיף 2 נקודות. (סה"כ סעיף ג' 10 נקודות)	<p>י. מוגדרת לכל $(x - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow (x - 3)^2 + 25 > 0$</p> <p>י. שורש ערך ה y של נקודת הקיצון ב f. $(3, 5)_{min}$</p>	ג

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

	<p>III. שרטוט למעלה.</p> <p>IV. אפס פתרונות. $y_{min} = 5$ ולכן אין ערך X עבורו $Y=3$.</p> <p>V. אין נקודות חיתוך בין שתי הפונקציות. פונקציה ושורש שלה נחתכים כאשר ערכי ה y שווים לאפס או אחד. הערך המינימלי של פונקצית השורש כאן הוא 5 והערך המינימלי של פונקציה f הוא 2.5.</p>	
2 נקודות 2 נקודות	<p>I. הזזה אופקית 3 יח' ימינה, $min(6, 5)$</p> <p>II. $x > 6$</p>	ד

פרק ב: מיומנויות אלגבריות

	$\frac{22}{x^2-25} + \frac{1}{x^2-10x+25} = \frac{3}{x-5}$ $\frac{22}{(x-5)(x+5)} + \frac{1}{(x-5)^2} = \frac{3}{x-5}$ $22(x-5) + x + 5 = 3(x-5)(x+5)$ $22x - 110 + x + 5 = 3x^2 - 75$ $3x^2 - 23x + 30 = 0$ $x_1 = 6 \quad x_2 = \frac{10}{6}$ <p>ת.ה: $x \neq -5, 5$</p>	4										
2 נק' 6 נק' 5 נק' 5 נק' 2 נק'	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%; text-align: center;">2 נק'</td> <td>פירוק המכנה לגורמים</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">6 נק'</td> <td>מציאת מכפלה משותפת מינימלית וכפל של שני אגפים</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5 נק'</td> <td>פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5 נק'</td> <td>מציאת שורשים</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2 נק'</td> <td>תחום הגדרה</td> </tr> </table>	2 נק'	פירוק המכנה לגורמים	6 נק'	מציאת מכפלה משותפת מינימלית וכפל של שני אגפים	5 נק'	פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים	5 נק'	מציאת שורשים	2 נק'	תחום הגדרה	
2 נק'	פירוק המכנה לגורמים											
6 נק'	מציאת מכפלה משותפת מינימלית וכפל של שני אגפים											
5 נק'	פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים											
5 נק'	מציאת שורשים											
2 נק'	תחום הגדרה											

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

3 נק'	רבע שני האגפים	$\sqrt{2x - 1} + 2 = x$ $2x - 1 = (x - 2)^2$ $2x - 1 = x^2 - 4x + 4$ $x^2 - 6x + 5 = 0$ $(x - 5)(x - 1) = 0$ $x_1 = 5 \quad x_2 = 1$ בדיקת הפתרונות... לאחר הצבת הפתרונות במשוואה המקורית, הפתרון הוא: $x = 5$ ת.ה: $x \geq 0.5$	5
7 נק'	פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים		
4 נק'	מציאת השורשים		
2 נק'	בדיקת הפתרון		
2 נק'	מציאת פתרון נכון		
2 נק'	ת.ה		

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פרק ג: אוריינות מתמטית:
 ענו על השאלה הבאה

6. בחנות ספרים מסוימת מוכרים ספר בשם "מתמטיקה בחיי היומיום" ב 90 ש"ח לספר. בדרך כלל מצליחים למכור בשבוע אחד 20 ספרים. איש המכירות מעוניין להעלות את המכירות. הוא טען כי כל הורדת מחיר ב-2 ש"ח לספר תאפשר לחנות למכור 4 ספרים נוספים בשבוע.

א. אם מחיר הספר הוא 84 ש"ח מהו מספר הספרים שנמכרו באותו שבוע?

ב. אם מחיר הספר 80 ש"ח מהי הכנסת החנות ממכירת הספרים בשבוע הזה?

ג. סמנו ב x את מספר הפעמים שהחנות הורידה את המחיר ב-2 ש"ח.

1. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את מחיר הספר לאחר x הוזלות (2 ש"ח בכל פעם).

