

**תוספת לחוברת
"וקטורים ברמה של 4
יח"ל על פי תכנית
הלימודים החדשה"**

תוכן עניינים

תוספת תרגילים לסעיף 1.1

תרגילים עם צורות במישור עמ' 3

הכרת גופים ומושגים במרחב, תרגילים עם גופים עמ' 5

תוספת תרגילים לסעיף 1.2

חיבור וחיסור וקטורים עמ' 9

תוספת תרגילים לסעיפים 1.3, 4.3

כפל וקטור בסקלר עמ' 10

וקטורים קולינאריים, צירוף לינארי של

שני וקטורים לא קולינאריים עמ' 12

תוספת תרגילים לסעיפים 5.1 – 5.2

זווית בין שני וקטורים. המכפלה

הסקלרית ותכנותיה עמ' 18

תוספת תרגילים לסעיף 5.3

שימושים במכפלה הסקלרית לחישובים

בצורות וגופים עמ' 20

ישר מאונך למישור. מנסרה ישרה. המשך שימושים

במכפלה הסקלרית לחישובים בגופים עמ' 26

תרגילים מבחינות הבגרות בנושא וקטור בגישה גאומטרית עמ' 36

תוספת תרגילים לסעיפים 3.2, 4.3

וקטור בגישה אלגברית עמ' 44

תוספת תרגילים לסעיף 5.4

שימושים במכפלה הסקלרית בגישה אלגברית עמ' 54

תרגילים מבחינות הבגרות בנושא וקטור בגישה אלגברית עמ' 64

תוספת תרגילים לסעיף 1.1

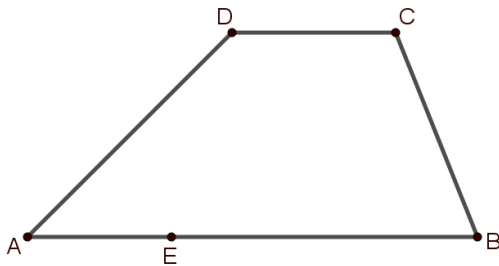
נושאים:

הגדרה. סימון.

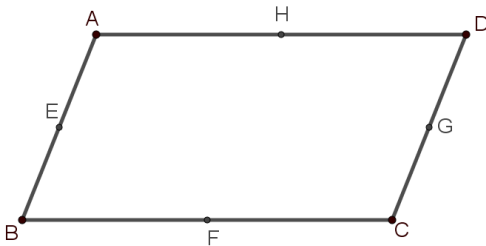
וקטורים קולינאריים.

וקטורים שווים. וקטורים נגדיים.

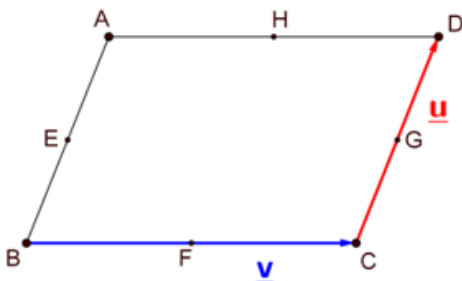
תרגילים עם צורות במישור



1. א. בטרפז ABCD הנקודה E נמצאת על הבסיס AB. רשמו דוגמאות של זוגות הווקטורים הקולינאריים.



ב. במקבילית ABCD הנקודות E, G, F, H הן אמצעי הצלעות AB, CD, BC, AD. רשמו דוגמאות של זוגות הווקטורים הקולינאריים. (אפשר להוסיף וקטורים על ידי חיבור הנקודות הנתונות).



2. במקבילית ABCD הנקודות E, G, F, H הן אמצעי הצלעות AB, CD, BC, AD. נסמן: $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{u}$.

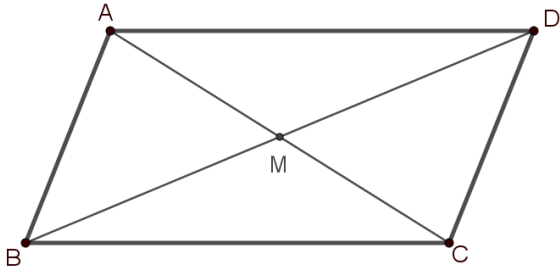
א. רשמו וקטור השווה ל- \underline{u} ווקטור השווה ל- \underline{v} .

ב. רשמו וקטורים השווים ל- $-\underline{u}$ ורשמו וקטורים השווים ל- $-\underline{v}$.

ג. רשמו וקטורים השווים לווקטור \vec{BF} ורשמו וקטורים השווים ל- $-\vec{BF}$.

ד. רשמו וקטורים השווים לווקטור \vec{CG} ורשמו וקטורים השווים ל- $-\vec{CG}$.

ה. חברו נקודות שמופיעות בשרטוט כדי ליצור וקטורים שווים ווקטורים נגדיים נוספים. רשמו דוגמאות של וקטורים מסוגים אלה.



3. במקבילית ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה M.

א. רשמו וקטורים שקולינאריים לווקטור \overrightarrow{AM} .

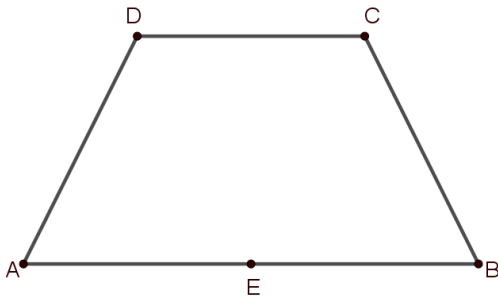
ב. רשמו וקטור השווה לווקטור \overrightarrow{AM} ורשום וקטור

השווה לווקטור $-\overrightarrow{AM}$.

ג. רשמו שלושה זוגות של וקטורים שווים

שלא כוללים את הווקטור \overrightarrow{AM} .

ד. רשמו שלושה זוגות של וקטורים נגדיים.



4. בטרפז שווה שוקיים ABCD הנקודה E

היא אמצע הבסיס AB (ראה סרטוט).

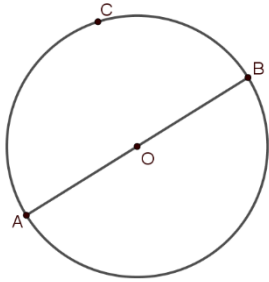
נתון $AE = DC$. נסמן: $\overrightarrow{AE} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

א. רשמו את כל הווקטורים השווים ל- \underline{u} .

ב. רשמו את כל הווקטורים השווים ל- $-\underline{v}$.

ג. רשמו ארבעה זוגות של וקטורים קולינאריים.

ד. האם נכון כי $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$? נמקו.



5. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O. הנקודה C

נמצאת על המעגל.

האם נכון:

$$(1) \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO} \quad (2) \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} \quad (3) |\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OC}| ?$$

6. תנו דוגמאות של צורות עם וקטורים שווים, נגדיים וקולינאריים.

הכרת גופים ומושגים בסיסיים במרחב

נושאים:

תכונות הגופים:

מנסרה (לאו דווקא ישרה).

מקרים פרטיים של מנסרה: מקבילון, תיבה, קובייה.

פירמידה (לאו דווקא ישרה).

פירמידה ישרה.

מושגים בסיסיים במרחב:

קביעת מישור (על ידי שני ישרים נחתכים, שלוש נקודות שאינן על ישר אחד, ישר ונקודה מחוץ לישר, שני ישרים מקבילים).

מצב הדדי בין ישר למישור (ישר נמצא במישור, ישר ומישור נחתכים בנקודה אחת, ישר ומישור מקבילים).

מצב הדדי בין שני מישורים (מישורים נחתכים וישר חיתוך, מישורים מקבילים).

מצב הדדי בין שני ישרים (נחתכים, מקבילים, מצטלבים).

תרגילים עם גופים

7. לפניכם סרטוט של הפירמידה המשולשת ABCD.

א. הציגו את המישור של בסיס הפירמידה על ידי:

- שני ישרים נחתכים.

- שלוש נקודות שאינן על ישר אחד.

- ישר ונקודה מחוץ לישר.

ב. מה מצב הדדי בין מישור ADC למישור ABC?

ג. מהם המישורים שהישר BC הוא הישר החיתוך שלהם?

ד. מה המצב ההדדי

(1) בין הישר BD למישור BDC?

(2) בין הישר BD למישור ABC?

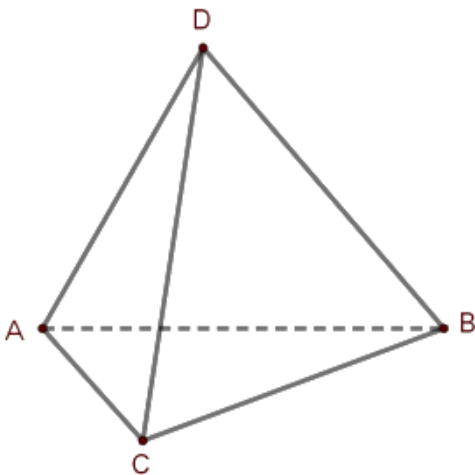
(3) בין הישר AC לישר BD?

ה. הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות BD ו-CD.

(1) מה המצב ההדדי בין הישר EF לישר BC?

(2) מה המצב הדדי בין הישר EF למישור ADC?

(3) מה המצב ההדדי בין הישר EF למישור ABC?



8.

בסיס הפירמידה $SABCD$ הוא מקבילית $ABCD$.

א. (1) רשמו נקודה וישר שבעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס.

(2) רשמו שני ישרים נחתכים שבעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס.

(3) רשמו שני ישרים מקבילים שבעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס.

ב. הישר AB הוא ישר החיתוך של אלו שני מישורים!

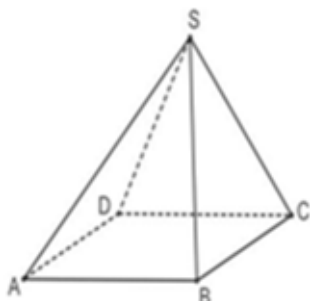
ג. מה המצב הדדי:

(1) בין מישור הבסיס למישור SBC ? אם הם נחתכים רשמו את ישר החיתוך.

(2) בין הישר DC למישור הבסיס!

(3) בין הישר DC למישור SAB !

(4) בין הישר DC לישר SB !



9.

נתון מקבילון $ABCD A' B' C' D'$.

א. (1) רשמו נקודה וישר בעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס $ABCD$.

(2) רשמו שני ישרים נחתכים שבעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס $ABCD$.

(3) רשמו שני ישרים מקבילים שבעזרתם אפשר להגדיר את מישור הבסיס $ABCD$.

ב. הישר BB' הוא ישר החיתוך של המישורים _____
ג. מה המצב ההדדי:

(1) בין מישור הבסיס $ABCD$ למישור $B'C'CB$? אם הם נחתכים רשמו את ישר החיתוך.

(2) בין המישורים $ABCD$ ו- $A'B'C'D'$?

(3) בין הישר AD למישור $AA'D'D$?

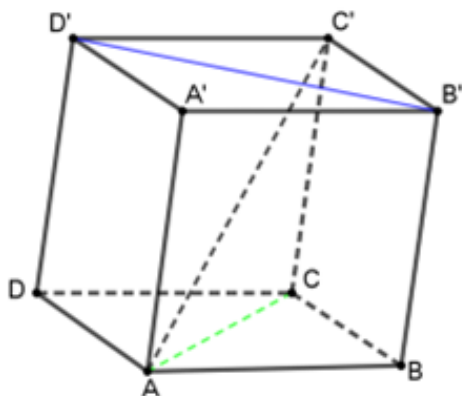
(4) בין הישר AC' למישור $ABCD$?

(5) בין הישר $A'D'$ למישור $ABCD$?

(6) בין הישר AC לישר $B'D'$?

ד. (1) באלו מישורים נמצאת הנקודה A ?

(2) באלו מישורים לא נמצאת הנקודה A ?



10. נתון מקבילון $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. רשמו את הווקטורים השווים לווקטור הבא:

(1) \underline{u} (2) \underline{v} (3) \underline{w} (4) $-\underline{v}$ (5) $-\underline{w}$.

ב. הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות DC

ו- $D' C'$ בהתאמה.

(1) רשמו חמישה וקטורים הקולינאריים

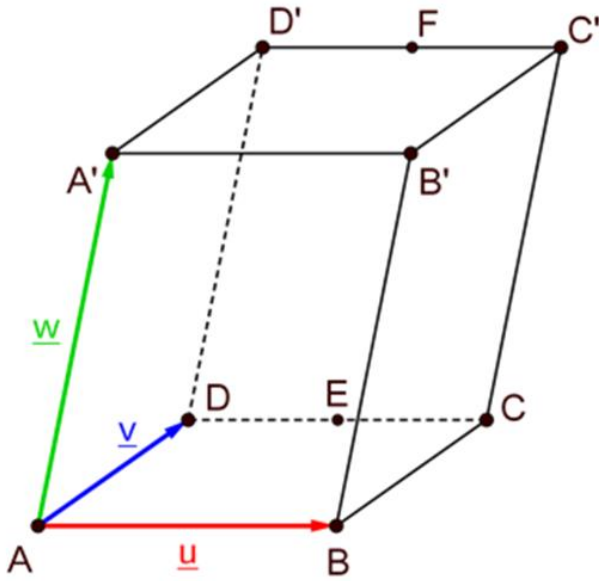
לווקטור \overrightarrow{DE} .

(2) רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור \overrightarrow{DE} .

(3) רשמו את כל הווקטורים הנגדיים לווקטור \overrightarrow{FE} .

ג. (1) אלו מישורים מגדירים וקטורים \underline{u} ו- \underline{v} ?

(2) מה המצב ההדדי בין מישורים אלה?



11.

בקובייה $ABCD A' B' C' D'$ הנקודות H, G, F, M, M' הן

אמצעי הקטעים כמו שמתואר בציור לפניכם.

א. רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור $\overrightarrow{M' C'}$.

ב. (1) רשמו דוגמאות של חמישה וקטורים הקולינאריים לווקטור \overrightarrow{AF} .

(2) רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור \overrightarrow{AF} .

ג. (1) רשמו דוגמאות של חמישה וקטורים הקולינאריים לווקטור \overrightarrow{DH} .

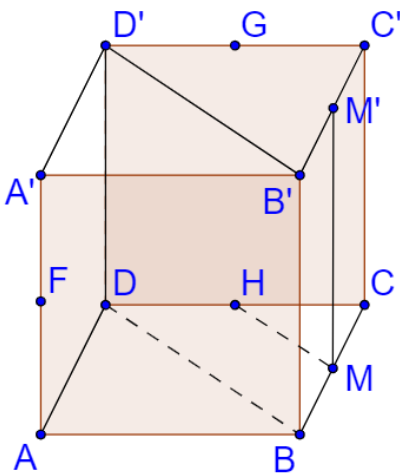
(2) רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור $-\overrightarrow{DH}$.

ד. (1) רשמו דוגמאות של חמישה וקטורים הקולינאריים לווקטור \overrightarrow{GH} .

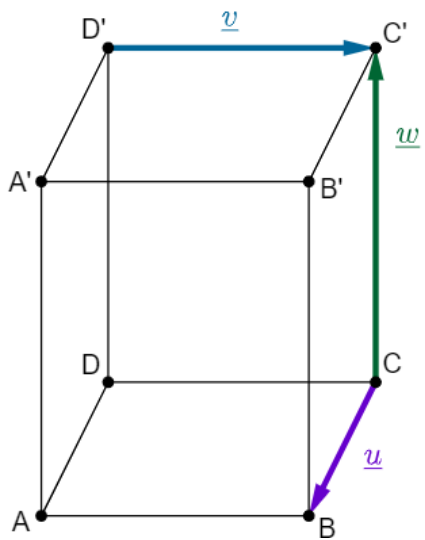
(2) רשמו דוגמאות של חמישה וקטורים שכייונם נגדי לווקטור \overrightarrow{GH} .

ה. (1) רשמו את כל הווקטורים הקולינאריים לווקטור \overrightarrow{HM} .

(2) רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור $-\overrightarrow{HM}$.



.12



בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

נסמן: $\vec{CB} = \underline{u}$, $\vec{D'C'} = \underline{v}$, $\vec{CC'} = \underline{w}$.

א. רשמו (בעזרת הקודקודים) את כל הווקטורים

השווים לווקטורים הבאים:

(1) $-\underline{u}$ (2) \underline{v} (3) $-\underline{w}$.

ב. האם נכון:

(1) $\vec{AC} = \vec{BD}$?

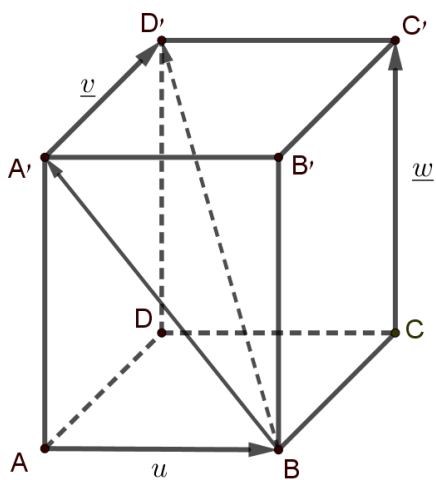
(2) $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$?

(3) $\vec{AC} = \vec{A'C'}$?

ג. האם תשובותיכם לסעיפים הקודמים היו משתנות אם היה נתון מקבילון במקום תיבה?

תוספת תרגילים לסעיף 1.2

חיבור וחיסור וקטורים



1.

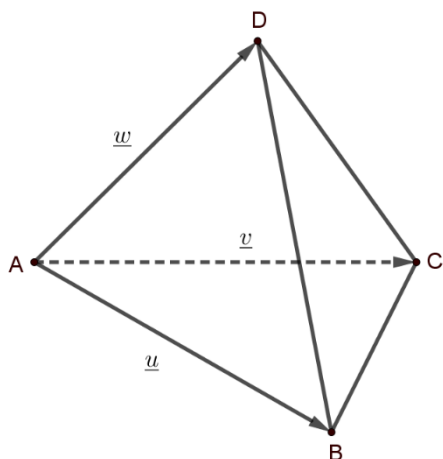
בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{A'D'} = \underline{v}$, $\vec{CC'} = \underline{w}$.

הביעו את הווקטורים הבאים באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(1) \vec{BA} (2) $\vec{BD'}$ (3) \vec{AC} (4) $\vec{AC'}$

(5) $\vec{BC'}$ (6) $\vec{DB'}$



2. בפירמידה משולשת $ABCD$:

$\vec{AD} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

בטאו את הווקטורים הבאים באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(1) \vec{BD} (2) \vec{DB} (3) \vec{CB} (4) \vec{DC}

3. בסיס הפירמידה $ABCDE$ הוא מקבילית $ABCD$.

O מפגש אלכסוני המקבילית (ראו ציור).

מצאו את הווקטורים השווים לסכומים ורשמו אותם

בעזרת הנקודות שבציור.

א. $\vec{AE} + \vec{ED}$

ב. $\vec{AB} + \vec{ED}$

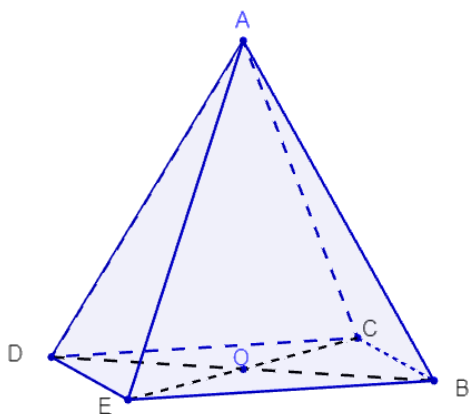
ג. $\vec{EO} + \vec{CA}$

ד. $(\vec{BO} + \vec{DC}) + \vec{CA}$

ה. $(\vec{OE} + \vec{OD}) + \vec{EA}$

ו. $\vec{DA} - \vec{EA}$

ז. $\vec{DA} - \vec{OB}$




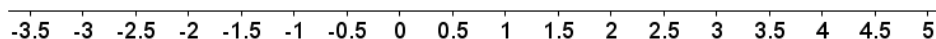
תוספת תרגילים לסעיפים 1.3, 4.3

כפל וקטור בסקלר


1. בסרטוט נתון וקטור \underline{u} .

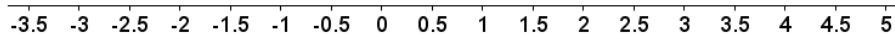
• שרטטו את הווקטורים הבאים: $3\underline{u}$, $5\underline{u}$, $\frac{1}{3}\underline{u}$, $1\frac{1}{3}\underline{u}$, $5\frac{1}{3}\underline{u}$

$$|\underline{u}| = 1.5$$


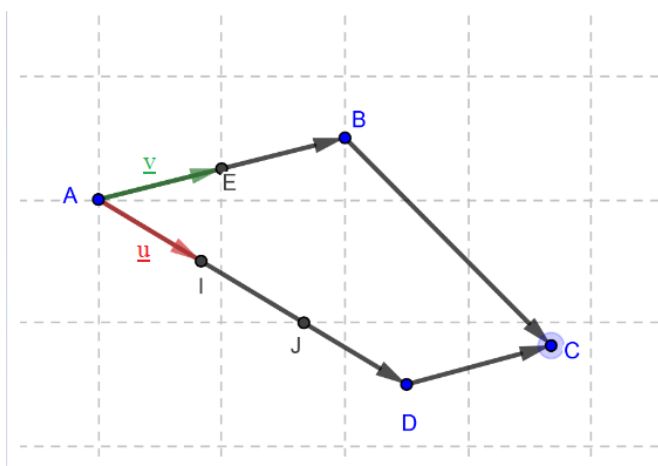


• שרטטו את הווקטורים הבאים: $-2\underline{u}$, $-4\underline{u}$, $-1\frac{1}{3}\underline{u}$, $-3\frac{1}{3}\underline{u}$

$$|\underline{u}| = 1.5$$




2. [הדגמה](#) של כפל וקטור בסקלר.



