

חברת התפלגות נורמלית 4 יח"ל-תכ"ל חדשה

מבוא להתפלגות נורמלית

1. להלן התפלגות ציוני י"ב-4 יח"ל מתמטיקה:

10	5	7	2	מספר תלמידים
100	90	80	50	הציון

א. חשבו והשלימו:

ממוצע- _____

חציון- _____

שכיח- _____

שרטטו דיאגרמת מקלות וחברו את ראשי המקלות.

2. כנ"ל לגבי התפלגות הציונים בכתה י"א:

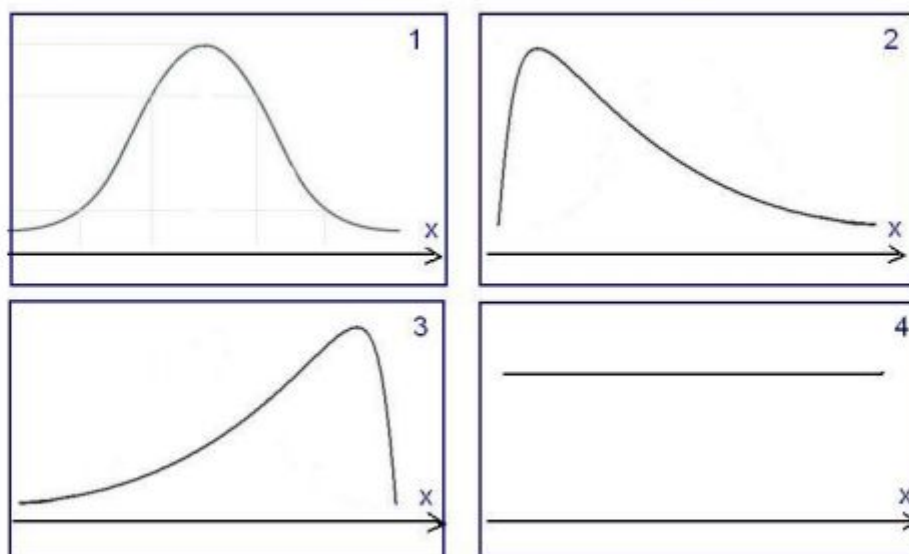
100	90	80	85	70	60	50	הציון
3	10	12	20	12	10	3	מספר התלמידים

3. כנ"ל לגבי הגבהים של הילדים בכתה י'

30	5	1	5	30	מס' הילדים
1.70	1.60	1.50	1.40	1.30	גובה

מבחן מסכם של קורס באוניברסיטה היה קשה מהרגיל. רוב הציונים במבחן היו נמוכים ומעט ציונים היו גבוהים.

לפניכם ארבעה גרפים של התפלגות הציונים במבחן.