2. בחרו את הפונקציה המתארת את הכנסת החנות ממכירת הספרים בשבוע לאחר x הוזלות:

$$y = (90 - 2x)(20 + 4x) \quad (i) \qquad y = (90 - 2x) + (20 + 4x) \quad (ii)$$

$$y = (90 + 2x)(20 - 4x) \quad (iv) \qquad y = \frac{90-2x}{20+4x} \quad (iii)$$

ד. אם ימכרו בחנות כל ספר ב-70 ש"ח, האם הכנסת החנות בשבוע תגדל ביחס למצב הראשוני? נמקו.

ה. מהי ההכנסה המירבית שניתן להשיג בשבוע ממכירת הספר "מתמטיקה בחיי היומיום"? נמקו.

הערות	פתרון	סעיף
3 נקודות	3 פעמים הוזלה של 2 ש"ח: $20 + 3 \cdot 4 = 32$ כלומר 32 ספרים	א
3 נקודות	5 פעמים הוזלה של 2 ש"ח: $20 + 5 \cdot 4 = 40$ כלומר נמכרו 40 ספרים במחיר של 80 ש"ח. הכנסת החנות ממכירה זו: $40 \cdot 80 = 3200$ ש"ח.	ב
4	$90 - 2x$ מחיר הספר אחרי x הוזלות של 2 ש"ח	1ג
3	$y = (90 - 2x)(20 + 4x)$	2ג
3	המצב הראשוני: $20 \cdot 90 = 1800$ - אם הספר נמכר ב 70 ש"ח כלומר $x = 10$ הוזלות: ואז ההכנסה של החנות היא: $y = (90 - 2 \cdot 10)(20 + 4 \cdot 10) = 4200$ אז גדלה	ד
4	ההכנסה המקסימלית מתרחשת בנקודת המקסימום של הפרבולה והינה (20, 5000) ואז ההכנסה המקסימלית הינה 5000 ש"ח	ה

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

פרק ד: גיאומטריה

ענו על שאלה אחת מבין השאלות 7-8

7. לפניכם ריבוע $ABCD$ ששטחו 64 סמ"ר, אלכסוניו

נחתכים בנקודה O . המלבן $GFKH$ חסום במשולש BOC .

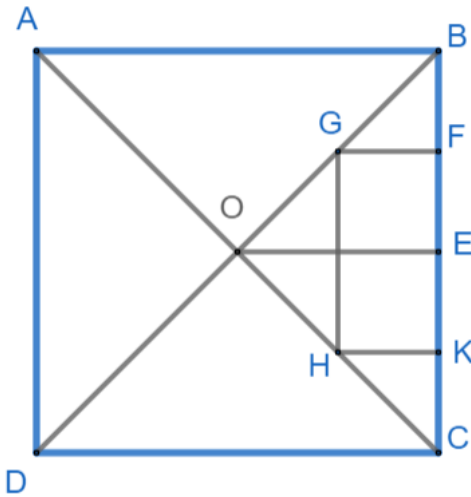
נתון כי: $OE \perp BC, OG = BG$.

א. מהו סוג המשולש BOE . נמקו.

ב. חשבו את אורך הקטע GE . הציגו דרך החישוב.

ג. הסבירו למה המרובע $AGHD$ הוא טרפז שווה שוקיים.

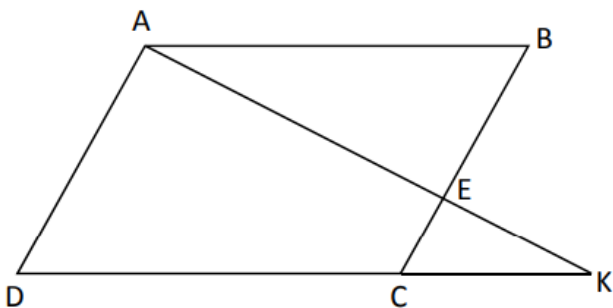
ד. חשבו שטח הטרפז $AGHD$. הציגו דרך החישוב.



הערות	פתרון	סעיף
5 נק'	<p>(1) $OB = OC$ אלכסונים הריבוע שווים וחוצים זה את זה</p> <p>(2) משולש שווה שוקיים לפי (1)</p> <p>(3) $OB \perp OC$ אלכסונים הריבוע מאונכים</p> <p>(4) $OE \perp BC$ נתון</p> <p>(5) OE תיכון ל BC אנך לבסיס במשולש ש"ש תיכון לבסיס.</p> <p>(6) $OE = EC = EB$ תיכון ליתר שווה למחצית היתר.</p> <p>לכן המשולש BOE ישר זווית וש"ש</p>	א
5 נק'	<p>(7) $OG = BG$ נתון</p> <p>(8) GE תיכון ליתר OB ושווה למחצית היתר.</p> <p>ולכן: $GE = BG = OG$</p> <p>שטח המשולש הוא 64 סמ"ר - שטח הריבוע שווה למחצית מכפלת האלכסונים:</p> $\frac{BD \cdot AC}{2} = 64$ $BD = \sqrt{128} \iff 128 = BD^2$ $GE = BG = \frac{BD}{4} = \sqrt{8}$	ב