3. במרובע $ABCD$:

E אמצע הצלע AB ,

J, I נקודות המחלקות את הצלע AD לשלושה

קטעים שווי אורך, כלומר $AI = IJ = JD$.

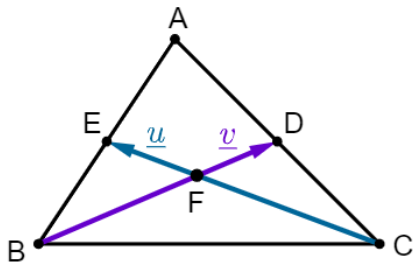
נסמן: $\overrightarrow{AI} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{v}$

בטאו את הווקטורים הבאים בעזרת \underline{u} , \underline{v} :

(1) \overrightarrow{AB} (2) \overrightarrow{AD} (3) \overrightarrow{JD} (4) \overrightarrow{AJ}

(5) \overrightarrow{IB} (6) \overrightarrow{BE} (7) \overrightarrow{DE}

4.



במשולש ABC התיכונים BD ו- CE נפגשים בנקודה F .

נסמן: $\overrightarrow{CE} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BD} = \underline{v}$.

הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} את הווקטורים הבאים:

- (1) \overrightarrow{CF} (2) \overrightarrow{FD} (3) \overrightarrow{DC} (4) \overrightarrow{BE} (5) \overrightarrow{BA} (6) \overrightarrow{BC}

5. במקבילון $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ הנקודות E ו- F

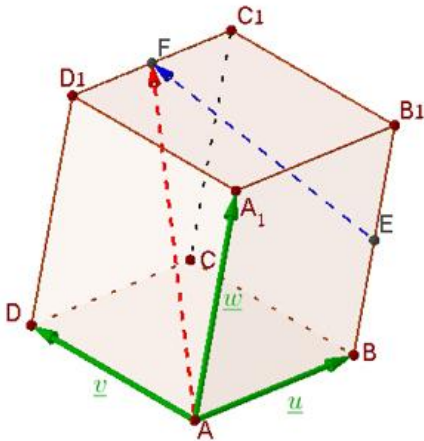
הן אמצעי המקצועות BB_1 ו- $C_1 D_1$.

נסמן: $\overrightarrow{AA_1} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$

(ראו ציור).

הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים הבאים:

- (1) \overrightarrow{EF} (2) \overrightarrow{AF} (3) \overrightarrow{FB}



6. נתון מקבילון $ABCD A' B' C' D'$.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $BB' C' C$.

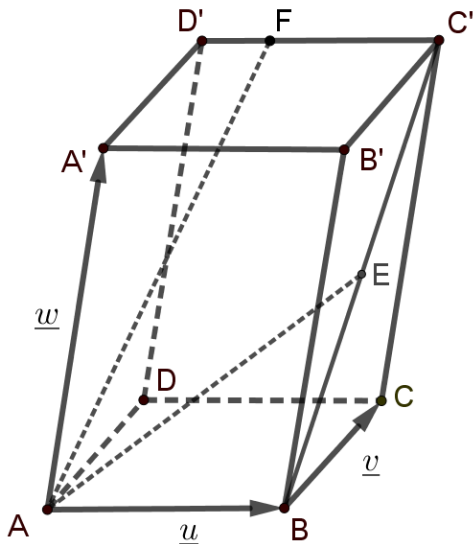
הנקודה F נמצאת על המקצוע $D' C'$ ומחלקת

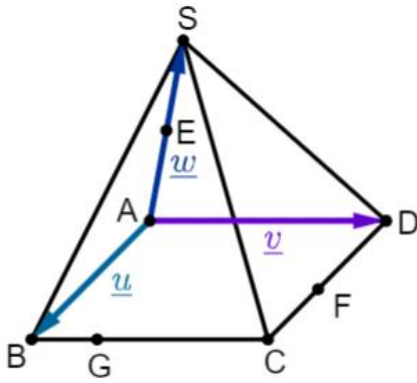
אותו ביחס של $D' F : F C' = 1 : 2$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

הביעו את הווקטורים \overrightarrow{AF} , \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{BE}

ו- \overrightarrow{FE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .





7. בפירמידה $SABCD$ הבסיס $ABCD$ הוא מקבילית.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

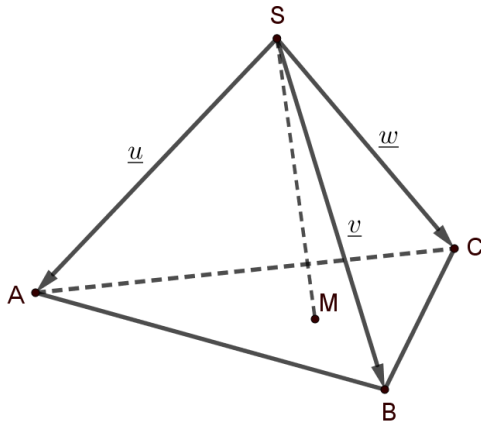
הנקודה E אמצע המקצוע AS .

הנקודה F מקיימת: $\vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{CD}$

הנקודה G מקיימת: $BC = 4BG$

הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטורים הבאים:

\vec{CS} (1) \vec{FG} (2) \vec{EF} (3) \vec{EG} (4)



8. בפירמידה $SABC$ מסמנים:

$\vec{SC} = \underline{w}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SA} = \underline{u}$

הנקודה M היא מפגש התיכונים של המשולש ABC .

בטאו את הוקטורים \vec{AM} , \vec{AB} , \vec{AC}

ו- \vec{SM} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

וקטורים קולינאריים, צירוף לינארי של שני וקטורים לא קולינאריים

9. במשולש ABC נסמן:

$\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

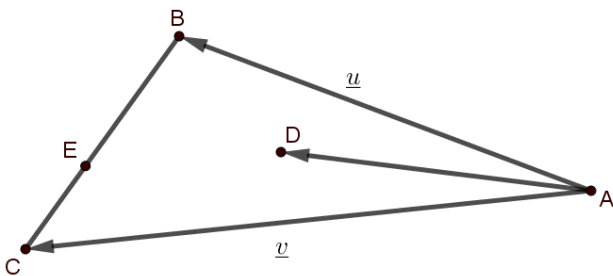
הנקודה E נמצאת על הצלע BC ומקיימת: $\frac{EC}{BC} = \frac{1}{3}$

הנקודה D נמצאת בתוך המשולש

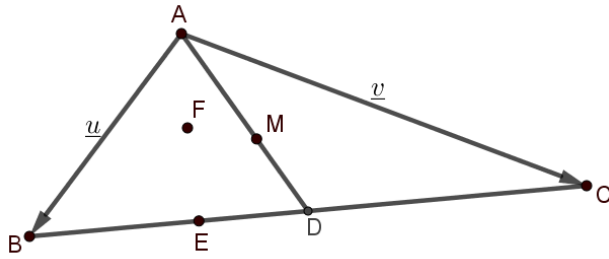
כדי $\vec{AD} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v}$

א. הביעו את הוקטור \vec{DE} בעזרת \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. האם $DE \parallel AC$? נמקו.



10. במשולש ABC :



AD תיכון לצלע BC ,

M נקודת מפגש התיכונים.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$

הנקודה E נמצאת על הצלע BC

ו- $BE:EC = 1:2$.

א. בטאו את הווקטורים \vec{AD} , \vec{AM} ו- \vec{BE}

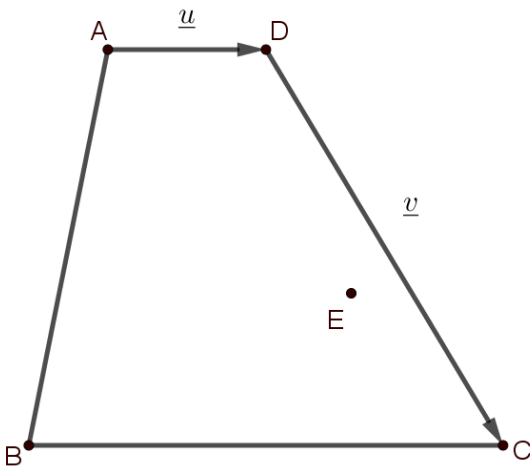
בעזרת \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. הראו כי $ME \parallel AB$.

ג. הנקודה F מקיימת: $\vec{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{6}\underline{v}$.

(1) הביעו את הווקטור \vec{AE} בעזרת \underline{u} ו- \underline{v} .

(2) האם הנקודות E, F, A נמצאות על אותו ישר? נמקו.



11. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$) נתון: $BC = 3AD$.

נסמן: $\vec{AD} = \underline{u}$, $\vec{DC} = \underline{v}$.

הנקודה E מקיימת: $\vec{DE} = -\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} את הווקטורים

\vec{EC} ו- \vec{AB} .

ב. הראו כי הנקודה E נמצאת על האלכסון AC .

12. במשולש ABC נסמן:

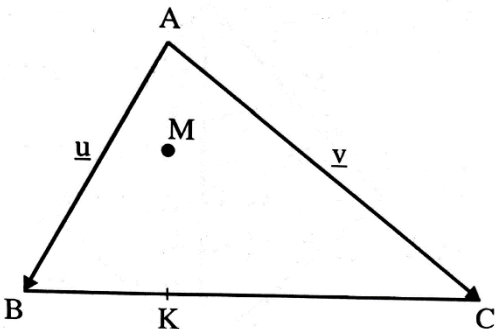
$\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

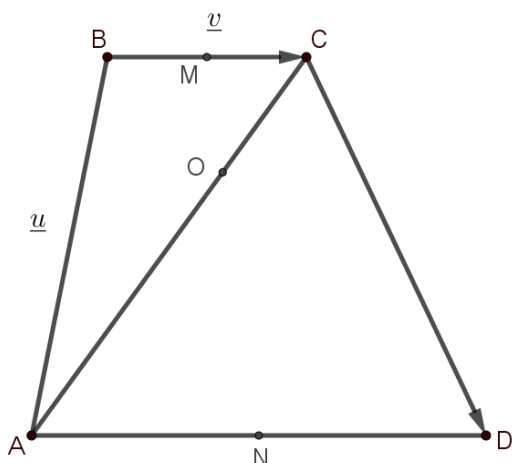
הנקודה K מחלקת את BC ביחס 3:1.

הנקודה M מקיימת: $\vec{AM} = \frac{1}{12}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{u}$.

א. הביעו את הווקטור \vec{AK} בעזרת \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. הראו כי הנקודות K, M, A נמצאות על ישר אחד.





13. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$) נתון: $AD = 2BC$.

הנקודה O מחלקת את האלכסון AC

ביחס של $OC:AO = 1:2$.

הנקודות M ו- N הן אמצעי הצלעות BC ו- AD

בהתאמה.

נסמן: $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הציגו את הווקטורים \vec{MN} , \vec{CA} ו- \vec{CO}

כצירוף לינארי של \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. הראו כי הנקודות N, O, M נמצאות על אותו ישר.

14.

במשולש ABC נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$

הנקודה D מקיימת: $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

א. אם הנקודה E מקיימת: $\vec{CE} = \frac{2}{3}\vec{CB}$ ענו על

השאלות הבאות:

(1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} את הווקטור \vec{DE} .

(2) מה ניתן לומר על הווקטורים \vec{DE} ו- \vec{AB} ?

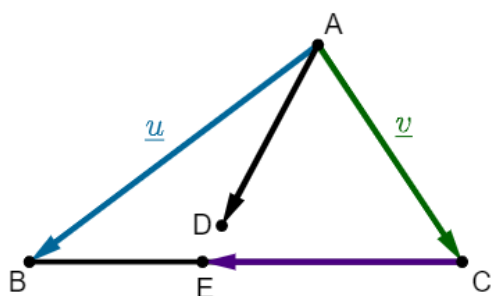
(3) רשמו את יחס אורכי הקטעים DE ו- AB .

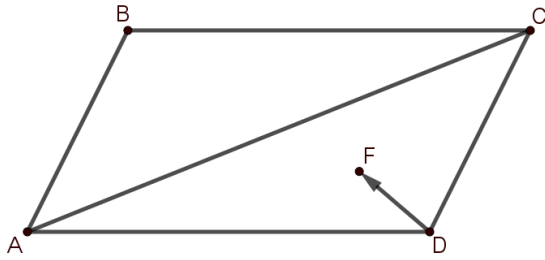
ב. אם הנקודה E היא אמצע הצלע BC ענו על השאלות הבאות:

(1) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} את הווקטור \vec{DE} .

(2) מה ניתן לומר על הווקטורים \vec{DE} ו- \vec{AC} ?

(3) הביעו את \vec{AC} באמצעות \vec{DE} .





15. במקבילית $ABCD$ נסמן:

$$\vec{AB} = \underline{v}, \vec{AD} = \underline{u}$$

$$\vec{DF} = -\frac{1}{4}\underline{u} + \frac{3}{10}\underline{v}$$

$$\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AC}$$

א. למה הנקודה E נמצאת על AC ?

ב. הציגו את הווקטורים \vec{AC} ו- \vec{EF} כצירוף לינארי של \underline{u} ו- \underline{v} .

ג. מדוע EF מקביל ל- AB ?

ד. רשמו פי כמה גדול אורך הצלע AB מאורך הקטע EF .

16.

בפירמידה משולשת $ABCD$:

$$\vec{AD} = \underline{w}, \vec{AC} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u}$$

הנקודה M מחלקת את AD ביחס של

$$AM:MD = 3:1$$

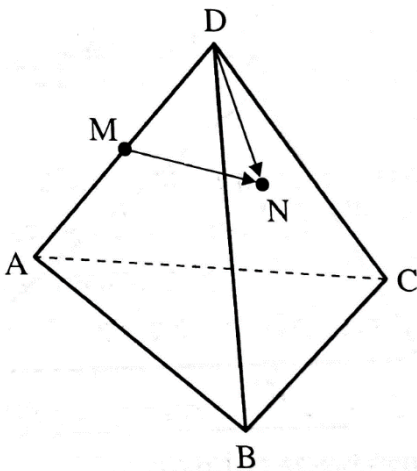
$$\vec{DN} = \frac{1}{8} \cdot (\vec{DB} + \vec{DC})$$

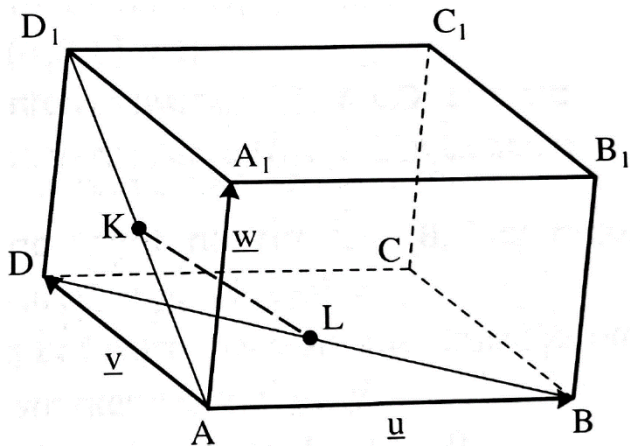
א. באיזה מישור נמצאת הנקודה N ? נמקו.

ב. הביעו את הווקטורים $\vec{DB}, \vec{DC}, \vec{MN}$ באמצעות

$$\underline{w}, \underline{v}, \underline{u}$$

ג. האם MN מקביל למישור ABC ? נמקו.





17. במקבילון $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ נסמן:

$$\underline{w} = \overrightarrow{AA_1}, \underline{v} = \overrightarrow{AD}, \underline{u} = \overrightarrow{AB}$$

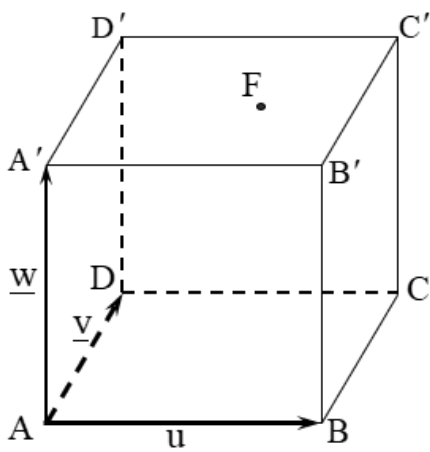
הנקודה K היא אמצע האלכסון AD_1 ,

הנקודה L היא אמצע האלכסון DB .

א. הביעו את הווקטורים \overrightarrow{KL} ו- \overrightarrow{BL} , \overrightarrow{KA}

באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. האם הישר KL מקביל למישור הפאה $AA_1 B_1 B$? נמקו.



18. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

$$\text{נסמן: } \overrightarrow{AA'} = \underline{w}, \overrightarrow{AD} = \underline{v}, \overrightarrow{AB} = \underline{u}$$

$$\text{הנקודה F מקיימת: } \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{C'B'} + \frac{1}{3} \overrightarrow{C'D'}$$

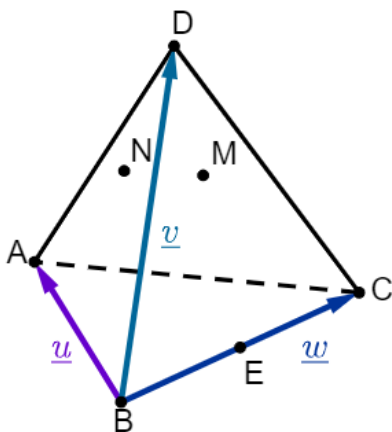
א. באיזה מישור נמצאת הנקודה F? נמקו.

$$\text{ב. הנקודה P מקיימת: } \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB} + 2 \overrightarrow{FC'} + \frac{2}{3} \overrightarrow{DD'}$$

(1) הציגו את הווקטורים \overrightarrow{AP} ו- $\overrightarrow{AC'}$ כצירוף לינארי של

הווקטורים \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) האם הנקודה P נמצאת על האלכסון AC' ? נמקו.



19. בפירימדה משולשת ABCD הנקודה E היא אמצע BC.

$$\text{נסמן: } \overrightarrow{BC} = \underline{w}, \overrightarrow{BD} = \underline{v}, \overrightarrow{BA} = \underline{u}$$

$$\text{הנקודות M ו- N מקיימות: } \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \underline{v} + \frac{1}{6} \underline{w}, \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \underline{u} + \frac{2}{3} \underline{v}$$

א. קבעו על איזו פאה נמצאת הנקודה M. נמקו.

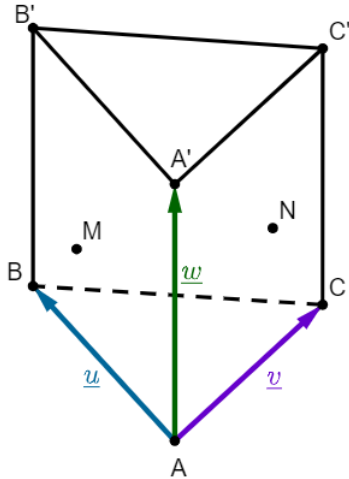
ב. קבעו על איזו פאה נמצאת הנקודה N. נמקו.

ג. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים הבאים:

$$\overrightarrow{DM} \text{ (2)} \quad \overrightarrow{EA} \text{ (3)} \quad \overrightarrow{MN} \text{ (4)}$$

ד. הוכיחו כי הנקודות D, M, E נמצאות על ישר אחד.

ה. הוכיחו כי $MN \parallel AE$.



20. במנסרה משולשת $ABCA'B'C'$

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

הנקודה M מקיימת: $\vec{AM} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}$

הנקודה N מקיימת: $\vec{AN} = \frac{2}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$

א. (1) באיזו פאה נמצאת הנקודה M ? נמקו.

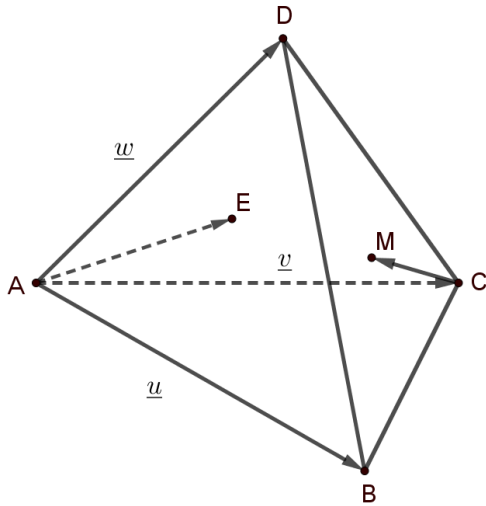
(2) באיזה מישור נמצאת הנקודה N ? נמקו.

ב. הביעו את הווקטור \vec{MN} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ג. מדוע הישר MN מקביל למישור ABC ?