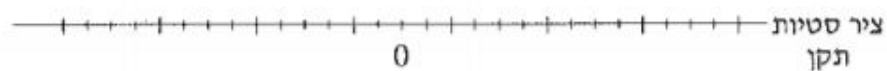
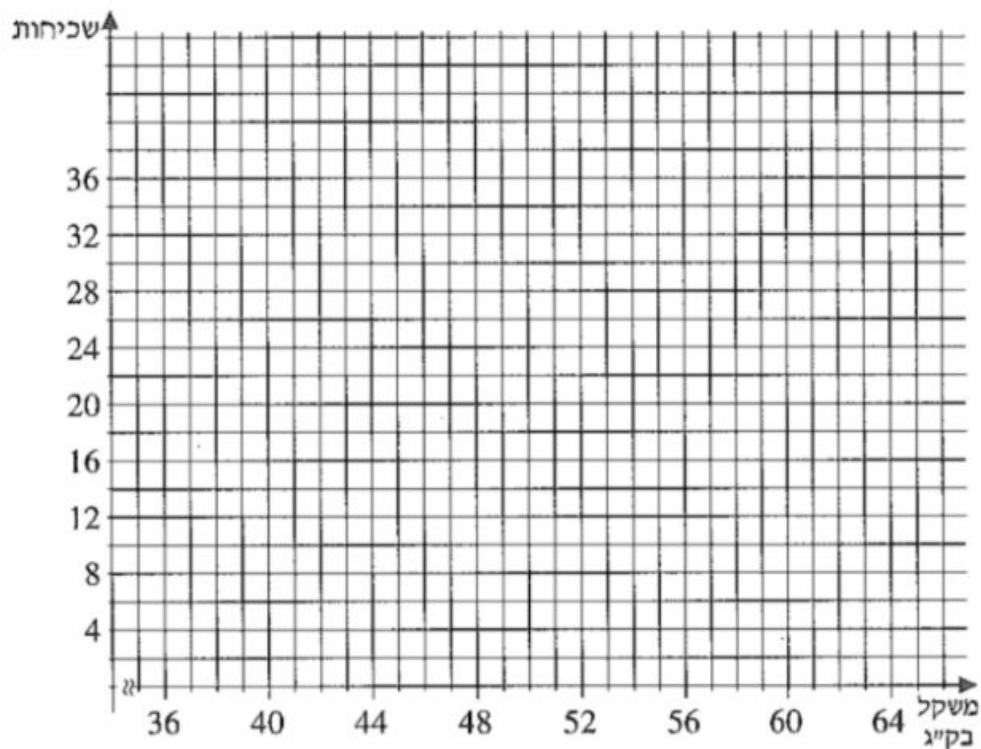
- א. איזה מבין הגרפים יכול לתאר את ההתפלגות של ציוני המבחן המסכם?
 ב. תארו את רמת הקושי של המבחנים שמתאימים לשלושה הגרפים האחרים.

לפניך טבלת התפלגות משקלם של 104 תלמידים.

5.

משקל (ק"ג)	36-39.9	40-43.9	44-47.9	48-51.9	52-55.9	56-59.9	60-64
שכיחות	4	10	26	31	23	7	3

(א) שרטט היסטוגרם ומצולע שכיחויות.



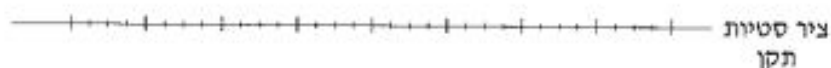
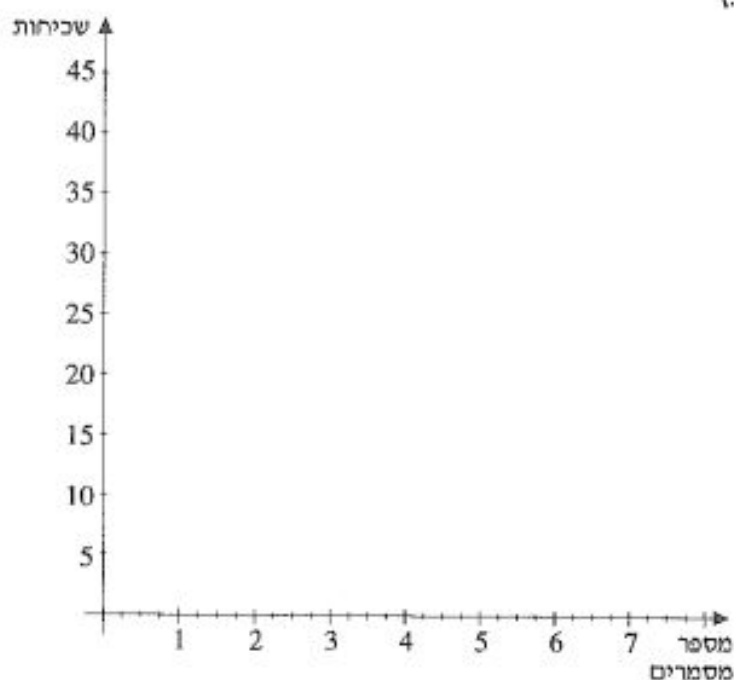
- (ב) הממוצע בערך 50, סמן את מקומו על ציר המשקל.
 סטית התקן בערך 5, סמן על ציר המשקל במקומות המתאימים:
 - סטיית תקן אחת מעל הממוצע.
 - סטיית תקן אחת מתחת לממוצע.
- (ג) רשום על "ציר סטיות התקן" את המספרים 2, 1, -1, -2, במקומות המתאימים מתחת ל"ציונים" שסימנת בסעיף ב'.