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

5 נק'	<p style="text-align: center;">$GH \parallel FK$ מלבן</p> <p style="text-align: center;">$AG, GH \parallel AD$ אינו מקביל ל HD לכן $AGHD$ טרפז</p> <p style="text-align: center;">$\Delta BFG \approx \Delta CKH$ (חפיפה לפי צ.ז.צ) נובע כי:</p> <p style="text-align: center;">$BG = CH$</p> <p style="text-align: center;">לכן $AH = DG$</p> <p style="text-align: center;">טרפז שאלכסוניו שווים הוא טרפז שווה שוקיים.</p>	ג
5 נק'	<p style="text-align: center;">סמ"ר $S_{AGHD} = \frac{(GH+AD)h}{2} = \frac{(4+8)6}{2} = 36$</p> <p style="text-align: center;">או דרך חישוב השטחים: $S_{\Delta ABO} = S_{\Delta ADO} = S_{\Delta DCO} = S_{\Delta CBO} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = 16$</p> <p style="text-align: center;">$S_{\Delta AGO} = S_{\Delta DHO} = \frac{S_{\Delta ABO}}{2}$</p> <p style="text-align: center;">כי תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווה שטח.</p> <p style="text-align: center;">$S_{\Delta HGO} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}BO \cdot \frac{1}{2}CO = CS_{\Delta BCO}$</p>	ד



8. נתונה מקבילית $ABCD$ ($AD \parallel BC, AB \parallel CD$).
- E נקודה על הקטע BC . המשך הקטע AE פוגש את הקטע DC בנקודה K .
- נתון: $BE = 4$ ס"מ, $CE = 2$ ס"מ.
- א. הוכיחו $\Delta ABE \sim \Delta KCE$.
 - ב. מצאו משולש נוסף הדומה ΔKCE . נמקו.
 - ג. חשבו את היחסים $\frac{CE}{DA}$, $\frac{AB}{KC}$. הציגו דרך החישוב.
 - ד. נתון כי שטח משולש ABE שווה 14 סמ"ר.
1. חשבו את שטח משולש ACE . הציגו דרך החישוב.
 2. חשבו את שטח מקבילית $ABCD$. הציגו דרך החישוב.

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

הערות	פתרון	סעיף
4 נקודות	$CK \parallel AB$ ולכן קיימות זוויות מתחלפות שוות. $\angle BAE = \angle EKC$ זוויות מתחלפות בין שני מקבילים $\angle ABE = \angle ECK$ זוויות מתחלפות בין שני מקבילים $\angle BEA = \angle CEK$ זוויות קודקודיות לכן $\triangle ABE \sim \triangle KCE$ לפי משפט (ז.ז.ז)	א
4 נקודות	$\angle AKD = \angle EKC$ זוויות משותפת $\angle ECK = \angle ADK$ זוויות מתאימות בין שני מקבילים במקבילית לכן: $\triangle KDA \sim \triangle KCE$ לפי משפט (ז.ז.ז)	ב
4 נקודות	$\triangle ABE \sim \triangle KCE$ לכן היחס בין הצלעות המתאימות שווה: $\frac{AB}{KC} = \frac{BE}{CE} = \frac{4}{2} = 2$ $\triangle KDA \sim \triangle KCE$ $\frac{KD}{KC} = \frac{DA}{CE} = \frac{6}{2} = 3$ $\frac{CE}{DA} = \frac{1}{3}$	ג
4 נקודות	לכן $\frac{BE}{CE} = \frac{4}{2} = 2$ היחס בין השטחים הוא אותו יחס בין הצלעות. ואז שטח המשולש ACE הוא מחצית שטח המשולש ואז 7 סמ"ר	1ד
4 נקודות	אלכסון במקבילית מחלק אותה לשני משולשים חופפים ושווה שטח, לכן שטח המקבילית הוא כפול 2 של שטח המשולש ABC ולכן: $(14 + 7) \cdot 2 = 42$ סמ"ר	2ד