ד. (1) הביעו את הווקטור $\vec{B'C'}$ בעזרת \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

(2) האם הישרים MN ו- $B'C'$ מקבילים? נמקו.



21. בפירמידה משולשת $ABCD$ נסמן:

$\vec{AD} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

M היא נקודת מפגש התיכונים

של הפאה BDC .

א. (1) הביעו את הווקטורים \vec{DB} , \vec{CB} , \vec{CD} באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

(2) הביעו את הווקטור \vec{CM} באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

ב. הנקודה E מקיימת: $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$

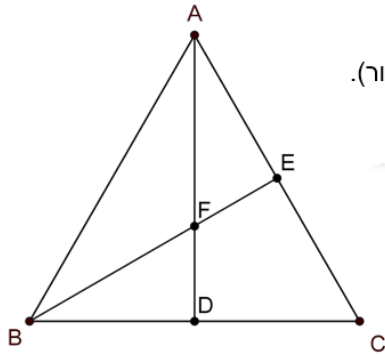
(1) הביעו את הווקטור \vec{EM} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

(2) האם הישר EM מקביל למישור הבסיס ABC ? נמקו.

תוספת תרגילים לסעיפים 5.1 – 5.2

זווית בין שני וקטורים. המכפלה הסקלרית ותכונותיה

1.



במשולש שווה צלעות ABC הגבהים AD ו- BE נחתכים בנקודה F (ראו ציור). מצאו את הזוויות בין הווקטורים הבאים:

א- \vec{AB}, \vec{AC}

ב- \vec{BF}, \vec{FE}

ג- \vec{FA}, \vec{FD}

ד- \vec{BC}, \vec{AC}

ה- \vec{AF}, \vec{AC}

ו- \vec{AD}, \vec{BC}

ז- \vec{AF}, \vec{BF}

2. נתונה קובייה $ABCD A' B' C' D'$.

מצאו את הזוויות בין הווקטורים הבאים:

א. \vec{AD}, \vec{AB}

ב. $\vec{B'A'}, \vec{BC}$

ג. \vec{AC}, \vec{AD}

ד. $\vec{AB}, \vec{A'C'}$

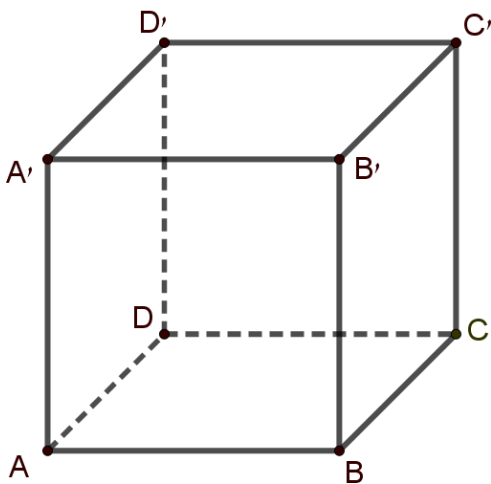
ה. $\vec{DA}, \vec{CC'}$

ו. \vec{BA}, \vec{AC}

ז. $\vec{A'B'}, \vec{AB}$

ח. $\vec{B'A'}, \vec{AB}$

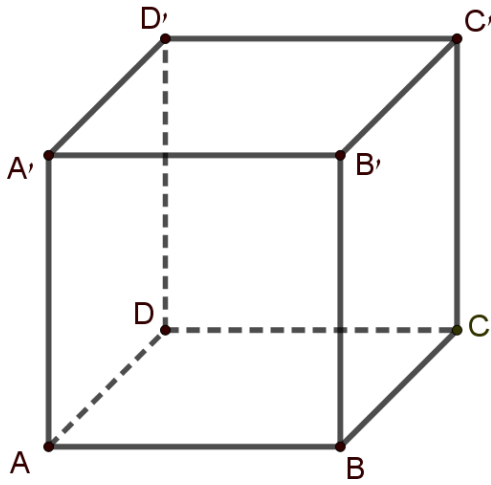
ט. $\vec{D'A'}, \vec{BB'}$



3. בקובייה $ABCD A' B' C' D'$

אורך המקצוע שווה ל-1.

מצאו את ערך המכפלות הסקלריות הבאות:



א. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'}$

ב. $\overrightarrow{B'A'} \cdot \overrightarrow{BC}$

ג. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$

ד. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{D'C'}$

ה. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$

ו. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

ז. $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CC'}$

ח. $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{D'C'}$

ט. $\overrightarrow{D'B'} \cdot \overrightarrow{CD}$

4.

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 2$, הזווית בין \underline{u} ל- \underline{v} היא 60° .

א. חשבו את אורך הווקטור $\underline{w} = 3\underline{u} - 4\underline{v}$

ב. חשבו את הזווית בין \underline{u} ל- \underline{w} .

ג. (1) חשבו את האורכים של הווקטורים: $\underline{u} + 3\underline{v}$, $2\underline{v} - \underline{u}$

(2) חשבו את הזווית בין הווקטורים $\underline{u} + 3\underline{v}$, $2\underline{v} - \underline{u}$

5.

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 2$. נתון שהווקטורים $\underline{u} + 2\underline{v}$, $\underline{u} - \underline{v}$ מאונכים.

א. חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$

ב. חשבו את הזווית בין \underline{u} ל- \underline{v} .

6.

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 2$. ידוע כי $|\underline{u} - \underline{v}| = 1$.

א. חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב. חשבו את הזווית בין \underline{u} ל- \underline{v} .

7.

נתונים הווקטורים \underline{u} , \underline{v} המקיימים: $|\underline{u}| = 1$, $|\underline{v}| = \sqrt{3}$.

הזווית בין הווקטורים \underline{u} , \underline{v} היא 30° .

נתונים הווקטורים \underline{a} , \underline{b} המקיימים: $\underline{b} = \underline{v} + \underline{u}$, $\underline{a} = \underline{v} - \underline{u}$.

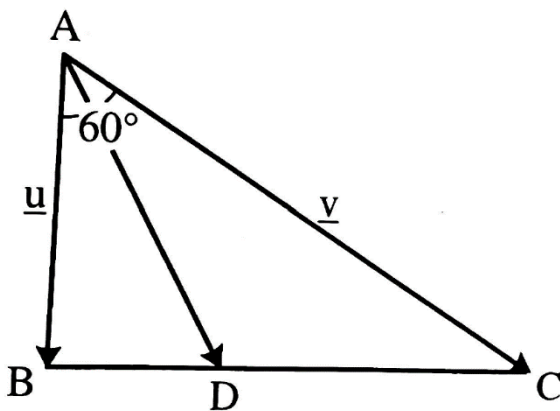
א. חשבו את אורך הווקטורים \underline{a} , \underline{b} .

ב. חשבו את הזווית בין הווקטורים \underline{a} , \underline{b} .

ג. חשבו את שטח המשולש הנוצר על ידי הווקטורים \underline{a} , \underline{b} .

5.3 תוספת תרגילים לסעיף

שימושים במכפלה הסקלרית לחישובים בצורות וגופים



8. במשולש ABC נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$.

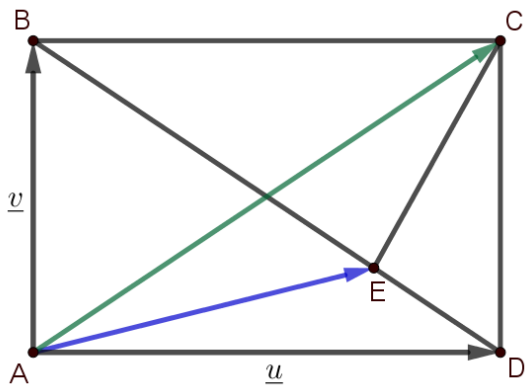
נתון: $|\underline{u}| = 1$, $|\underline{v}| = 2$, $\sphericalangle BAC = 60^\circ$.

הנקודה D נמצאת על BC ומקיימת: $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

א. הביעו את הווקטור \overrightarrow{AD} באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. חשבו את האורך הווקטור \overrightarrow{AD} .

ג. חשבו את הזווית $\sphericalangle BAD$.



9. במלבן $ABCD$ נתון: $AB = 4$, $AD = 6$.

הנקודה E מחלקת את האלכסון BD

ביחס של $BE:ED = 3:1$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$.

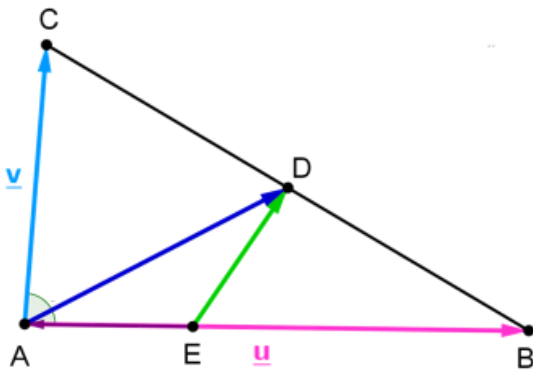
א. הביעו את הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{AC}

באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. חשבו את אורכי הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{AC} .

ג. חשבו את גודל הזווית EAC .

ד. חשבו את שטח המשולש AEC .



10. הנקודה D היא אמצע הצלע BC במשולש ABC .

הנקודה E נמצאת על AB כך ש- $AE:EB = 1:2$.

נתון: $AC = 5$, $AB = 9$.

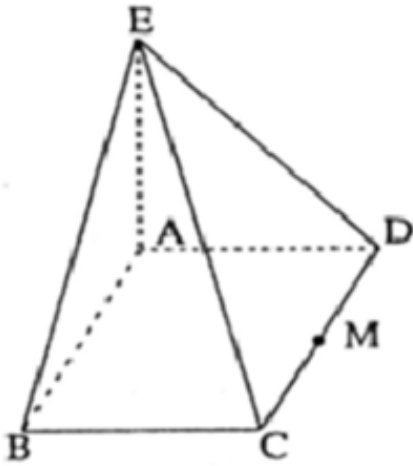
נסמן: $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. בטאו את הווקטורים \vec{AD} ו- \vec{ED} בעזרת \underline{u} ו- \underline{v} .

ב. נתון $|\vec{ED}| = 3$.

(1) חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) חשבו את שטח המשולש ABC .



11. נתונה פירמידה מרובעת $ABCDE$

שבסיסה ריבוע (ראו ציור).

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{u}$.

M היא אמצע המקצוע CD .

א. הביעו את \overrightarrow{EB} ואת \overrightarrow{EM} באמצעות

$$\underline{w}, \underline{v}, \underline{u}$$

ב. נתון כי \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} מאונכים זה לזה,

$$|u| = |v| = |w| = 1$$

(1) חשבו את הזווית $\angle MEB$.

(2) חשבו את שטח המשולש MEB .

12. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$

שבסיסה $ABCD$ ריבוע (ראה ציור).

כל הפאות הצדדיות של הפירמידה

הן משולשים שווי צלעות.

נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD .

$$|u| = |v| = |w| = 2$$

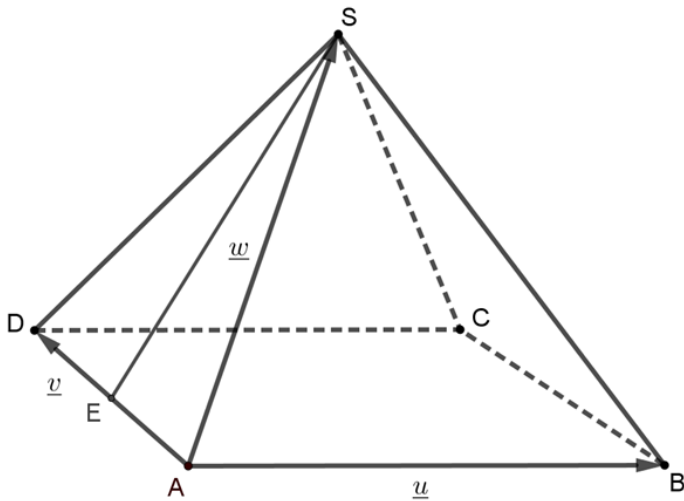
א. חשבו את המכפלות הסקלריות:

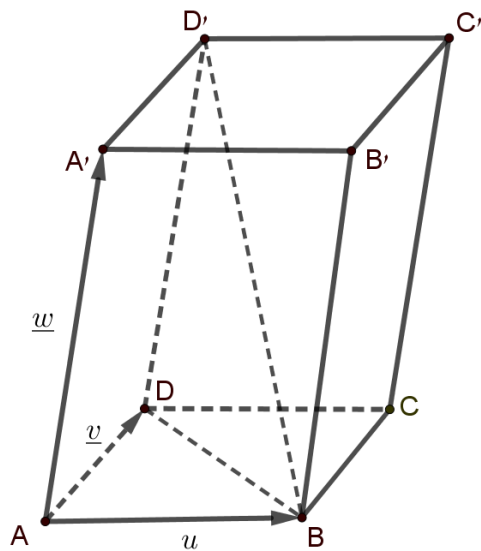
$$\underline{u} \cdot \underline{v}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{w}$$

ב. הביעו את \overrightarrow{SE} ו- \overrightarrow{SB} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ג. (1) חשבו את גודל הזווית $\angle BSE$.

(2) חשבו את שטח המשולש BSE .





13. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$

$\angle BAD = \angle A'AD = \angle A'AB = 60^\circ$

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{w}| = 3$, $|\underline{v}| = 1$, $|\underline{u}| = 2$

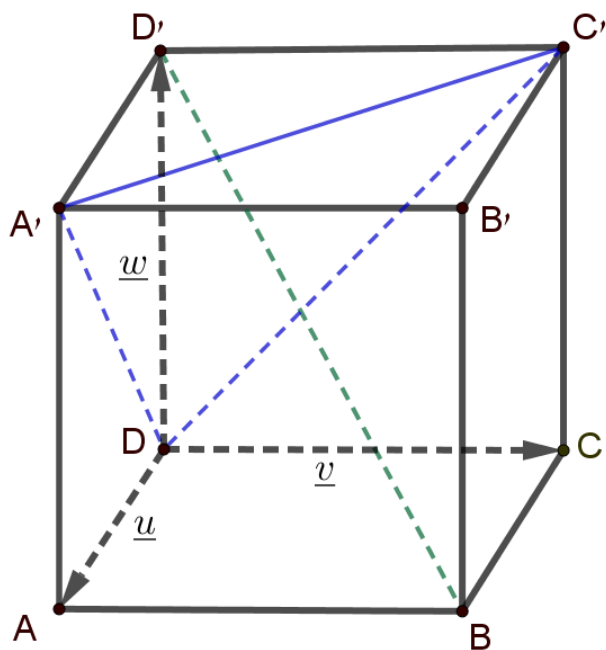
א. חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{DB} בעזרת \underline{u} ו- \underline{v}

(2) חשבו את אורך הווקטור \vec{DB}

ג. (1) חשבו את גודל הזווית $\angle BDD'$

(2) חשבו את שטח המשולש BDD'



14. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

נסמן: $\vec{DD'} = \underline{w}$, $\vec{DC} = \underline{v}$, $\vec{DA} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{w}| = |\underline{v}| = 6$

א. הביעו את הווקטורים $\vec{DA'}$, $\vec{DC'}$ ו- $\vec{BD'}$ בעזרת \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w}

ב. חשבו את $|\vec{BD'}|$, $|\vec{DC'}|$, $|\vec{DA'}|$

ג. (1) חשבו את הזווית $\angle A'DC'$

(2) חשבו את שטח המשולש $A'DC'$

ד. הנקודה F מקיימת $\vec{DF} = \frac{1}{3}\vec{DA'} + \frac{1}{3}\vec{DC'}$

(1) מדוע הנקודה F נמצאת במישור המשולש $A'DC'$?

(2) הביעו את הווקטור \vec{BF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w}

(3) האם הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ? נמקו.

(4) חשבו את אורך הקטע BF

15. בקובייה שבצויר אורך כל מקצוע 1.

K אמצע המקצוע $D'C'$,

L מפגש אלכסוני הפאה $BB'C'C$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

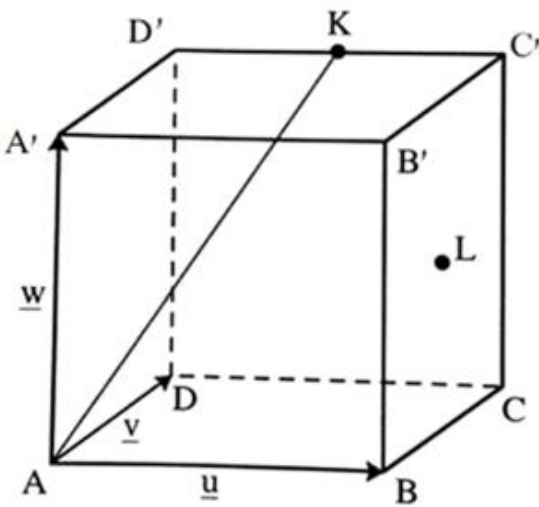
א. הביעו את הווקטורים \vec{AL} , $\vec{BC'}$, \vec{AK}

באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ב. חשבו את אורכי הווקטורים \vec{AL} , \vec{AK} .

ג. (1) חשבו את הזווית $\angle KAL$.

(2) חשבו את שטח המשולש KAL .



16. פתרו את התרגיל הקודם (מס' 15) בתנאי שהנקודה K מחלקת את המקצוע $D'C'$ ביחס של $D'K:KC' = 2:3$.

17. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$

נסמן: $\vec{CC'} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $|\underline{w}| = 2\sqrt{2}$, $|\underline{v}| = 4$, $|\underline{u}| = 2\sqrt{3}$.

F היא נקודה על המקצוע $B'C'$ כך ש- $\vec{B'F} = t\underline{v}$.

א. בטאו את הווקטורים \vec{BF} , $\vec{BD'}$ בעזרת

\underline{t} , \underline{w} , \underline{v} , \underline{u}

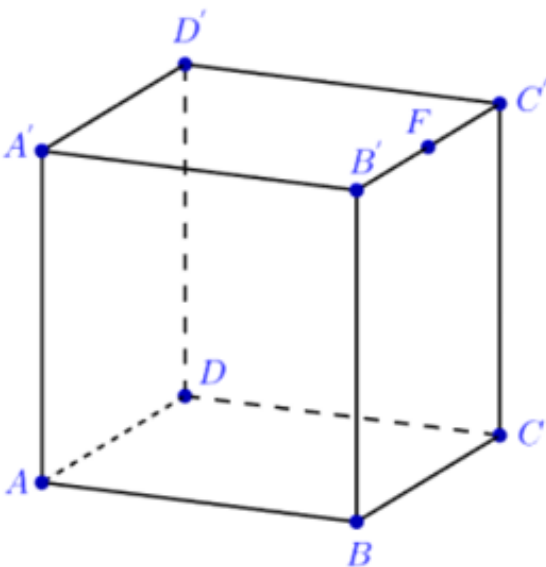
נתון $t = \frac{1}{4}$.

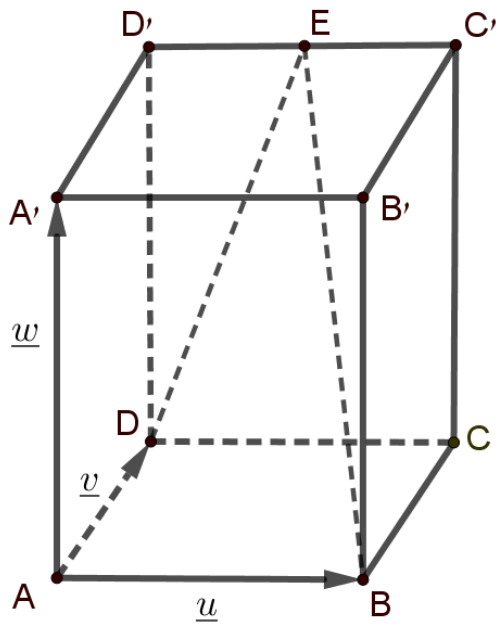
ב. רשמו באיזה יחס הנקודה F מחלקת את

המקצוע $B'C'$.

ג. חשבו את $|\vec{BF}|$, $|\vec{BD'}|$.

ד. חשבו את הזווית $\angle FBD'$.





18. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

$. AA' = 3 , BC = 1 , AB = 2$

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w} , \overrightarrow{AD} = \underline{v} , \overrightarrow{AB} = \underline{u}$

הנקודה E מקיימת: $\overrightarrow{D'E} = \frac{5}{8} \overrightarrow{D'C'}$

א. הביעו את וקטורים \overrightarrow{ED} ו- \overrightarrow{EB} באמצעות

$\underline{w} , \underline{v} , \underline{u}$

ב. הוכיחו כי המשולש DEB הוא שווה שוקיים.

ג. חשבו את הזוויות של המשולש EBD .

19. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ הנקודה E

היא אמצע האלכסון $A'D$.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w} , \overrightarrow{AD} = \underline{v} , \overrightarrow{AB} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{v}| = 1 , |\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EF} , \overrightarrow{AF} , \overrightarrow{AE}$

באמצעות $\underline{w} , \underline{v} , \underline{u}$.

ב. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו את

תשובותיכם.

(1) הישר AB מאונך לישר AE .

