

הוראת אינדוקציה י"א 5 יח"ל תכ"ל חדשה

נדון באינדוקציה המתמטית ככלי להוכחת טענות בהן יש משתנה טבעי ככלל ובסדרות כלליות בפרט.

אינדוקציה מתמטית – עקרונות ודוגמאות

- הוכחה באינדוקציה של טענות שמיוצגות באופן ויזואלי (כגון דוגמאות 7, 8 בתכנית הלימודים עמוד 43)
- הוכחת טענות כלליות על קבוצת המספרים הטבעיים) מקרים פשוטים של בעיות התחלקות וסכומים אינסופיים בלבד).
- זיהוי הוכחות אינדוקטיביות תקינות וזיהוי מהלכים שגויים שלא מהווים הוכחה. שימוש באינדוקציה בחקירת סדרות חשבוניות, הנדסיות ואחרות.
- שימוש באינדוקציה כדי להוכיח את התכונות לגבי סדרות חשבוניות והנדסיות (שקילות כלל הנסיגה והגדרת הסדרה לפי מקום, נוסחאות הסכומים).
- שימוש באינדוקציה להוכחת שקילות של הצגות שונות של סדרות ונוסחאות לסכומי סדרות, במקרים בהם האיבר הראשון קבוע, והסידרה מוגדרת כך שכאשר n גדל ב-1 נוסף לסדרה בדיוק איבר אחד.
- יש לעמוד על היכולת לעבור מהגדרה לפי מקום להגדרה באמצעות נוסחת נסיגה ולעומת זאת על הקושי העקרוני במעבר בכוון ההפוך (בכל מקרה אין דרישה למעבר בין כלל נסיגה נתון לנוסחה לפי מקום, למעט סדרות חשבוניות והנדסיות).
- הבחנה בין הוכחה באינדוקציה לבין הסקה מדוגמאות אמפיריות. הוכחות באינדוקציה מתאימות להוכחת טענות שיש בהן משתנה שהוא מספר טבעי. בהוכחה באינדוקציה לבדיקת המקרה הפרטי (שלב הבסיס) יש תפקיד ייחודי, לעומת בדיקת מקרים פרטיים בבעיות חקר והוא מהווה חלק מהותי מההוכחה השלמה. לעומת זאת, כאשר בוחנים מקרים פרטיים בפעולות חקר, הבדיקה נועדת כדי לתמוך בהשערה, להבין טוב יותר את הטענה, לתת מוטיבציה להוכחה או להפריך אותה. שני שלבי האינדוקציה (שלב הבסיס, ושלב הצעד) אינם תלויים זה בזה. כדי להמחיש זאת חשוב להציג טענות שבהן הטענה נכונה עבור $1 = n$ או עבור n מסוים אחר (אך אינה נכונה לכל n) וטענות שבהן ניתן להוכיח את שלב הצעד, אך לא את שלב הבסיס ולכן הטענות אינן נכונות לכל n . דוגמאות ספר של בני גורן עמוד 254 תרגיל 13, עמוד 256 תרגיל 5.
- הבחנה בין הטענה הכללית אותה אנחנו מוכיחים "לכל, n ... לבין ההנחה שמניחים בשלב הצעד "הטענה נכונה עבור k מסוים כלשהו" כחלק משלב הצעד. הבנה שלמרות הדמיון החיצוני ביניהן, אלו טענות שונות. ההנחה היא רק חלק משלב הצעד. אין צורך לדעת אם הטענה נכונה עבור מספר טבעי כלשהו כדי להוכיח שאם הטענה נכונה עבור n כלשהו אז היא נכונה גם עבור המספר הטבעי העוקב. לשם כך כדאי להתנסות בפעילויות חקר שבהן מוכיחים השערות מסוג "אם A אז B " מבלי לדעת עדין אם A מתקיים. כלומר, יש להדגיש את ההבדל בין השימוש בשפה המתמטית ב"הנחה" ככלי עבודה לבין שפת היום-יום בה אנחנו מניחים, בדרך כלל, רק דברים שאנחנו משוכנעים שהם נכונים. דוגמאות ספר של בני גורן עמוד 254 תרגיל 13, עמוד 256 תרגיל 5.