2. בבדיקה של 110 חבילות מסמרים נמצאו מסמרים פגומים לפי הטבלה:

7	6	5	4	3	2	1	0	מספר מסמרים פגומים
4	5	12	19	36	24	8	2	מספר חבילות

א) שרטט דיאגרמת מקלות ומצולע שכיחויות.

ב) חשב את הממוצע ואת סטיית התקן. (חשב את הממוצע בדיוק של 2 ספרות לאחר הנקודה ואת סטיית התקן בדיוק של סיפורה אחת לאחר הנקודה).

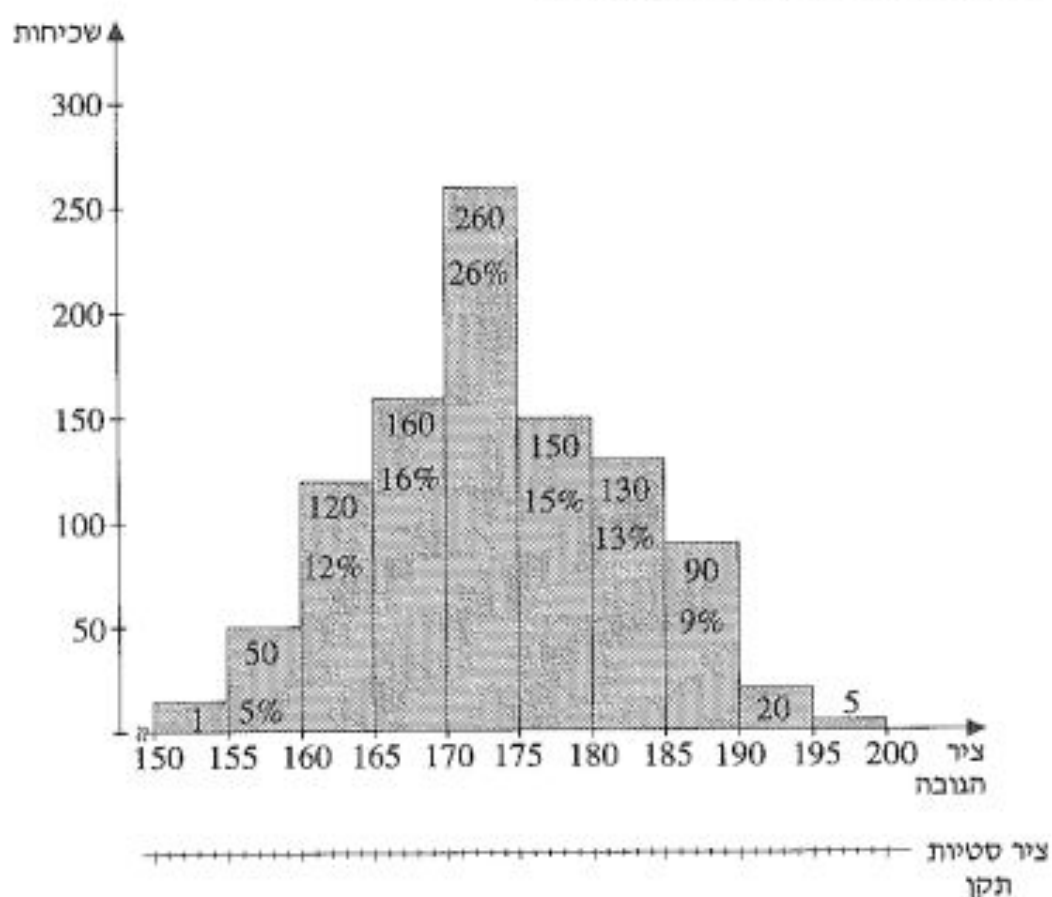


ג) סמן את הממוצע על ציר המסמרים.

ד) סמן, על ציר המסמרים, נקודות המתאימות למספרים הנמצאים סטיית תקן אחת מעל הממוצע וסטיית תקן אחת מתחת לממוצע.
 סמן על הציר, נקודות המתאימות למספרים הנמצאים 2 סטיות תקן מעל ומתחת לממוצע.