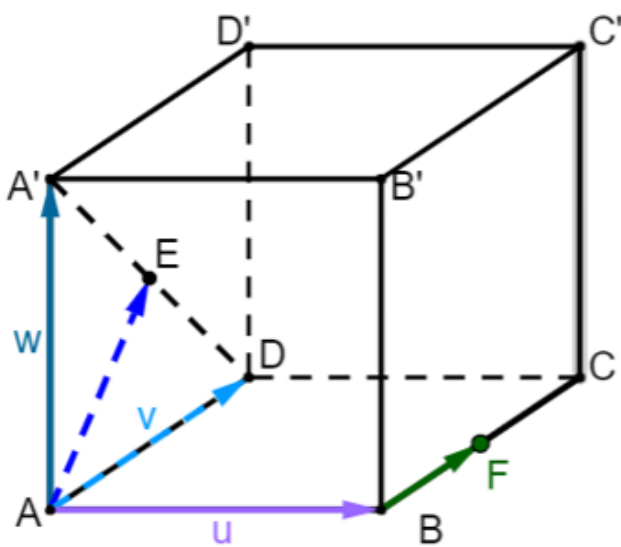
(2) הישר EF מאונך לישר AE .

(3) הישר EF מקביל למישור הפאה $AA'B'B$?

ג. חשבו את אורכי הקטעים AE , AF .

ד. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle EAF$.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF .



ישר מאונך למישור. מנסרה ישרה.

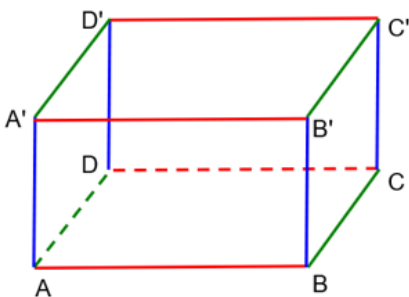
המשך שימושים במכפלה הסקלרית לחישובים בגופים.

הגדרות: ישר מאונך למישור, וקטור מאונך למישור.

הכרת מנסרה ישרה, תכונות של מנסרה ישרה.

התנאי המספיק לניצבות בין ישר למישור ולניצבות בין וקטור למישור.

גובה מנסרה. גובה פירמידה. נפח מנסרה ופירמידה.



20. נתונה מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$

שבסיסה $ABCD$ מקבילית.

א. רשמו דוגמאות לשישה זוגות של וקטורים

שמאונכים זה לזה (מותר להשתמש במקצועות ואלכסונים של הפאות והבסיסים).

ב. רשמו דוגמאות לשישה משולשים ישרי זווית

שונים (מותר להשתמש במקצועות, אלכסונים של הפאות והבסיסים, אלכסוני המנסרה).

21. נתונה מנסרה ישרה משולשת $ABCA' B' C'$

א. ענו על הסעיפים הבאים אם נתון שבסיס המנסרה ABC הוא משולש שווה צלעות.

(1) רשמו דוגמאות לשישה זוגות של וקטורים

שמאונכים זה לזה (מותר להשתמש במקצועות,

קווים מיוחדים במשולשי הבסיס כמו תיכון, גובה וכו').

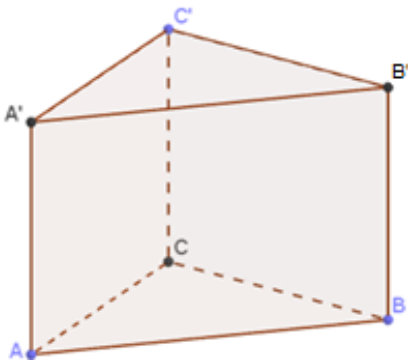
(2) רשמו דוגמאות לשישה משולשים ישרי זווית

שונים (מותר להשתמש במקצועות, אלכסוני הפאות,

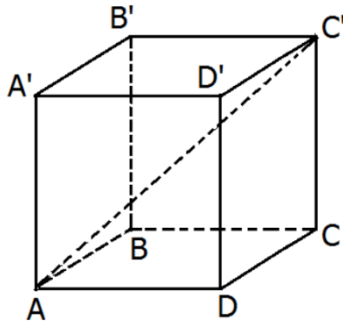
קווים מיוחדים במשולשי הבסיס כמו תיכון, גובה וכו').

ב. ענו על השאלות של סעיף א' אם נתון שבסיס המנסרה

ABC הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$).



22. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$



נתון: $CC' = 14$, $DC = 8$, $AD = 12$.

א. חשבו את האורך של אלכסון הבסיס AC .

ב. חשבו את האורך של האלכסון התיבה AC' .

23. במנסרה ישרה ומשולשת $ABCA'B'C'$ כל

מקצועותיה שווים ל-2.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

הנקודות M ו-N הן אמצעי AB ו- $B'C'$ בהתאמה.

א. הביעו את הווקטורים \vec{CM} , \vec{CN} ו- \vec{MN}

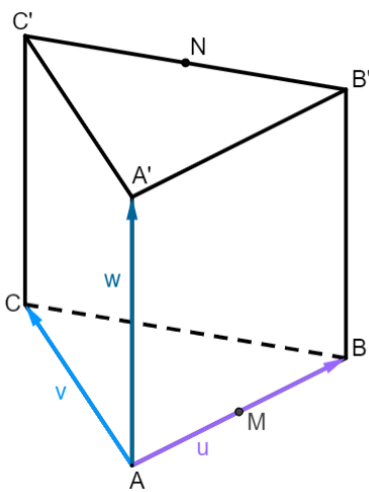
באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. חשבו את המכפלות הסקלריות:

(1) $\underline{u} \cdot \underline{v}$ (2) $\underline{u} \cdot \underline{w}$ (3) $\underline{v} \cdot \underline{w}$.

ג. חשבו את הזווית $\angle CMN$.

ד. חשבו את שטח המשולש CMN .



24.

במנסרה המשולשת שבציר יהיו:

$\underline{u} = \vec{AB}$; $\underline{v} = \vec{BC}$; $\underline{w} = \vec{CF}$

הנקודה M נמצאת באמצע המקצוע AB .

הנקודה N נמצאת באמצע המקצוע DF .

(א) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את

הווקטור \vec{MN} .

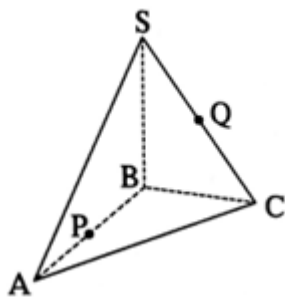
(ב) הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטור

\vec{AP} , אם הנקודה P מחלקת את \vec{EF} ביחס 1:2 (EP:PF = 1:2).

(ג) אם ידוע ש: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$, וכן שהמקצועות הצדדיים

של המנסרה ניצבים לבסיסי המנסרה, חשבו את ערכה של המכפלה

הסקלרית $\vec{AP} \cdot \vec{MN}$, כאשר המשולש ABC הוא משולש שווה צלעות.

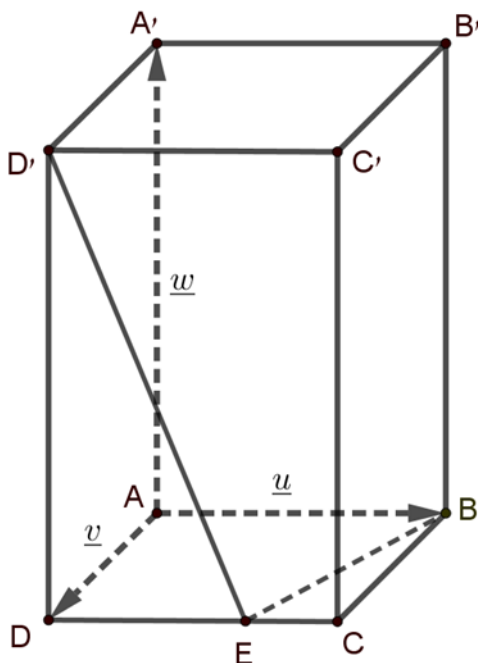


בפירמידה משולשת $SABC$ נתון:
 $\underline{w} = \overrightarrow{AC}$; $\underline{v} = \overrightarrow{BA}$; $\underline{u} = \overrightarrow{SB}$

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטור \overrightarrow{SC} .

ב. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטור \overrightarrow{PQ} , כאשר הנקודה P נמצאת באמצע הקטע AB , והנקודה Q נמצאת באמצע הקטע SC .

ג. אם ידוע שהוקטור \underline{u} ניצב למישור ABC , וכך שהמשולש ABC הוא שווה צלעות ומתקיים: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$, חשבו את המכפלה הסקלרית של הוקטור \overrightarrow{PQ} עם הוקטור \overrightarrow{BC} .



נתונה מנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$.

$ABCD$ מקבילית.

נתון: $AA' = 4$, $AD = 1$, $AB = 2$,

$\angle BAD = 60^\circ$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע DC ומחלקת

אותו ביחס $DE:EC = 2:1$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{ED'}$ ו- \overrightarrow{EB} באמצעות

\underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. (1) חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) מצאו את אורך הווקטור \overrightarrow{EB} .

ג. (1) חשבו את גודל הזווית $D'EB$.

(2) חשבו את שטח המשולש $D'EB$.

27. במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים ABC

ו- $A'B'C'$ הם משולשים שווי צלעות בעלי

צלע שאורכה 3. אורך המקצוע הצדדי הוא 4.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את $\vec{A'C}$ ו- $\vec{A'B}$ בעזרת \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ב. חשבו את האורכים של $A'C$ ו- $A'B$.

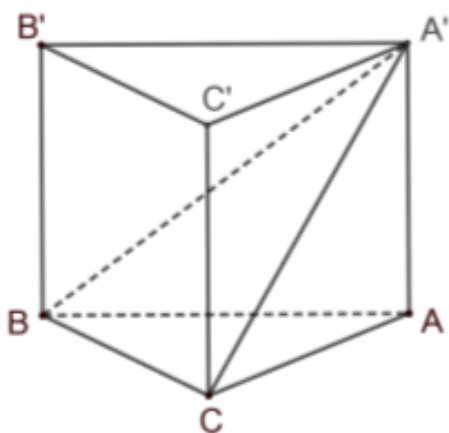
ג. חשבו את:

(1) המכפלה הסקלרית: $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) הזווית $\sphericalangle BA'C$.

(3) שטח המשולש $BA'C$.

ד. האם המשולש $BA'C$ ישר זווית? נמקו.



28. במנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$

הבסיס $ABCD$ הוא מקבילית.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $D'C'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $|\vec{AE}| = 11$, $|\underline{w}| = 5$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 8$.

א. הביעו את הווקטור \vec{AE} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

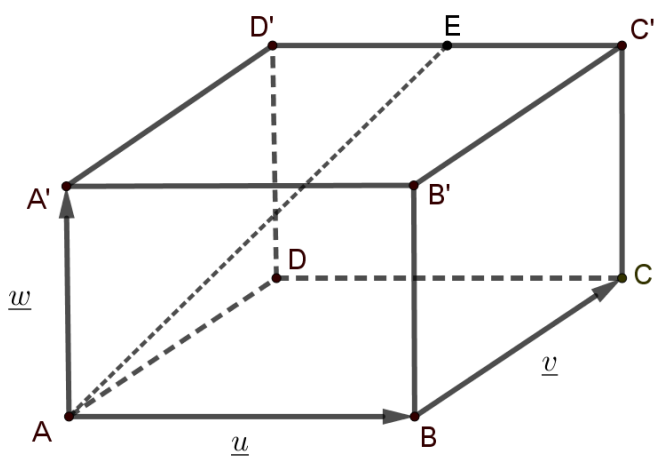
ב. חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

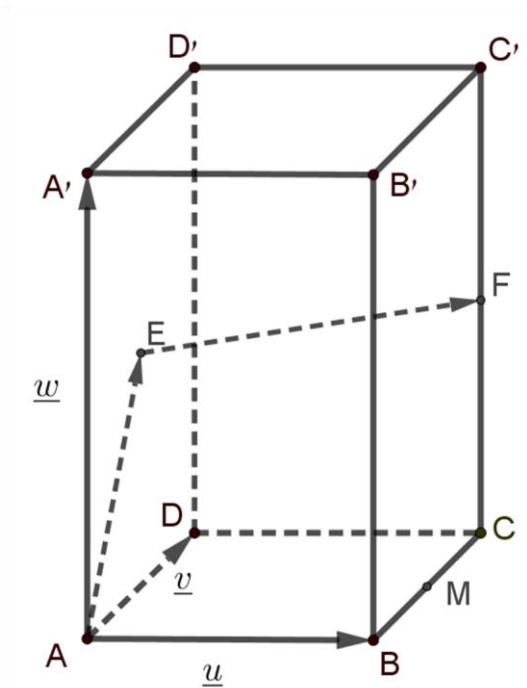
ג. חשבו את הזווית $\sphericalangle BAD$.

ד. (1) חשבו את שטח בסיס המנסרה $ABCD$.

(2) חשבו את נפח המנסרה.

ה. האם $\sphericalangle AD'E = 90^\circ$? נמקו.





נתונה מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$.
 הנקודה F היא אמצע המקצוע CC' ,
 הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA' D' D$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. (1) רשמו את הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{EF}

כצירוף לינארי של הווקטורים $\underline{w}, \underline{v}, \underline{u}$.

(2) מדוע EF מקביל למישור $ABCD$?

(3) האם EF מקביל ל- AB ?

הנקודה M היא אמצע המקצוע BC .

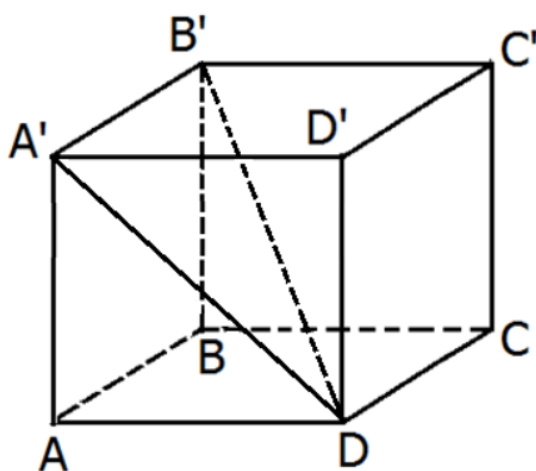
ב. הוכיחו כי המרובע $AEFM$ מקבילית.

נתון: $\angle BAD = 45^\circ$, $|\underline{w}| = 4$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 2$.

ג. (1) חשבו את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) חשבו את גודל הזווית EAM .

(3) חשבו את שטח המקבילית $AEFM$.



בתיבה $ABCD A' B' C' D'$

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $|\underline{w}| = 8$, $|\underline{v}| = 12$, $|\underline{u}| = 10$.

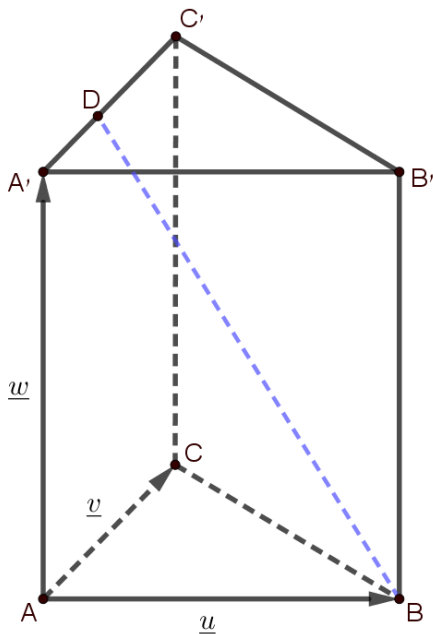
א. הביעו את הווקטורים $\vec{A'D}$ ו- $\vec{B'D}$

באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

ב. מדוע $\vec{A'B'}$ מאונך למישור הפאה $AA' D' D$?

ג. האם $\vec{A'B'}$ מאונך ל- $\vec{A'D}$? נמקו.

ד. חשבו את זווית המשולש $A' B' D$.



31. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ שהבסיסים

שלה ABC ו- $A'B'C'$ הם משולשים ישרי זווית

ושווי שוקיים ($\angle BAC = \angle B'A'C' = 90^\circ$).

נתון: $AA' = 12$, $AB = 10$. הנקודה D נמצאת על

המקצוע $A'C'$ ומחלקת אותו ביחס של $A'D:DC' = 2:3$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטור \vec{BD} באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

(2) חשבו את אורך הווקטור \vec{BD} .

ב. (1) חשבו את הזווית $\angle ABD$.

(2) חשבו את שטח המשולש ABD .

ג. הראו כי המשולש ABD הוא ישר זווית.

32. נתונה מנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$.

בסיס המנסרה $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו 6.

אורך מקצוע צדדי של המנסרה הוא 12.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $BB'C'C$.

הנקודה F נמצאת על המקצוע $D'C'$ ומחלקת

אותו ביחס של $D'F:FC' = 1:2$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים \vec{AE} , \vec{BE} ו- \vec{AF}

באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

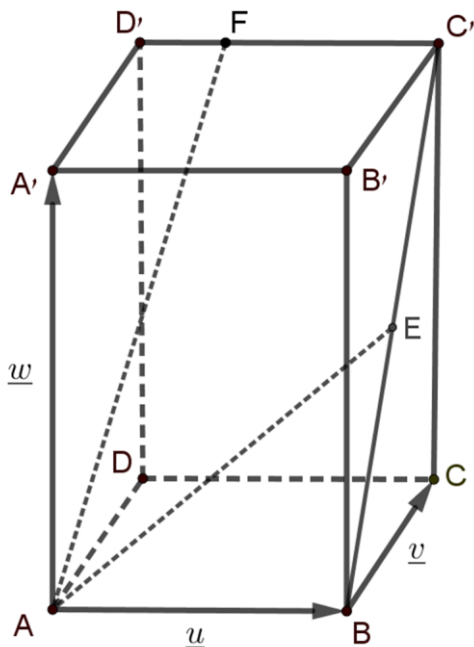
ב. (1) הראו כי $\angle ABE = 90^\circ$.

(2) חשבו את אורך הווקטור \vec{BE} .

ג. (1) חשבו את אורכי הווקטורים \vec{AE} ו- \vec{AF} .

(2) חשבו את גודל הזווית $\angle EAF$.

(3) חשבו את שטח המשולש EAF .



33. בפירמידה משולשת $ABCD$ המקצועות

AB , AD ו- AC מאונכים זה לזה.

הנקודה E נמצאת בפאה BDC ומקיימת: $\vec{AE} = \frac{1}{9}\vec{u} + \frac{4}{9}\vec{v} + \frac{4}{9}\vec{w}$.

נסמן: $\vec{AD} = \vec{w}$, $\vec{AC} = \vec{v}$, $\vec{AB} = \vec{u}$.

נתון: $|\vec{v}| = |\vec{w}| = 1$, $|\vec{u}| = 2$.

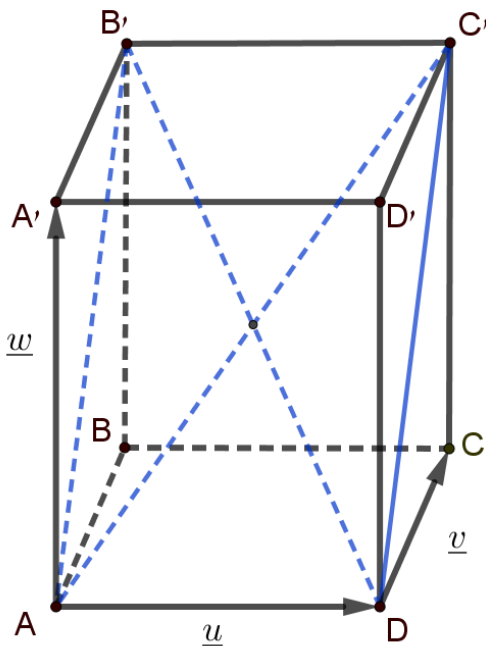
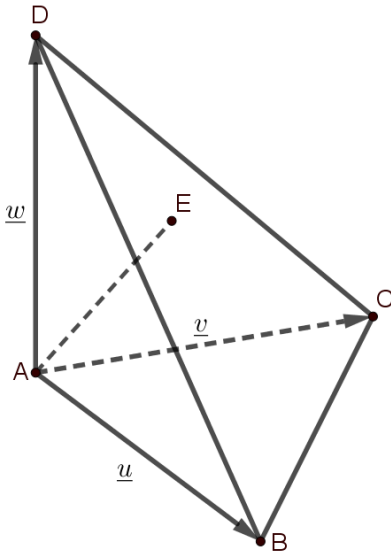
א. הביעו את הווקטורים \vec{DC} ו- \vec{BC} בעזרת \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} .

(2) הראו כי הווקטור \vec{AE} מאונך למישור הפאה BDC .

ב. חשבו את $|\vec{AE}|$.

ג. (1) מדוע המשולש ADE ישר זווית?

(2) חשבו את שטח המשולש ADE .



34. במנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$

הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע.

נתון: $AA' = 4$, $AD = 3$.

נסמן: $\vec{AA'} = \vec{w}$, $\vec{DC} = \vec{v}$, $\vec{AD} = \vec{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{AC'}$ ו- $\vec{B'D}$, $\vec{C'D}$ באמצעות \vec{u} , \vec{v} ו- \vec{w} .