לפניכם מספר מקורות לתרגול:

❖ אינדוקציה מתמטית - מרכז המורים

ביחידה זו נציג את המבנה ואת העקרונות של שיטת ההוכחה באינדוקציה מתמטית, נצביע על הדגשים הנדרשים בהוראת הנושא, על סוגי הטענות שיוצגו בפני התלמידים במסגרת תוכנית הלימודים ועל האתגרים הלוגיים והאלגבריים שמעלה העיסוק בנושא. בצד אלה, נציע מהלך הוראה שנועד להוביל לבניית הבנה שלמה ככל האפשר של תהליך ההוכחה באינדוקציה מתמטית. כל פרק מתחיל בהסבר תיאורטי ודוגמה פתורה, אחת לפחות. בהמשך מופיעים תרגילים.

• [אינדוקציה מתמטית - למורה](#)

• [אינדוקציה מתמטית - לתלמיד](#)

• [نطالب باللغة العربية](#)

❖ פרק אינדוקציה - קמפוס 571 חלק ב'

שיעורים מוקלטים ותרגול אינטרקטיבי

❖ הדרכה לספר אלגברה של תכנית ירושלים

בתחילת הפרק ל האינדוקציה רקע תיאורטי על הנושא.

בתכ"ל החדשה מלמדים אינדוקציה ללא תרגילים שבהם האיבר הראשון משתנה, ללא איברים חסרים בשלב המעבר, ללא אי שוויונים.

תרגול מומלץ מהספר (פרק 7):

תרגיל 1 סעיפים א-כו ל-לד

תרגילים 2,3

תרגיל 6 סעיפים א, ג-ט

תרגיל 9 סעיפים ב,ג

תרגיל 10

* בספר של תכנית ירושלים יש רקע תיאורטי, תרגול נוסף וכן תרגילים שחסרים בספר של בני גורן ויואל גבע.

התרגילים החסרים:

התלכדות סדרות עמוד 115 תרגיל 6 א-ו

מה לא נכון- עמוד 117 תרגיל 9 א-ב

עמוד 118 תרגיל 10

ברשימה להלן רשימת התרגילים המתאימים לתכ"ל החדשה מספרי הלימוד. יש לבחור מתוכם תרגילים לתרגול. נושאים חסרים בספר שאותם ניתן למצוא בדוגמאות שבתוכנית ובספר של תוכנית ירושלים

❖ תרגילים מומלצים מתוך ספר הלימוד של בני גורן 806:

- שימוש באינדוקציה להוכחת שקילות של הצגות שונות של סדרות ונוסחאות לסכומי סדרות, במקרים בהם האיבר הראשון קבוע, והסידרה מוגדרת כך שכאשר n גדל ב-1 נוסף לסידרה בדיוק איבר אחד.
עמודים 222-226 תרגילים 1-66
עמודים 226 תרגילים 71-71
עמודים 227-228 תרגילים 88-96
עמודים 229-230 תרגילים 1-18
- תכונות התחלקות
עמודים 236-237 תרגילים 1-30
עמוד 238 תרגילים 78-83, 91-96
- נוסחאות נסיגה
עמוד 244 תרגילים 1-6, 19-20

❖ תרגילים באינדוקציה מהספר של יואל גבע 806 :

119, 123-125, 129 -עמודים 310-332 תרגילים: 1-11, 13-47, 55-60, 63-84, 89-90, 93-99, 107-113, 117.
154-162, 167-170 עמודים 334-355 תרגילים: 1-3, 10-14, 18-19, 22, 24-27, 31-33, 37-38, 42-45, 48-49,
עמוד 359 תרגילים: 201-202, 54-56, 58-59, 68-76, 98-101, 107-111, 139-140, 151-152, 161
עמוד 362 תרגילים: 1-3
עמוד 392 תרגילים: 4-8 עמוד 384 תרגילים: 1

❖ [שאלות קצרות מבגרות באינדוקציה](#)

❖ [שאלות קצרות בסדרות ואינדוקציה מתמטית: לתלמיד / למורה](#) – מרכז המורים