ה) סמן על ציר "סטיות התקן", במקומות המתאימים, את המספרים $-2, -1, 0, 1, 2$

לפניך היסטוגרם המתאר גבהים של 1000 נבדקים בוגרים.
 הממוצע $\bar{x} = 173$ סטיית התקן $S = 9$.



- (א) סמן על ציר הגובה את הממוצע.
 (ב) סמן על ציר הגובה את המקום של סטיית תקן אחת ו 2 סטיות תקן מעל ומתחת לממוצע.
 (ג) סמן על ציר "סטיות התקן" את מספרי הסטיות המתאימות.

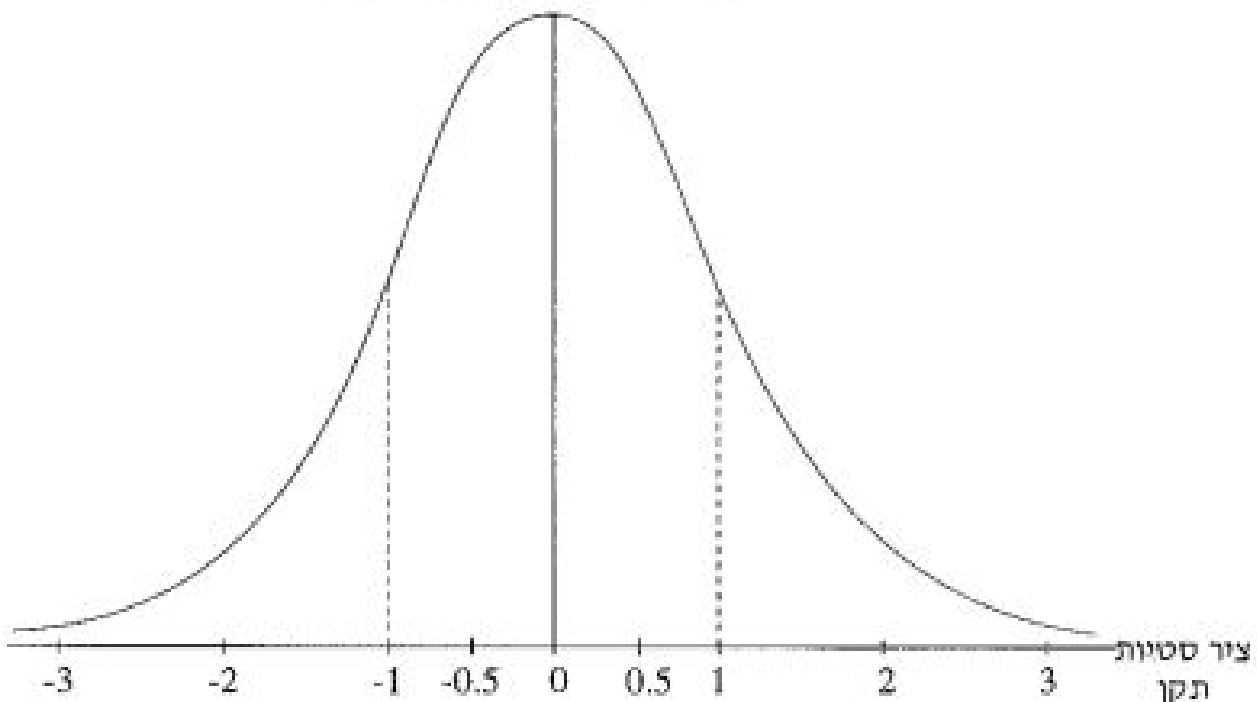
תופעות שהתנהגותן דומה להתנהגות התופעות המתוארות בתרגילים 5-7 נקראות :
"תופעות המתפלגות נורמלית".

צורת הגרף המתאר שכיחות של תופעות כאלה, דומה לגרפים שהתקבלו : הגרף סימטרי ,
קו הסימטריה הוא "קו הממוצע" , רוב האוכלוסיה נמצא מסביב לממוצע וככל שהמרחק גדל
השכיחות קטנה .

נאמר שהתפלגות היא נורמלית כאשר הממוצע השכיח והחציון מתלכדים.