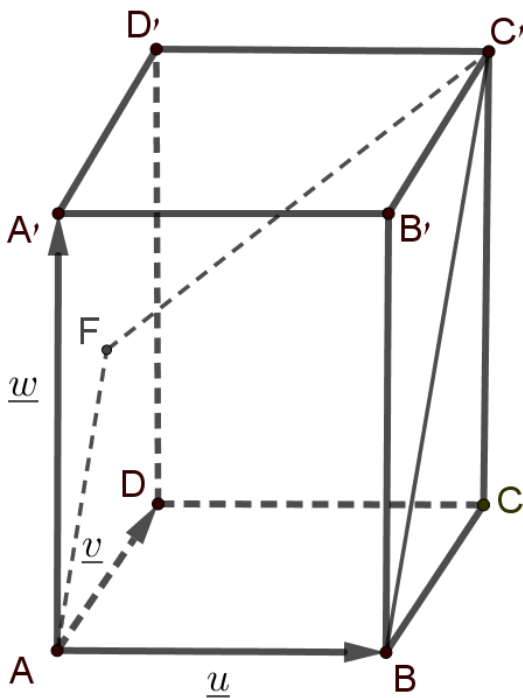
ב. הראו כי $\vec{C'B'} \perp \vec{C'D}$.

(2) האם המרובע $AB'C'D$ מלבן? נמקו.

ג. O היא נקודת המפגש של אלכסוני המרובע $AB'C'D$.

חשבו את גודל הזווית DOC' בין אלכסוני המרובע $AB'C'D$.

35. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$



נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

F היא נקודת מפגש האלכסונים של הפאה $AA'D'D$

נתון: $AA' = 8$, $BC = 8$, $AB = 6$

א. הציגו את הווקטורים $\vec{BC'}$, \vec{AF} ו- $\vec{FC'}$

כצירוף לינארי של \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

ב. (1) מדוע המרובע $AFC'B$ טרפז?

(2) הראו כי $\angle ABC' = 90^\circ$.

ג. חשבו את שטח הטרפז $AFC'B$.

ד. (1) הביעו את הווקטור $\vec{A'F}$ באמצעות

\underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

(2) האם הווקטור $\vec{A'F}$ מאונך למישור הטרפז $AFC'B$? נמקו.

36. בפירמידה ישרה ABCDS הבסיס ABCD

הוא מלבן. SO הוא גובה הפירמידה.

נתון: $SO = 5$, $BC = 3$, $AB = 4$.

נסמן: $\vec{OS} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

א. הביעו את הווקטורים \vec{OB} , \vec{OC} , \vec{SB}

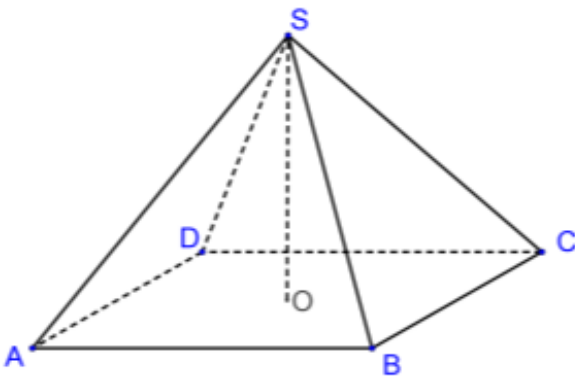
ו- \vec{SC} בעזרת \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

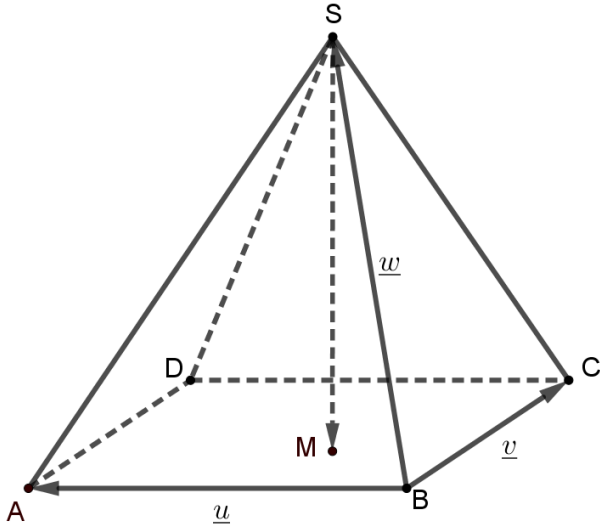
ב. (1) חשבו את הזווית $\angle BOC$.

(2) חשבו את הזווית $\angle BSC$.

ג. חשבו פי כמה גדול שטח הפאה SBC משטח המשולש BOC.

ד. חשבו פי כמה גדול נפח הפירמידה SABCD מנפח הפירמידה SOBC.





37. בפירמידה $SABCD$

הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו 6.

נסמן: $\vec{BA} = \underline{u}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{BS} = \underline{w}$.

נתון: $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$, $\underline{u} \cdot \underline{w} = 12$,

$\underline{v} \cdot \underline{w} = 12$.

הנקודה M מקיימת: $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} - \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטור \vec{BM} בעזרת

\underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

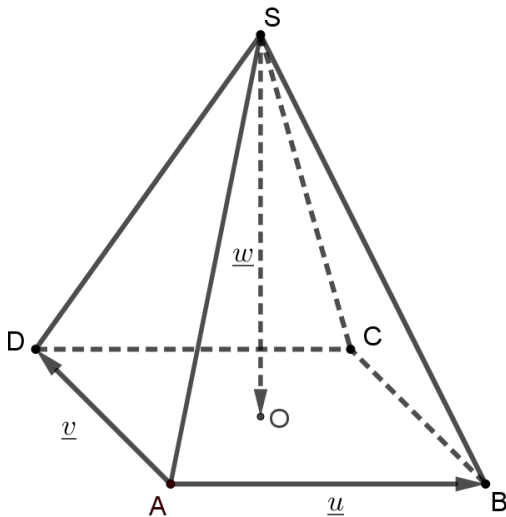
(2) מדוע הנקודה M נמצאת במישור

הבסיס $ABCD$?

ב. הראו כי \vec{SM} מאונך למישור הבסיס $ABCD$.

ג. (1) חשבו את אורך הווקטור \vec{SM} .

(2) חשבו את נפח הפירמידה.



38. בפירמידה ישרה $SABCD$ הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע.

SO הוא גובה הפירמידה שאורכו שווה ל-6.

נתון כי נפח הפירמידה שווה ל-32.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{SO} = \underline{w}$.

א. חשבו את אורך הצלע של בסיס הפירמידה.

ב. הביעו את הווקטורים \vec{SA} ו- \vec{SB} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ג. (1) חשבו את אורכי הווקטורים \vec{SA} ו- \vec{SB} .

(2) מצאו את גודל הזווית ASB .

ד. (1) חשבו את שטח המשולש ASB .

(2) חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה.

39. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$

הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.

אורך צלע המעוין שווה ל-1.

נתון: $\angle BAD = \angle A'AB = \angle A'AD = 60^\circ$,

$AA' = 1.2$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות הבאות:

$$\underline{v} \cdot \underline{w} \quad (3) \quad \underline{u} \cdot \underline{w} \quad (2) \quad \underline{u} \cdot \underline{v} \quad (1)$$

הנקודה E נמצאת על האלכסון AC

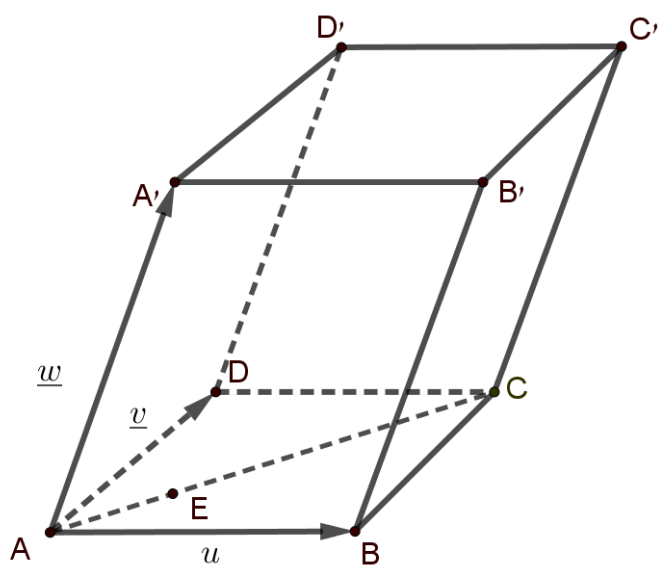
ומחלקת אותו ביחס $AE:EC = 2:3$.

ב. הביעו את הווקטור $\vec{A'E}$ באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ג. הראו כי $\vec{A'E}$ מאונך למישור הבסיס $ABCD$.

ד. (1) חשבו את $|\vec{A'E}|$.

(2) חשבו את נפח המקבילון.



40.

במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים ABC

ו- $A'B'C'$ הם משולשים שויי צלעות.

נתון: $AA' = 3$, $AB = 2$.

הנקודה D היא אמצע המקצוע $B'C'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

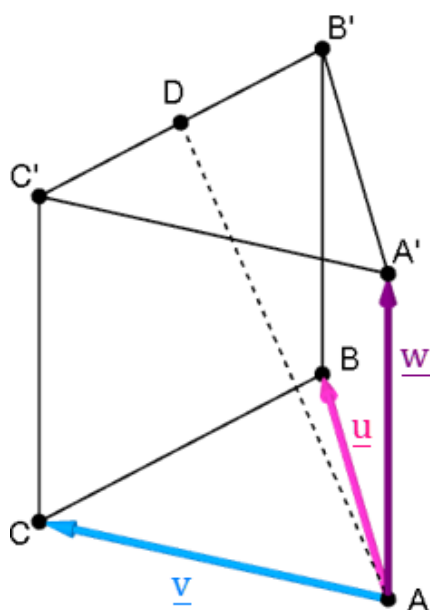
א. חשבו את הערך של המכפלות הסקלריות

הבאות: $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{AD} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) חשבו את $|\vec{AD}|$.

ג. נתון כי הנקודה E מקיימת: $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AD}$.



(1) על איזה ישר נמצאת הנקודה E ?

(2) הביעו את הווקטור \overrightarrow{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} .

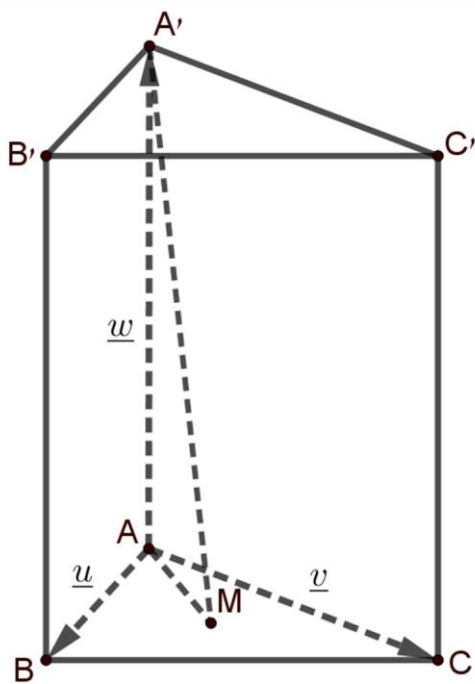
(3) מדוע AD ו- CE מאונכים?

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור \overrightarrow{CE}

(2) מצאו את שטח המשולש ACD .

תרגילים מבחינות הבגרות בנושא וקטור בגישה גאומטרית

1.



במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$

הבסיסים הם משולשים שווי צלעות.

הנקודה M היא מפגש התיכונים של

המשולש ABC .

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את \overrightarrow{AM} ו- $\overrightarrow{A'M}$ באמצעות \underline{u} ,

\underline{v} ו- \underline{w} .

ב. קבעו אלו מהטענות הבאות נכונות, ונמק.

$$(1) \underline{u} \cdot \underline{w} = 0$$

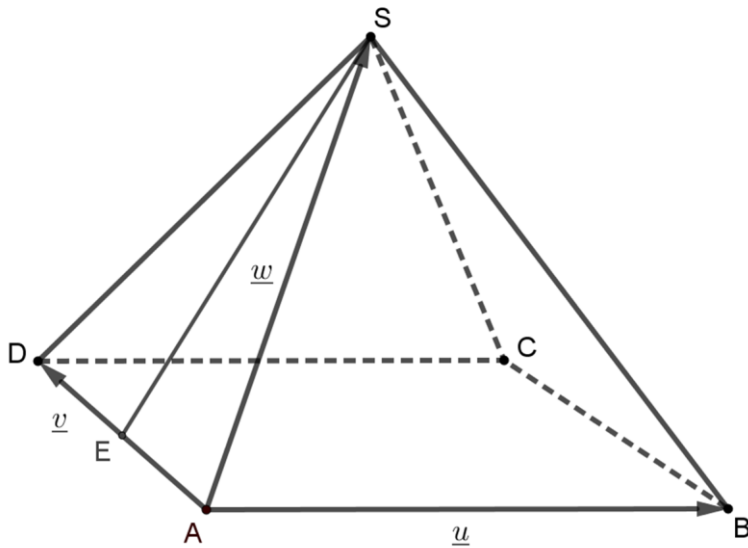
$$(2) \underline{u} \cdot \underline{v} = 0$$

$$(3) \underline{w} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$$

ג. נתון: $|\underline{w}| = 2$, $|\underline{u}| = 1$.

חשבו את גודל הזווית AMA' .

2.



נתונה פירמידה ישרה $SABCD$

שבסיסה $ABCD$ ריבוע (ראה ציור).

כל הפאות הצדדיות של הפירמידה

הן משולשים שווי צלעות.

נסמן: $\vec{AS} = \vec{w}$, $\vec{AD} = \vec{v}$, $\vec{AB} = \vec{u}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD .

נתון: $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}| = 1$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות:

$$\vec{u} \cdot \vec{v}, \vec{v} \cdot \vec{w}, \vec{u} \cdot \vec{w}$$

ב. הביעו את \vec{SE} ו- \vec{SB} באמצעות \vec{u} , \vec{v} ו- \vec{w} .

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BSE .

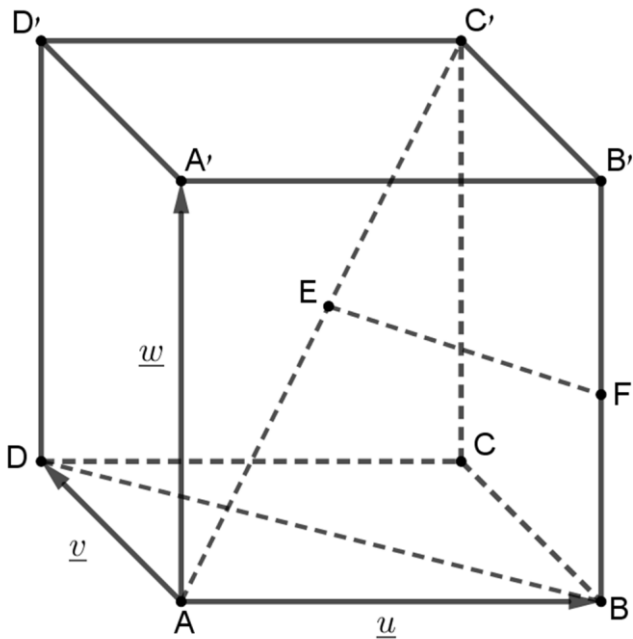
(2) חשבו את שטח המשולש BSE .

הנקודה F היא אמצע המקצוע SB .

ד. (1) הביעו את \vec{DF} באמצעות \vec{u} , \vec{v} ו- \vec{w} .

(2) האם הווקטורים \vec{DF} ו- \vec{SB} מאונכים זה לזה? נמקו.

3.



נתונה קובייה $ABCD A' B' C' D'$.

הנקודה F היא אמצע המקצוע BB' ,

הנקודה E היא אמצע האלכסון AC' .

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$.

א. הביעו את הווקטורים \vec{EF} , $\vec{AC'}$, \vec{DB}

ו- \vec{DE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. (1) חשבו אורכי הווקטורים \vec{DE} ו- \vec{DB} .

(2) חשבו את גודל הזווית EDB .

ג. (1) הסבירו מדוע הווקטור \vec{EF} מקביל

למישור הבסיס $ABCD$?

(2) הסבירו מדוע $EF \parallel DB$?

ד. חשבו את זוויות הטרפז $EDBF$.

4.

נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט).

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC .

ידוע כי $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות:

$$\underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הביעו את הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC}

באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

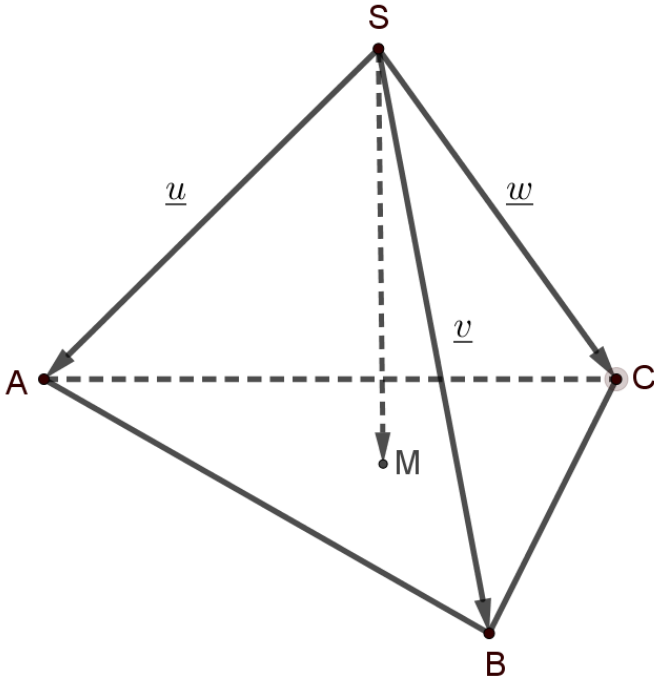
(2) חשבו את אורכי הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC} .

(3) מצאו את גודל הזווית BAC .

ג. הראו כי \vec{SM} מאונך למישור ABC .

נסמן: $|\vec{SM}| = m$.

ד. הביעו את נפח הפירמידה $SABC$ באמצעות m .



בפירמידה משולשת $ABCD$:

$$\vec{AD} = \underline{w}, \vec{AC} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u}$$

הנקודה M היא אמצע המקצוע AD ,

הנקודה N נמצאת על הפאה BDC

$$\text{ומקיימת: } \vec{DN} = \frac{1}{4} \cdot (\vec{DB} + \vec{DC})$$

א. (1) הביעו את הווקטור \vec{MN} באמצעות

$$\underline{w}, \underline{v}, \underline{u}$$

(2) מדוע MN מקביל למישור ABC ?

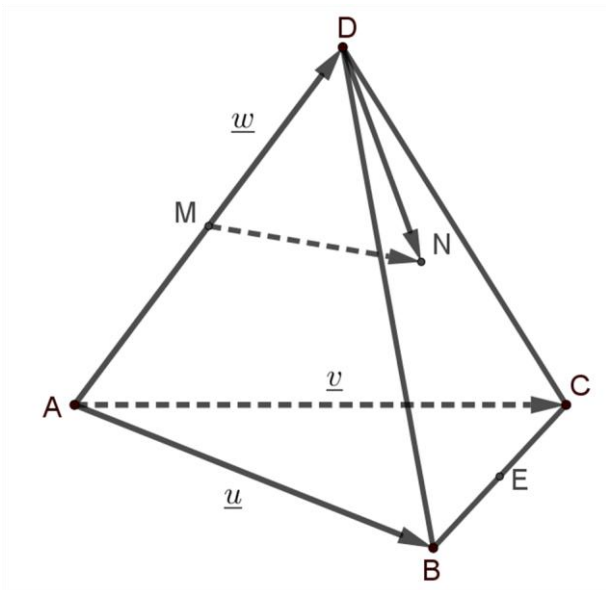
(3) האם MN מקביל ל- AB ?

ב. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC .

(1) הוכיחו כי AE ו- MN מקבילים.

(2) רשמו את יחס האורכים $\frac{AE}{MN}$.

ג. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}|$. הראו כי \vec{BC} ו- \vec{MN} מאונכים.



6.

נתונה הקובייה $ABCD A' B' C' D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו- G הן אמצעי המקצועות AA' ו- CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\vec{D'H} = \frac{3}{4}\vec{D'C'}$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים \vec{EH} , \vec{HG} , \vec{FG} , \vec{EF}

באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

(2) האם המרובע $EFGH$ הוא מקבילית? נמקו.

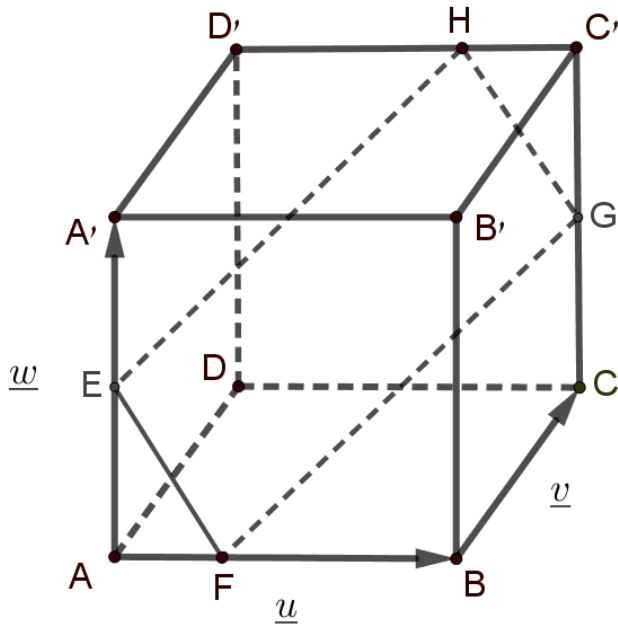
הנפח של הקובייה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים \vec{EH} ו- \vec{EF} .

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF .

(2) מצאו את שטח המרובע $EFGH$.



7.

במנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\angle BAD = 60^\circ$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{B'A}$, $\vec{B'E}$ באמצעות \underline{w} , \underline{v} ו- \underline{u} .

ב. לפניכם שלוש טענות (1 – 3). קבעו אלו מהטענות נכונות.

נמקו.

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \quad (1)$$

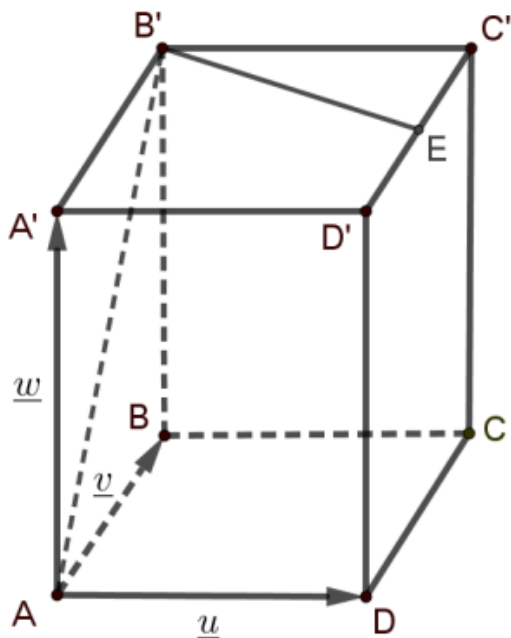
$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{B'A} \text{ מאונך ל-} \vec{B'E} \quad (3)$$

ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור $\vec{B'E}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $AB'E$.



בפירמידה המשולשת $ABCD$

הפאות ABD ו- ACD הן משולשים שווי צלעות

(ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD .

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF:FD = 1:2$.

נסמן: $\vec{AD} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $\angle BAC = 45^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם:

$$\underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הביעו את הוקטורים \vec{CD} ו- \vec{BD} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , ו- \underline{w} (אם יש צורך).

(2) הביעו את הוקטורים \vec{AE} ו- \vec{AF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , ו- \underline{w} (אם יש צורך).

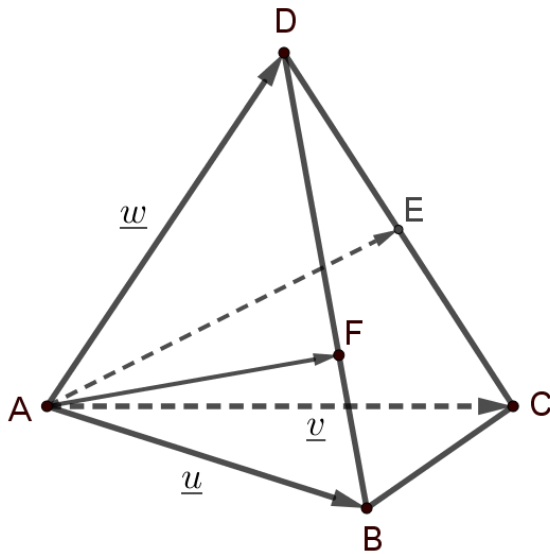
ג. לפניכם שלוש טענות (1) – (3). קבעו אלו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את

תשובתיכם.

$$(1) \vec{CD} \text{ מאונך ל-} \vec{AE}$$

$$(2) \vec{CD} \text{ מאונך ל-} \vec{AF}$$

$$(3) \vec{CD} \text{ מאונך למישור } EAF$$



תוספת תרגילים לסעיפים 3.2, 4.3

וקטור בגישה אלגברית

נושאים:

מערכת צירים במרחב.

שיעורי נקודה במרחב ([קישור 1](#), [קישור 2](#)).

הצגה אלגברית של וקטור.

פעולות בווקטורים בגישה אלגברית (חיבור, חיסור, כפל בסקלר).

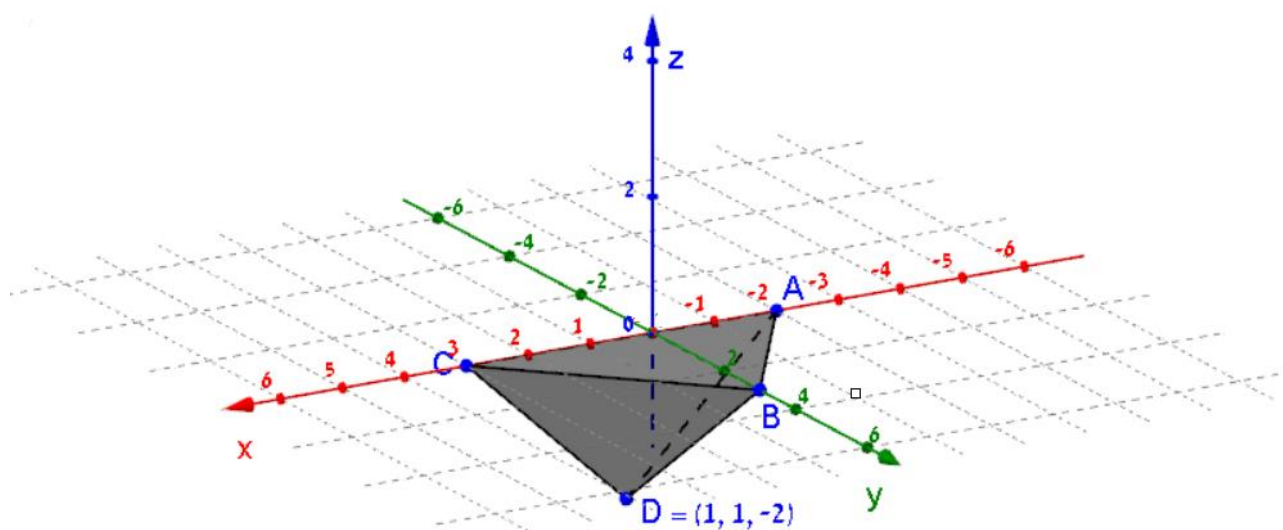
וקטורים קולינאריים. צירוף לינארי של שני וקטורים לא קולינאריים.

1. נתונה פירמידה משולשת ABCD.

א. רשמו את השיעורים של קודקודי הפירמידה A, B, C שבסרטוט.

ב. (1) חשבו את השטח של בסיס הפירמידה ABC.

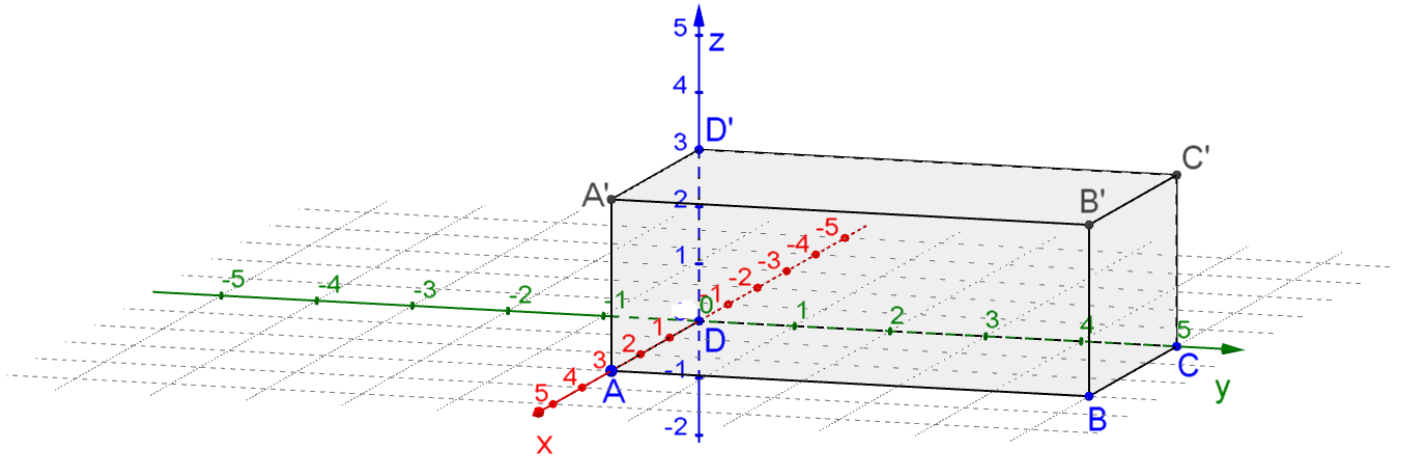
(2) חשבו את נפח הפירמידה.



2. א. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$. הקודקודים D, C, B, A נמצאים במישור xy (ראו סרטוט).

רשמו את השיעורים של קודקודי התיבה בסרטוט.

ב. חשבו את נפח התיבה.



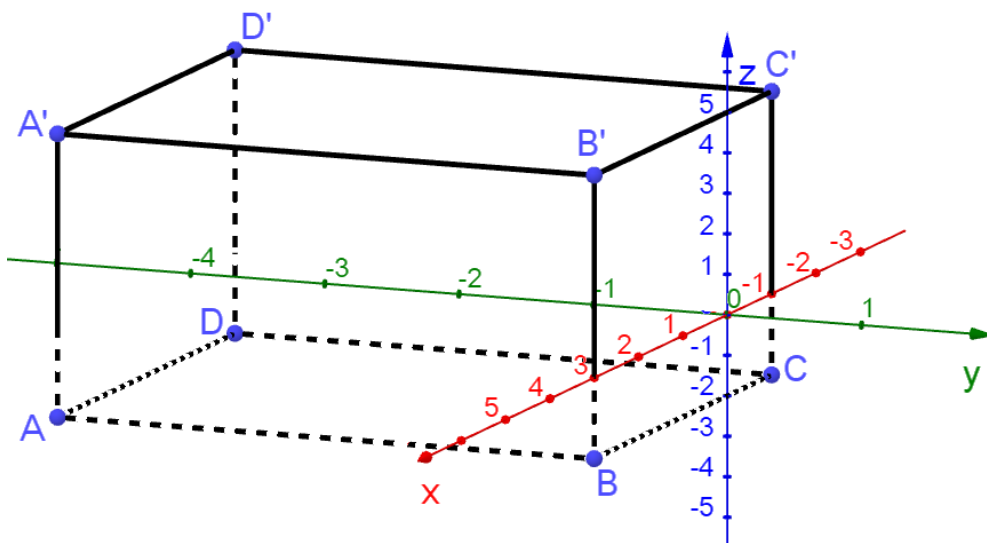
3. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ נתונים שיעורי הקודקודים:

$A(3, -4, -2)$, $B(3, 0, -2)$, $C(-1, 0, -2)$, $A'(3, -4, 5)$. הפאה $BB'C'C$ נמצאת במישור xz (ראו

סרטוט).

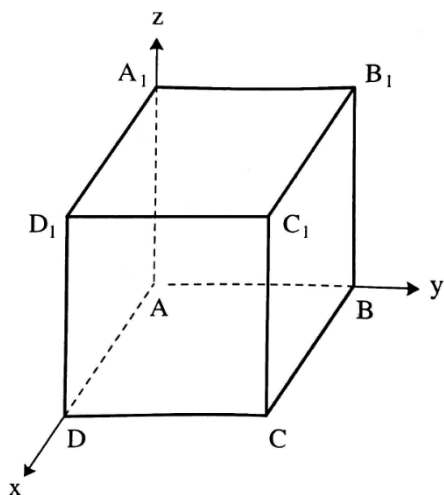
א. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי התיבה.

ב. חשבו את נפח התיבה.



4. נתונה תיבה של התרגיל 2.

רשמו את ההצגה האלגברית של הווקטורים הבאים: \overrightarrow{AD} , $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{DD'}$, $\overrightarrow{D'B'}$, $\overrightarrow{DB'}$, \overrightarrow{DB} , $\overrightarrow{A'B'}$, \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{BC}



5. נפח הקובייה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ שווה ל- 8.

A היא ראשית הצירים.

הצירים על מקצועות הקובייה כבסרטוט.

א. רשמו את השיעורים של קודקודי הקובייה.

ב. מצאו את ההצגות האלגבריות של הווקטורים

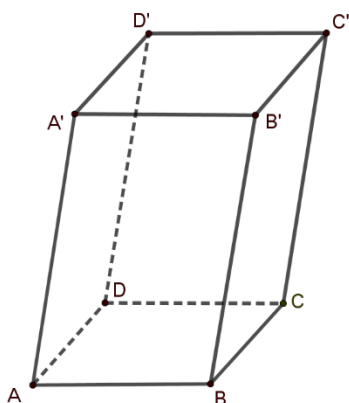
הבאים: $\overrightarrow{DB_1}$, $\overrightarrow{CA_1}$, $\overrightarrow{BD_1}$, $\overrightarrow{AC_1}$

6. במרובע $ABCD$: $A(2, -7, -5)$, $B(3, 11, 0)$, $C(5, -1, 7)$, $D(4, -19, 2)$.

הוכיחו כי המרובע הוא מקבילית.

7. במקבילית $ABCD$: $A(2, -3, 0)$, $B(2, -3, 0)$, $C(3, -1, 1)$, $D(5, -3, 7)$.

חשבו את שיעורי הקודקוד A.



8. א. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$:

$A(3, 2, 4)$, $B(2, 4, 3)$, $C(5, 0, 2)$, $B'(6, -1, 3)$.

מצאו את השיעורים של שאר קודקודי המקבילון.

ב. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$:

$A(1, -3, 0)$, $A'(0, 4, -2)$, $B'(-4, 2, -1)$, $D(-1, -2, 2)$.

מצאו את השיעורים של שאר קודקודי המקבילון.

9. נתונות הנקודות: $A(-3,1,5)$, $B(2,4,1)$.

מצאו את שיעורי הנקודה P הנמצאת על הקטע AB ומקיימת:

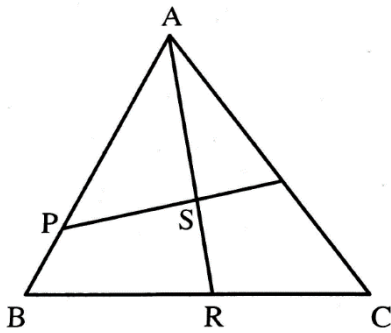
א. $AP:PB = 2:1$ ב. $AP:PB = 1:3$ ג. $\vec{AP} = -3\vec{BP}$ ד. $\frac{AP}{PB} = 4$

ה. $AP:AB = \frac{1}{6}$ ו. $\vec{AP} = \frac{1}{4}\vec{PB}$

10. נתונות הנקודות: $A(0,1,-2)$, $P(-1,2,3)$. הנקודות B ו- C נמצאות על הישר AP .

א. ידוע כי P מחלקת את הקטע AB ביחס של $AP:PB = 3:2$. מצאו את שיעורי הנקודה B .

ב. ידוע כי הנקודה A נמצאת על הקטע PC ו- $AP = 2AC$. מצאו את שיעורי הנקודה C .



11. במשולש שבסרטוט נתון:

$A(8,0,16)$, $B(12,8,4)$, $R(3,5,1)$

AR מחלקת את $AS:SR = 3:2$ ביחס של

$AP:PB = 3:1$ ביחס של את AB

הנקודה R מקיימת: $BR:RC = 3:5$.

מצאו את שיעורי הנקודות P, S, C .

12. במשולש ABC : $A(-3,12,4)$, $B(3,4,7)$, $C(6,5,10)$.

CD הוא תיכון לצלע AB .

M היא נקודת מפגש התיכונים במשולש ABC .

א. מצאו את שיעורי הנקודה D .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה M .

13. במשולש ABC : AD הוא התיכון לצלע BC ,

M היא נקודת מפגש התיכונים במשולש ABC .

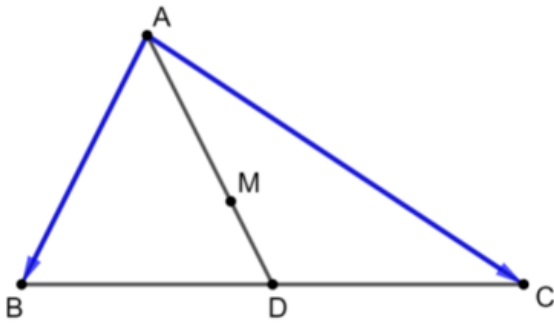
$$\text{נסמן: } \vec{AC} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u}$$

א. הביעו את \vec{AM} באמצעות \underline{v} , \underline{u} .

נתון: $C(2,4,0)$, $B(5,-1,2)$, $A(2,3,4)$.

ב. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור \vec{AM} .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M .



14. בפירמידה משולשת $ABCD$ הנקודה M

היא מפגש התיכונים של הפאה ABD .

נתון: $B(2,2,-4)$, $A(1,-1,3)$,

$$\vec{CM} = (1,0,2), C(1,0,-1)$$

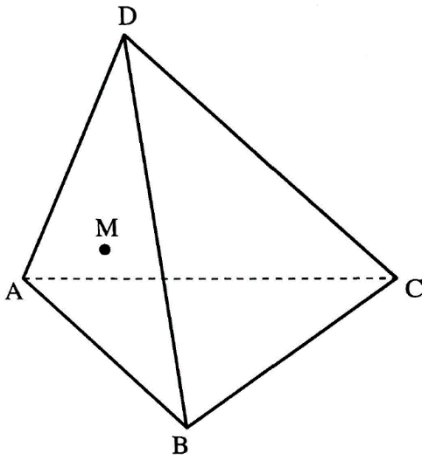
א. מצאו את שיעורי הנקודה M .

ב. הנקודה E היא אמצע המקצוע AB .

(1) מצאו את ההצגה האלגברית של \vec{ME} .

(2) מצאו את ההצגה האלגברית של \vec{DE} .

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D .



15. בדקו אם הווקטורים \underline{u} ו- \underline{v} קולינאריים זה לזה.

א. $\underline{v} = (14,6,2)$, $\underline{u} = (7,3,-1)$.

ב. $\underline{v} = (-2,3,0)$, $\underline{u} = (2,-3,0)$.

ג. $\underline{v} = (4,-1,5)$, $\underline{u} = (12,-3,15)$.

ד. $\underline{v} = (-6,3,9)$, $\underline{u} = (4,-2,-6)$.

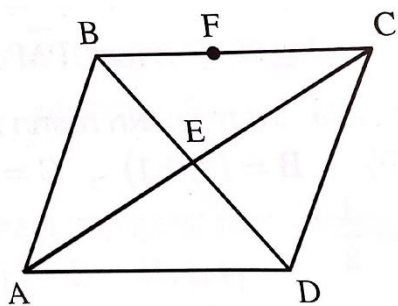
ה. $\underline{v} = (16,-4,4)$, $\underline{u} = (12,-1,3)$.

ו. $\underline{v} = (-3,1,0)$, $\underline{u} = (6,-2,10)$.

ז. $\underline{v} = (0,8,0)$, $\underline{u} = (0,3,0)$.

ח. $\underline{v} = (8,-1,2)$, $\underline{u} = (12,-1.5,3)$.

16. במקבילית $ABCD$:



$C(1,0,0)$, $B(0,-1,1)$, $A(1,2,3)$

א. מצאו את השיעורים של נקודת

הפגישה E של האלכסונים.

ב. הנקודה F מחלקת את הקטע BC

ביחס של $BF:FC = 3:4$.

מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור \overrightarrow{EF} .

ג. האם הווקטורים \overrightarrow{EF} ו- \overrightarrow{AB} קולינאריים? נמקו.

17. נתונות הנקודות C, B, A . האם הן נמצאות על ישר אחד?

א. $C(-2,1,4)$, $B(1,2,3)$, $A(0,0,0)$.

ב. $C(-1,3,-9)$, $B(2,0,3)$, $A(1,1,-1)$.

ג. $C(-3,-4,5)$, $B(3,-4,5)$, $A(-2,1,4)$.

ד. $C(2,-3,1)$, $B(0,-1,2)$, $A(-2,1,3)$.

18.

נתונות הנקודות: $D(5,-3,8)$, $C(9,2,-2)$, $B(3,-1,4)$, $A(1,-2,6)$.

א. הראו כי הנקודות A, B ו- C נמצאות על ישר אחד.

ב. הראו כי הנקודה D לא נמצאת על הישר AB .

ג. DM הוא תיכון לצלע AC במשולש ACD .

מצאו את ההצגה האלגברית של וקטור \overrightarrow{DM} .

19. במשולש ABC :

$$A(1,1,0), C(0,1,1)$$

$$\vec{BP} = \frac{3}{4}\vec{BC}, P\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1\right)$$

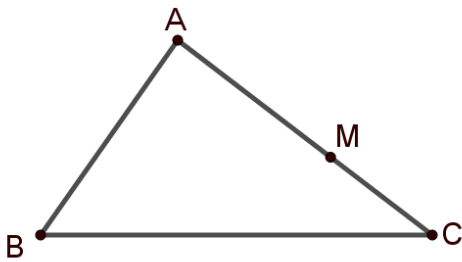
א. על איזו צלע של המשולש נמצאת הנקודה P ? נמקו.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

הנקודה M נמצאת על AC ומקיימת:

$$\vec{PM} = \left(0, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$$

ג. האם $PM \parallel AB$? נמקו.