בהתפלגות נורמלית ראשי המטות מתחברים לצורה הדומה [שואפת..] לפעמון גאוס.

גרף של התפלגות נורמלית.



בסוף הפרק, תמצאו דף עם טבלה של התפלגות נורמלית מצטברת. תוכלו לצלם אותו ולהשתמש
בטבלה בתרגילים כאן ובהמשך.

בטבלה תמצאו את השטח הנמצא מתחת לעקומה הזו החל בקצה השמאלי ועד
לסטיית התקן הנתונה. כלומר, אחוז האוכלוסיה מהקצה התחתון עד לסטיית התקן.

8. השלימו את הטבלה באופן שתיווצר התפלגות סימטרית.

	2		10	18		7		מס' תלמידים
100	90	80	70	65	60	50	40	ציון

בדקו את עצמכם וחשבו את הממוצע, החציון והשכיח.

9. נתונה טבלת התפלגות, המתארת את מספר הילדים בכל משפחה בשכונה.

נתון שההתפלגות היא סימטרית שהשכיח בה הוא 5.

א. השלימו הטבלה.

ב. מצאו את השכיחות היחסית בכל עמודה ואת השכיחות היחסית באחוזים.

3		8		20	10		5		מס' משפחות
9	8	7	6	5	4	3	2	1	מס' ילדים
									שכיחות יחסית
									שכיחות יחסית באחוזים

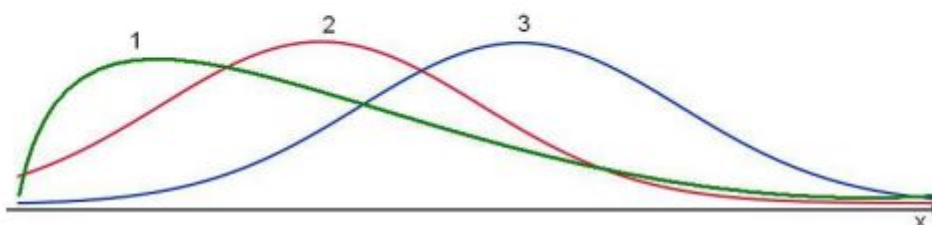
ג. חשבו את סטיית התקן.

ד. כמה אחוזים מהשכונה נמצאים במרחק סטיית תקן אחת מהממוצע?

ה. כמה אחוזים נמצאים במרחק שלוש סטיות מהממוצע כלפי מעלה וכמה כלפי מטה?

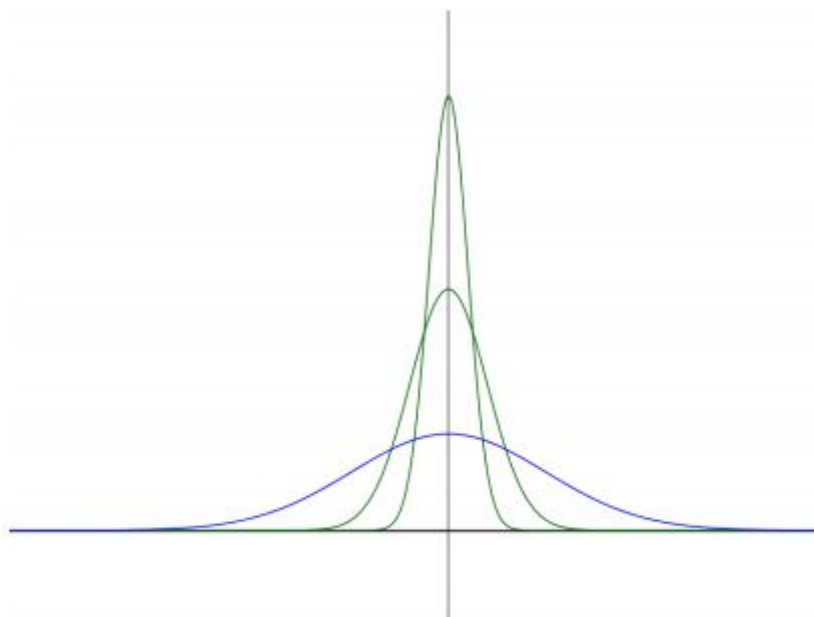
.10

התפלגות הגבהים של בניים ושל בנות הינה נורמלית.
ממוצע הגבהים של הבנים גבוה מממוצע הגבהים של הבנות.
לפניכם שלושה גרפים של התפלגויות שונות. איזה גרף מתאר את התפלגות הגבהים של בניים
ואיזה גרף מתאר את התפלגות הגבהים של בנות? הסבירו.