20.

בתיבה $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ נתון:

$$A(4,0,-8), A_1(12,4,-4)$$

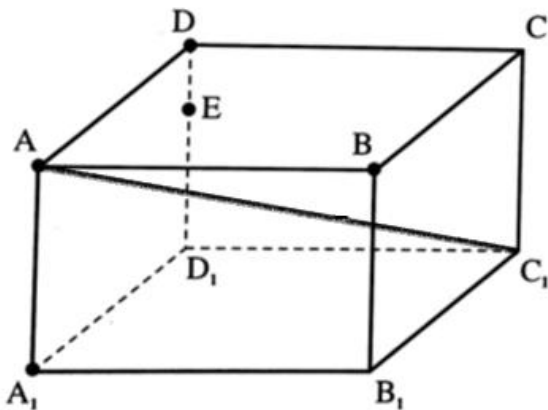
$$B(-4,4,4), D(8,-16,0)$$

הנקודה E מחלקת את המקצוע DD_1

$$DE:ED_1 = 1:3$$

א. מצאו את שיעורי הנקודה E .

ב. חשבו את שיעורי הנקודות C, C_1 .

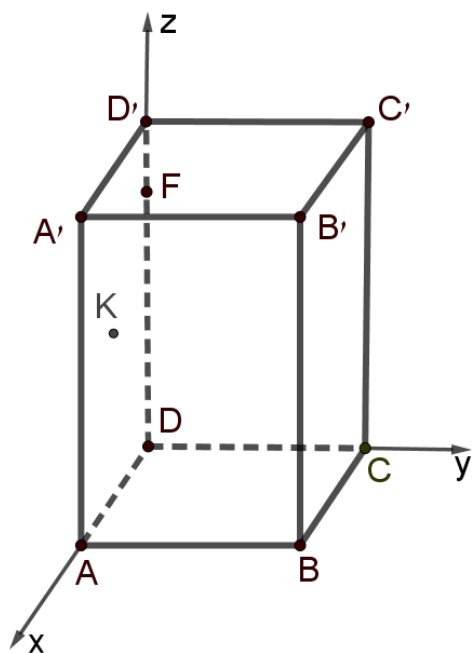


$$\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{AC_1}$$

ג. (1) על איזה ישר נמצאת הנקודה F ? נמקו.

(2) מצאו את ההצגה האלגברית של \vec{FE} .

(3) האם $FE \parallel BD$? נמקו



21. תיבה $ABCD A' B' C' D'$ ממוקמת

במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים.

הקודקודים A, C, D' , נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה- x , ציר ה- y וציר ה- z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון: $AD = 5, DC = 7, DD' = 10$.

א. רשמו את השיעורים של כל קודקודי התיבה.

הנקודה E מקיימת: $\vec{CE} = \frac{3}{5} \vec{CC'}$.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה $AA'D'D$.

הנקודה F מחלקת את המקצוע DD' ביחס של $DF:FD' = 4:1$.

ב. (1) על איזה ישר נמצאת הנקודה E ? נמקו.

(2) מצאו את השיעורים של E .

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של \vec{KF} .

ד. (1) האם $KF \parallel BE$? נמקו.

(2) האם $BK \parallel EF$? נמקו.

(3) מאיזה סוג המרובע $BKFE$?

22. בפירמידה $ABCD$: $A(-2,1,0)$, $B(3,0,1)$, $C(-1,1,2)$, $D(0,-3,0)$.

M היא נקודת מפגש התיכונים של הפאה BDC ,

P היא נקודת מפגש התיכונים של בסיס הפירמידה ABC .

E היא אמצע המקצוע BC .

א. מצאו את שיעורי הנקודה E .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה M .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה P .

ד. הוכיחו כי $PM \parallel AD$.

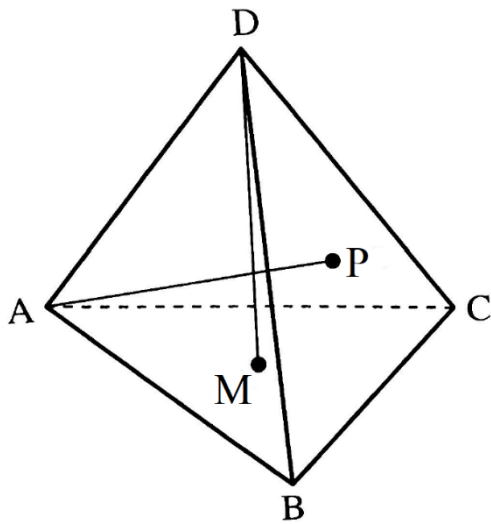
ה. חשבו את היחס $\frac{PM}{AD}$.

ו. נתונה נקודה $N(0, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$.

ז. הראו כי הנקודות A, N, P נמצאות על אותו ישר.

ח. הראו כי הנקודות D, N, M נמצאות על אותו ישר.

ט. מה ניתן להסיק על המצב ההדדי בין הישרים DM ו- AP ?



23. קובייה $ABCDA'B'C'D'$ ממוקמת

במערכת הצירים כך הקודקוד B נמצא

בראשית הצירים, ושלושת קודקודים

אחרים A', C', B נמצאים על הצירים,

כמתואר בציור.

ידוע כי $A'(2,0,0)$.

א. חשבו את נפח הקובייה.

נתון: נקודה M נמצאת באמצע המקצוע AD , נקודה N נמצאת באמצע המקצוע DD' ,

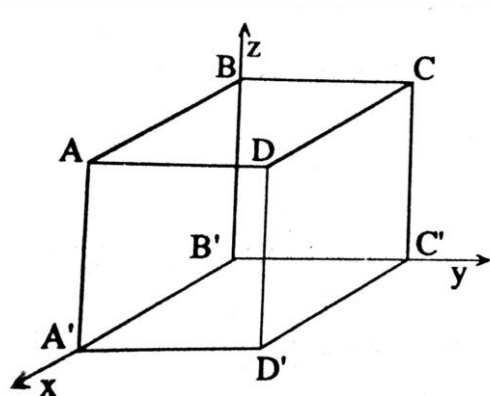
נקודה P נמצאת באמצע המקצוע $D'C'$, נקודה Q נמצאת באמצע המקצוע $C'B'$.

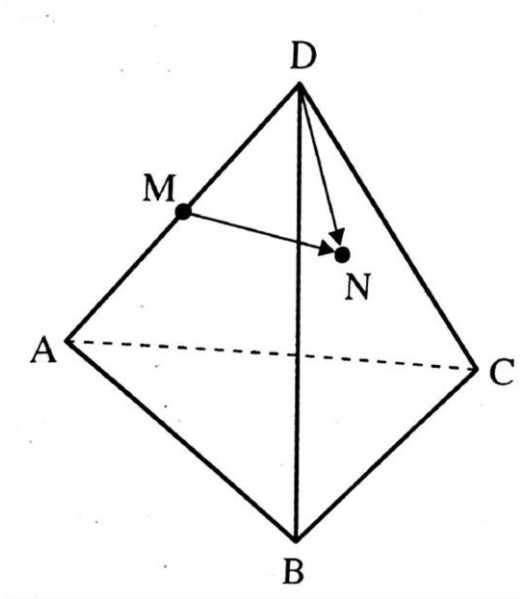
נתונה הנקודה $F(2, 3, 0)$.

ב. (1) הראו כי הנקודה F נמצאת על הישר MN , וגם נמצאת על הישר PQ .

(2) באיזה יחס הנקודה P מחלקת את הקטע QF , ובאיזה יחס הנקודה N מחלקת את הקטע

MF ?





24. בפירמידה משולשת שבציור נתון:

$$A(-2,1,0), B(3,0,1), C(-1,1,2),$$

$$D(0,-3,0)$$

הנקודה M היא אמצע המקצוע AD .

N היא נקודה על הפאה BCD המקיימת

$$\overrightarrow{DN} = \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \frac{3}{4}\right)$$

א. מצאו את ההצגה האלגברית של הוקטורים:

$$(1) \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$$

$$(2) \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MD}$$

ב. (1) הראו כי $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

(2) הסבירו מדוע הישר MN מקביל למישור ABC .

25. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$ נתון:

$$A(1,2,0), B(3,0,-6), D(2,2,8), C'(4,-4,9)$$

א. מצאו את שיעורי הקודקודים C, B' .

הנקודה E נמצאת על האלכסון AC'

ומקיימת $AE:EC' = 2:1$.

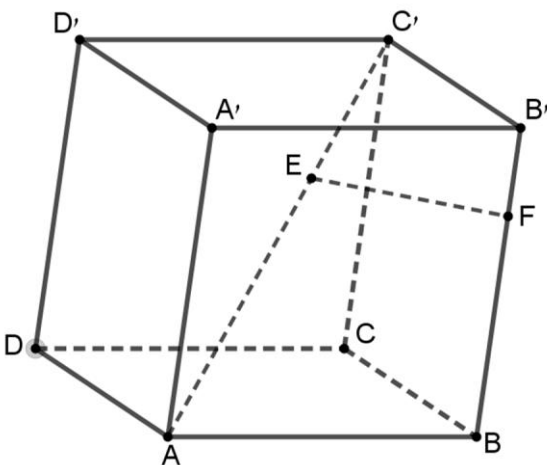
הנקודה F נמצאת על המקצוע BB'

$$\text{ומקיימת } \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E ו- F .

ג. (1) הראו $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

(2) מדוע הווקטור \overrightarrow{EF} מקביל למישור $ABCD$?



תוספת תרגילים לסעיף 5.4

שימושים במכפלה הסקלרית בגישה אלגברית

1. במשולש ABC נתון: $A(1,0,5)$, $B(6,2,1)$, $C(-4,0,10)$.
הנקודה M מחלקת את הצלע AC ביחס $AM:MC = 2:3$.
 - א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M . (2) חשבו את אורך הווקטור \overrightarrow{AM} .
 - ב. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle BAM$.
 - (2) חשבו את שטח המשולש ABM .

2. במשולש ABC : $A(-5,1,13)$, $B(1,1,1)$, $C(9,-9,5)$.
 - א. הראו כי המשולש שווה שוקיים.
 - ב. הוכיחו כי המשולש ישר זווית.
 - ג. חשבו את הזוויות החדות של המשולש.

3. נתונות הנקודות: $A(1,-2,6)$, $B(9,2,-2)$, $C(5,-3,8)$.
 - א. הראו כי הנקודה C לא נמצאת על הישר AB .
 - ב. CM הוא תיכון לצלע AB במשולש ABC .
 - (1) חשבו את אורך התיכון CM .
 - (2) האם התיכון CM הוא גם חוצה זווית ACB ? נמקו.
 - ג. (1) חשבו את הזווית ACB .
 - (2) חשבו את שטח המשולש ABC .
 - (3) חשבו את שטח המשולש ACM .

4. במרובע $ABCD$: $A(1,0,-1)$, $B(2,1,3)$, $C(1,2,5)$, $D(0,1,1)$.
 - א. הוכיחו כי המרובע הוא מקבילית.
 - ב. חשבו את הזווית $\sphericalangle BAD$.
 - ג. חשבו את שטח המקבילית.

5. במרובע $ABCD$: $A(4, -7, 9)$, $B(8, -9, 14)$, $C(7, -1, 9)$, $D(3, 1, 4)$.

א. (1) הוכיחו כי המרובע הוא מקבילית.

(2) M היא נקודת החיתוך של אלכסוני המרובע. מצאו את שיעוריה.

ב. חשבו את הזווית החדה שבין אלכסוני המרובע.

6. במקבילית $ABCD$: $A(1, -10, 7)$, $B(0, -6, 6)$, $C(1, -6, 5)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D .

ב. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מלבן.

ג. חשבו את שטח המלבן.

ד. O היא מפגש אלכסוני המלבן.

(1) מצאו את השיעורים של O .

(2) חשבו את הזווית $\sphericalangle BOC$ (הזווית בין אלכסוני המלבן).

7. במרובע $ABCD$: $A(-2, 4, 1)$, $B(1, 5, 0)$, $C(2, 4, 3)$, $D(-1, 3, 4)$.

א. הוכיחו כי המרובע הוא מעוין.

ב. האם $ABCD$ הוא ריבוע?

ג. חשבו את זוויות המעוין.

ד. חשבו את שטח המעוין.

8. במרובע $ABCD$: $A(0, -1, 4)$, $B(-2, 0.5, 4.5)$, $C(-3, 1, 2)$, $D(1, -2, 1)$.

א. הוכיחו כי המרובע הוא טרפז.

ב. האם הטרפז הוא שווה שוקיים?

ג. חשבו את זוויות הטרפז.

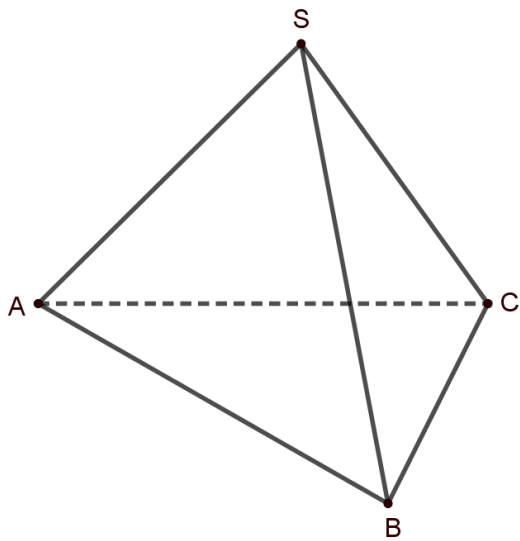
9. במרובע $ABCD$: $A(3, 0, 1)$, $B(3, 1, -1)$, $C(-2, -1, -7)$, $D(-2, -4, -1)$.

א. מדוע $AB \parallel CD$?

ב. הראו כי המרובע $ABCD$ הוא טרפז ישר זווית.

ג. חשבו את היקף הטרפז $ABCD$.

ד. חשבו את שטח הטרפז $ABCD$.



10. בפירמידה משולשת $SABC$:

$S(1,1,4)$, $C(2,3,0)$, $B(0,2,0)$, $A(3,0,1)$

א. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle BAC$.

(2) חשבו את שטח המשולש ABC .

ב. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle SAB$.

(2) חשבו את שטח הפאה SAB .

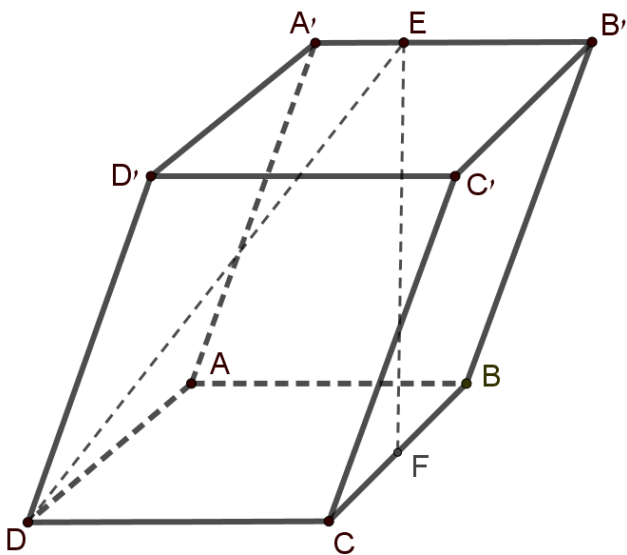
ג. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle SAC$.

(2) חשבו את שטח הפאה SAC .

ד. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle SBC$.

(2) חשבו את שטח הפאה SBC .

ה. חשבו את שטח הפנים של הפירמידה (סכום שטחי הפאות והבסיס).



11. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$: $A(-3,4,-6)$

$\vec{BC} = (2, -4, 4)$, $B'(1,0,-5)$, $C(2,-9,1)$

הנקודה E מחלקת את המקצוע $A'B'$

ביחס של $A'E : EB' = 1 : 2$

הנקודה F היא אמצע המקצוע.

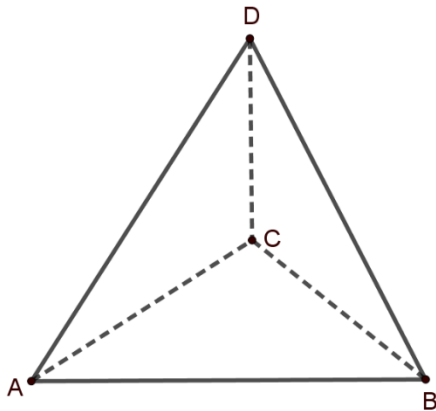
א. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A' , D , B

(2) מצאו את שיעורי הנקודות F , E

ב. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle DEF$.

(2) חשבו את שטח המשולש DEF .

12. נתונות הנקודות: $A(8,9,-1)$, $B(1,5,1)$, $C(5,3,-1)$.



א. מדוע הנקודות לא נמצאות על ישר אחד?

ב. הראו כי הזווית ACB היא זווית ישרה.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC .

ד. הנקודות A, B, C, D הן קודקודי פירמידה שבסיסה משולש ABC .

נתון: $D(7,2,4)$.

ה. הראו כי המקצוע DC מאונך למישור הבסיס ABC .

ו. האם הפירמידה ישרה? נמקו.

ז. חשבו את נפח הפירמידה.

13. בפירמידה $ABCDE$ הבסיס $ABCD$

הוא מקבילית.

נתון: $A(2,-4,3)$, $B(4,-8,-3)$,

$C(1,-3,-2)$, $E(15,4,2)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה D .

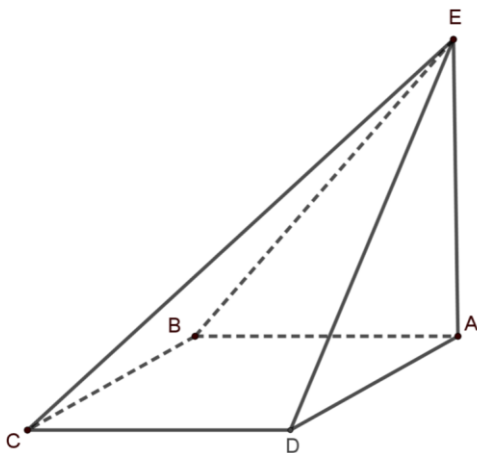
ב. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle ABC$.

(2) חשבו את שטח המקבילית $ABCD$.

ג. הוכיחו כי המקצוע AE מאונך למישור הבסיס

$ABCD$.

ד. חשב את נפח הפירמידה.



14. במקבילון $ABCDA'B'C'D'$:

$A(0,1,-1)$, $C(3,-1,-2)$, $D(1,1,0)$,

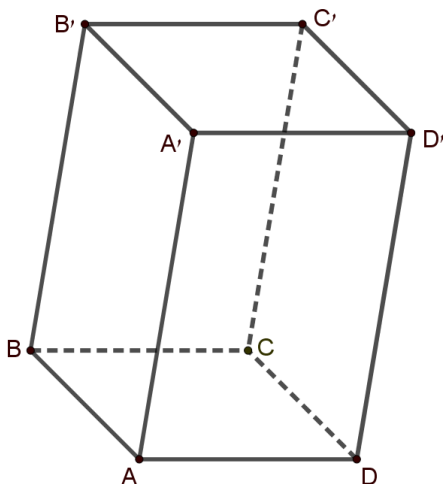
$B'(8,11,-9)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .

ב. הוכיחו כי המקבילון הוא תיבה.

ג. חשבו את נפח התיבה.

ד. חשבו את נפח הפירמידה $C'BCD$.



15. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$:

$$D(4, -1, 1), B(0, -6, -1), A(1, -1, -2)$$

$$B'(1, -2, 0)$$

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מלבן.

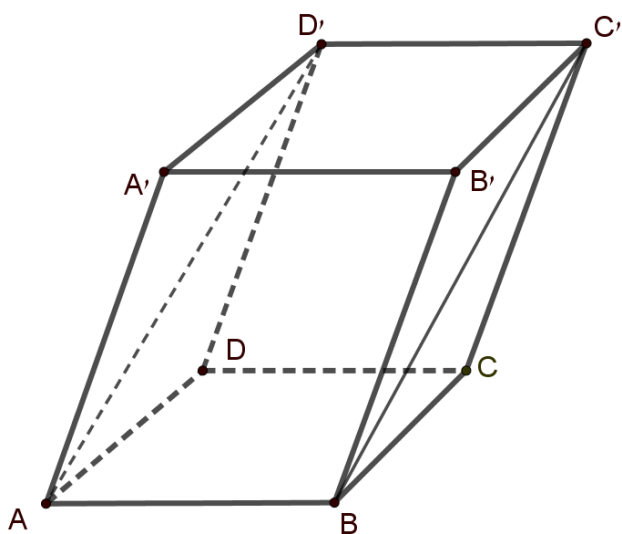
ב. האם המקבילון הוא תיבה? נמקו.

ג. מדוע המרובע $ABC'D'$ הוא מקבילית?

ד. חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{AD'}$.

ה. (1) חשבו את הזווית $\sphericalangle D'AB$.

(2) חשבו את שטח המקבילית $ABC'D'$.



16. במנסרה משולשת $ABCA'B'C'$:

$$C(2, 0, 8), B(4, 4, 2), A(-8, 10, 2)$$

$$C'(-4, -12, -2)$$

א. הוכיחו כי בסיס המנסרה ABC הוא משולש ישר זווית.

ב. הוכיחו כי המנסרה ישרה.

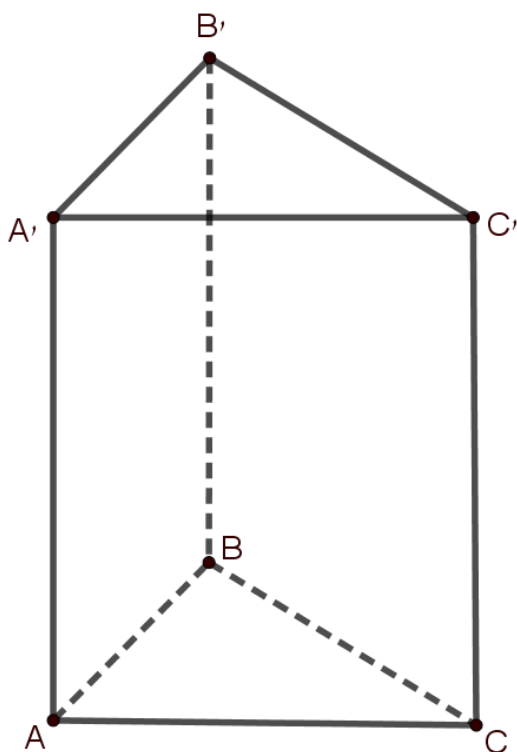
ג. חשבו את נפח המנסרה.

ד. הנקודה E מקיימת: $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BB'}$

(1) על איזה מקצוע נמצאת הנקודה E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודה E.

(3) האם הזווית $\sphericalangle AEC$ ישרה?



17. במקבילון $ABCD A' B' C' D'$:

$D(1,0,5)$, $B(0,-1,2)$, $A(1,-2,4)$

$A'(-4,-3,6)$

הנקודה E מחלקת את המקצוע CC'

ביחס של $C'E:EC = 1:2$.

א. הוכיחו כי המקבילון הוא תיבה.

ב. חשבו את נפח התיבה.

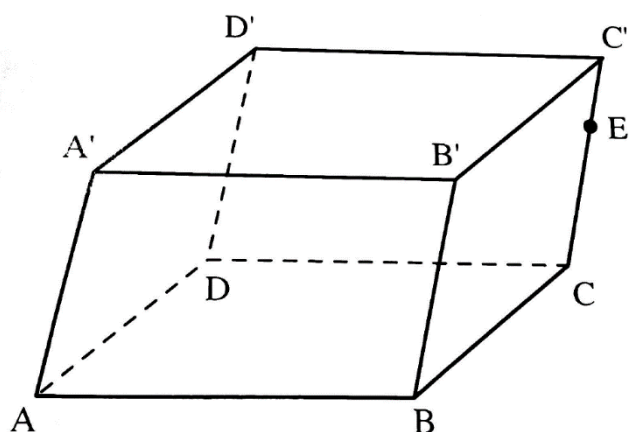
ג. חשבו את אורך האלכסון BD' של התיבה.

ד. הנקודה O היא אמצע האלכסון BD' .

(1) חשבו את האורך הווקטור \overrightarrow{OE} .

(2) חשבו את הזווית $\sphericalangle D'OE$

(3) חשבו את שטח המשולש $D'OE$.



18. במנסרה משולשת $ABCA' B' C'$:

$A'(5,-2,3)$, $C(4,1,0)$, $B(4,5,6)$, $A(1,2,3)$

א. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו.

(1) $\overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{AB}$

(2) $\overrightarrow{AA'}$ מאונך למישור הבסיס ABC

(3) המנסרה $ABCA' B' C'$ ישרה.

ב. נתון כי נפח המנסרה הוא 48.

(1) חשבו את הזווית $\sphericalangle BAC$.

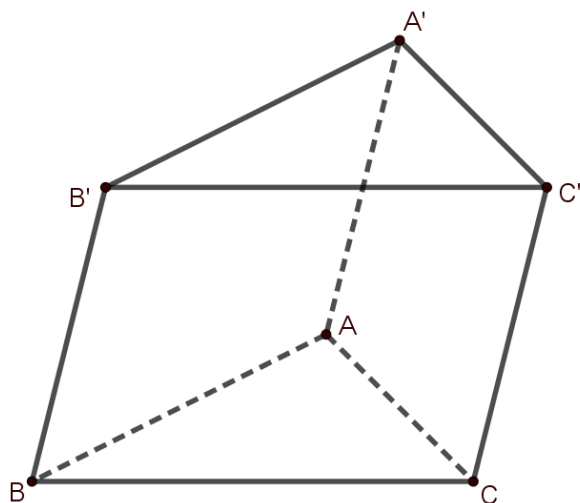
(2) חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

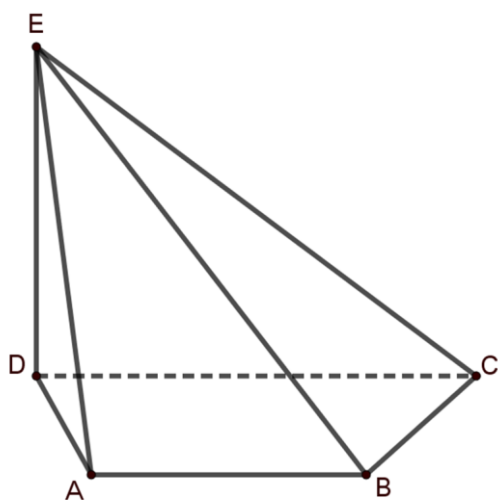
ג. הנקודה D היא מפגש אלכסוני הפאה $AA' B' B$,

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA' C' C$.

(1) מצאו את השיעורים של הנקודות E, D .

(2) האם $DE \parallel BC$? נמקו.





19. במרובע $ABCD$:

$A(7,4,5)$, $B(7,5,3)$, $C(2,3,-3)$,

$D(2,0,3)$.

א. (1) מדוע $DC \parallel AB$?

(2) הוכיחו שהמרובע הוא טרפז ישר זווית.

ב. חשבו את שטח הטרפז.

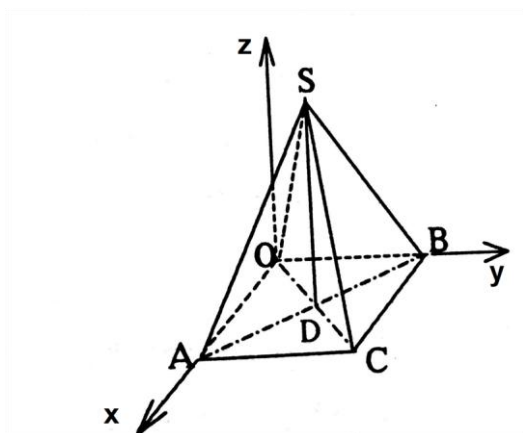
ג. בפירמידה $ABCDE$

נתון קודקוד $E(-2,4,5)$.

(1) הוכיחו: המקצוע DE בפירמידה $ABCDE$

מאונך למישור הבסיס $ABCD$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה.



20. $OACBS$ פירמידה מרובעת וישרה שבסיסה

מלבן. SD מאונך למישור הבסיס.

נתון: $A(4,0,0)$, $B(0,8,0)$. כמו כן ידוע כי אורך

SD שווה 12.

א. חשבו את נפח הפירמידה.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד S .

ג. חשבו את הזוויות SOA ו- SOB .

ד. חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה (סכום

השטחים של הפאות הצדדיות).

21. בפירמידה מרובעת $SABCD$ קודקוד הראש

הוא $S(-2,3,3)$ וקודקודי הבסיסים הם

$D(-1,2,1), C(-1,4,1), B(-3,4,1), A(-3,2,1)$.

א. הוכיחו כי בסיס הפירמידה $ABCD$ הוא ריבוע.

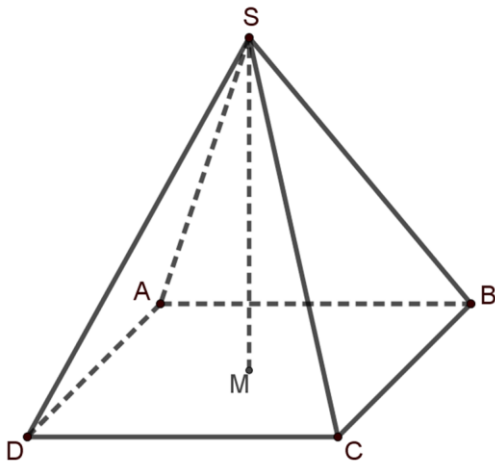
ב. הראו כי הפירמידה היא ישרה.

ג. SM הוא גובה הפירמידה.

(1) חשבו את שיעורי הנקודה M .

(2) חשבו את נפח הפירמידה.

ד. חשבו את גודל הזווית SBM .



22. נתונה מנסרה $ABCD A' B' C' D'$.

בסיס המנסרה $ABCD$ הוא מקבילית.

נתון: $A(-1,0,2), B(5,-3,11)$,

$D(2,6,-7), \overrightarrow{AA'} = (9,-17,-10)$

א. (1) הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מעוין.

(2) חשבו את שטח המעוין.

ב. הנקודה E נמצאת על AC .

נתון: $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$.

מצאו את שיעורי הנקודה E .

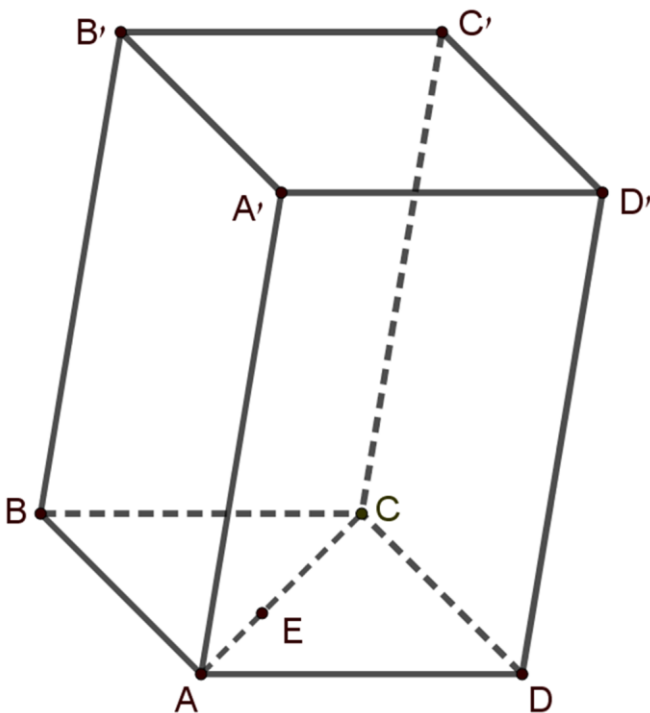
ג. (1) הראו כי $A'E$ מאונך למישור

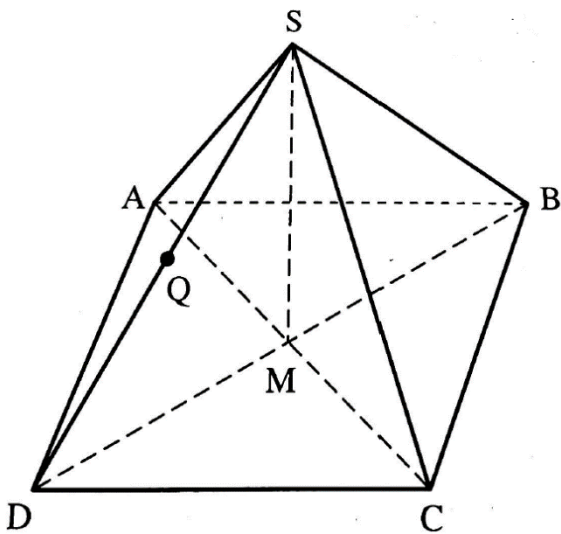
הבסיס $ABCD$.

(2) חשבו את נפח המנסרה $ABCD A' B' C' D'$.

ד. (1) מדוע המשולש $AA'E$ ישר זווית?

(2) חשבו את גודל הזווית $A'AE$.





בפירמידה $SABCD$ הבסיס $ABCD$ הוא מקבילית.

נתון: A היא ראשית הצירים, $B(-3,4,0)$,

$D(5,0,0)$, $S(1,2,2)$, M היא נקודת החיתוך

של אלכסוני הבסיס $ABCD$.

א. מצאו את שיעורי הנקודות M, C .

ב. האם הפירמידה ישרה? נמקו.

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מעוין.

ד. חשבו את שטח המעוין $ABCD$.

ה. (1) הוכיחו כי הווקטור \overline{SM} מאונך למישור הבסיס $ABCD$.

(2) חשבו את נפח הפירמידה.

ו. Q היא אמצע המקצוע SD .

האם $MQ \parallel BS$? נמקו.

24. נתונה פירמידה משולשת $ABCD$ שקודקדיה הם:

$A(2,5,-2)$, $B(3,0,4)$, $C(4,-1,2)$, $D(8,1,3)$

א. הראו כי שלושת המקצועות העוברים דרך הקודקוד C מאונכים זה לזה.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג. חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

25. נתונה פירמידה $SABC$ וקודקודי בסיסה: $A(6,0,0)$, $B(0,0,0)$, $C(0,4,0)$.

קודקוד הראש S נמצא על ציר ה- z .

א. (1) מדוע משולש ABC ישר זווית?

(2) מדוע המקצוע SB הוא גם גובה הפירמידה?

ב. ידוע כי נפח הפירמידה שווה ל-12. מצאו את שיעור הקודקוד S .

ג. חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

26. נתונות הנקודות :

$A(2,1,1)$, $B(1,0,-2)$, $S(4,-10,2)$. הנקודה O ראשית הצירים.

א. (1) הראו כי SO מאונך למישור ABO.

(2) האם הפירמידה SABO ישרה?

ב. חשבו את נפח הפירמידה SABO.

ג. נקודה D היא באמצע הקטע SO, נקודה E היא באמצע הקטע AO, נקודה F היא באמצע הקטע OB.

חשבו פי כמה גדול נפח הפירמידה SABO מנפח הפירמידה DEFO.

27. נתונה התיבה $A'B'C'D'$ ABCDA. ארבעה מקודקודיה הם :

$A(2,3,1)$, $C(5,1,2)$, $D(3,3,0)$, $B'(10,13,9)$

א. מצאו את נפח התיבה.

ב. (1) מדוע המשולש $B'D$ ישר זווית?

(2) חשבו את הזוויות החדות של המשולש $B'D$.

תרגילים מבחינות הבגרות בנושא וקטור בגישה אלגברית

1. נתונות שלוש נקודות:

$$A(1,0,7), B(3,2,1), C(3,-2,-2)$$

א. הראה כי שלוש הנקודות לא נמצאות על ישר אחד.

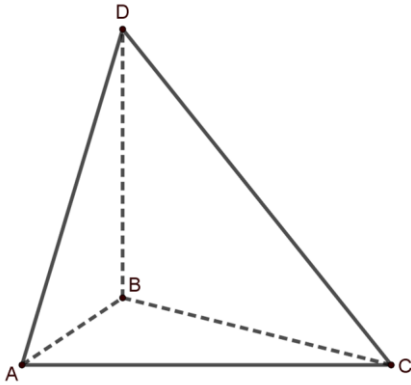
ב. (1) חשבו את גודל הזווית BAC .

(2) חשבו את שטח המשולש ABC .

נתונה נקודה $D(-12,5,-3)$.

ג. (1) הוכיחו כי הווקטור \overrightarrow{BD} מאונך למישור ABC .

(2) חשבו את נפח הפירמידה $ABCD$.



2. נתונה מנסרה $ABCD A' B' C' D'$.

בסיס המנסרה $ABCD$ הוא מקבילית.

נתון: $A(0,1,-1), C(3,-1,-2)$,

$$D(1,1,0), B'(8,11,-9)$$

א. מצאו את שיעורי הנקודה B .

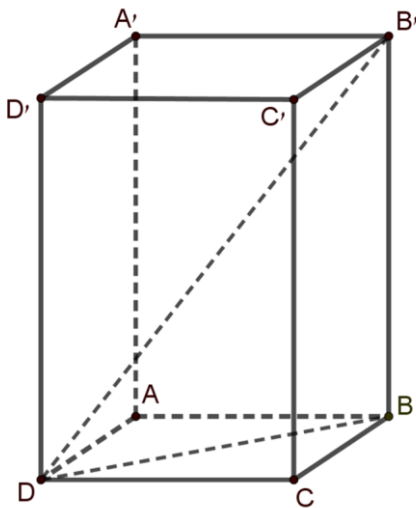
ב. (1) הראו כי בסיס המנסרה הוא מלבן.

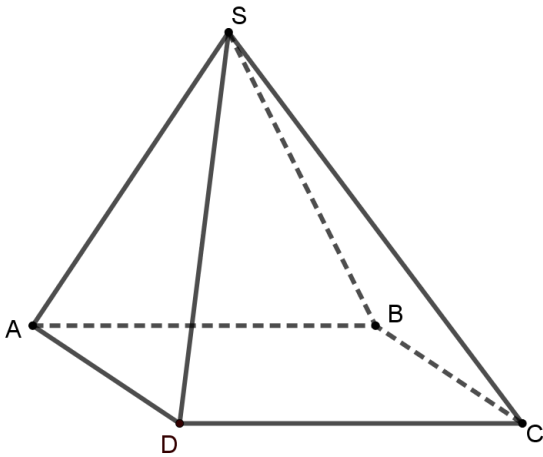
(2) הוכיחו כי המנסרה היא תיבה.

(3) חשבו את נפח התיבה.

ג. חשבו את הזווית בין אלכסון התיבה DB'

ובין אלכסון הבסיס DB .





3. בפירמידה $SABCD$ נתונים הקודקודים:

$$A(3, -5, 9), B(6, 1, 0), C(0, 4, -9)$$

$$D(-3, -2, 0), S(6, -19, -10)$$

א. (1) הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.

(2) חשבו את גודל הזווית החדה של המקבילית.

(3) חשבו את שטח המקבילית.

$$\vec{DK} = \frac{1}{3} \vec{DB}$$

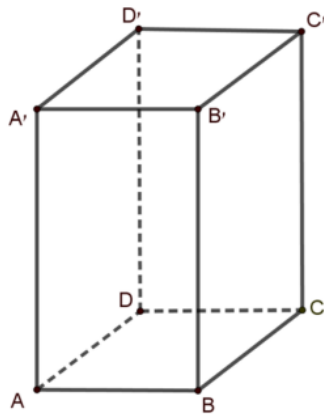
נתון כי הנקודה K מקיימת:

ב. (1) הסבירו מדוע הנקודה K נמצאת על האלכסון DB .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה K .

נתון כי SK מאונך למישור הבסיס $ABCD$.

ג. חשבו את נפח הפירמידה $SABCD$.



4. במנסרה $ABCD A'B'C'D'$ נתונים הקודקודים:

$$A(-2, 4, 7), B(0, 5, 4), C(1, 3, 1), D(-1, 2, 4)$$

$$D'(-10, 5, -1)$$

א. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מעוין.

ב. חשבו את זווית המעוין $ABCD$.

ג. (1) הראו כי המנסרה ישרה.

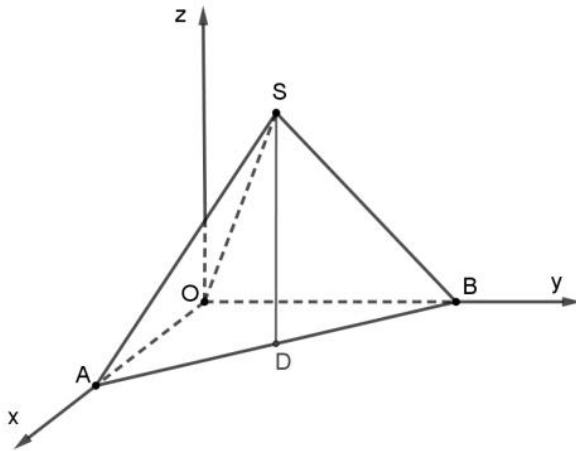
(2) חשבו את נפח המנסרה.

$$\vec{DE} = \frac{1}{3} \cdot \vec{DD'}$$

הנקודה E מקיימת

ד. (1) הסבירו מדוע הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' .

(2) חשבו את נפח הפירמידה $ABCDE$.



5. בפירמידה המשולשת $SABO$

הקודקודים A ו- B נמצאים על החלק החיובי של ציר ה- x וציר ה- y בהתאמה (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון: $AO = 2$, $BO = 4$.

שיעורי הנקודה S הם $(1, 2, 3)$.

א. (1) רשמו את שיעורי הקודקודים A ו- B .
 (2) הוכיחו כי הפירמידה $SABO$ היא ישרה.

הנקודה D היא אמצע המקצוע AB .

ב. (1) הראו כי הווקטור \overrightarrow{DS} מאונך למישור בסיס הפירמידה ABO .

(2) חשבו את נפח הפירמידה.

ג. חשבו את גודל הזווית SOD .