.11

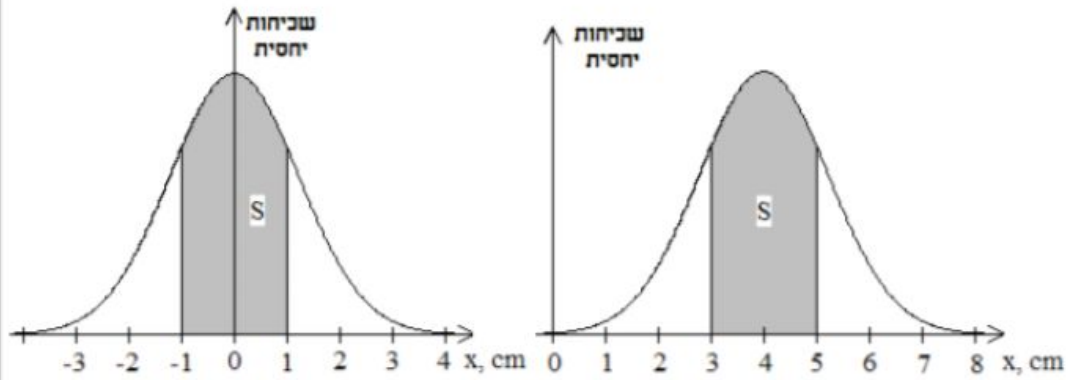
נתונות שלוש עקומות של התפלגות נורמלית המתאימות לשלוש אוכלוסיות שונות.
השוו בין שלוש האוכלוסיות תוך התייחסות לממוצע ולסטיית התקן של כל אחת מהאוכלוסיות.



למדנו כבר שהסתברות זו שווה לשטח שמתחת לעקומת הגרף בקטע נתון.

האם שטח זה תלוי במיקומו של הממוצע?

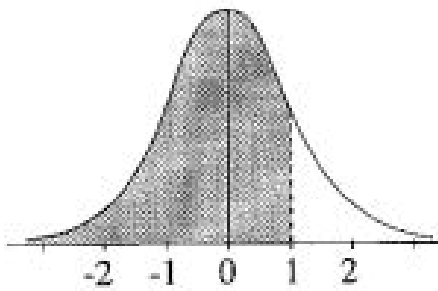
מהשוואת שני הגרפים אפשר לראות שמכיוון שהגרף הוא סימטרי יחסית לממוצע, השטח הנדרש תלוי רק במרחק הגבולות מהמרכז:



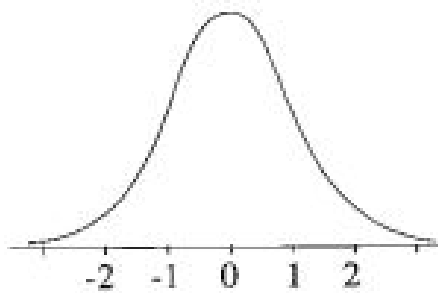
כלומר, בחישובי השטח, אפשר להחליף את המשתנה x למשתנה חדש x_1 :

$$(2) \quad x_1 = x - \bar{x}$$

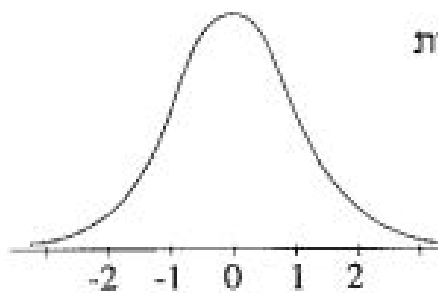
ברור ש- $x_1 = 0$ כאשר x שווה לממוצע.



- (א) קרא מהטבלה מהו השטח עד 1.
 (ב) מה השטח עד 0.2 ?
 (ג) מה השטח עד -1.3 ?



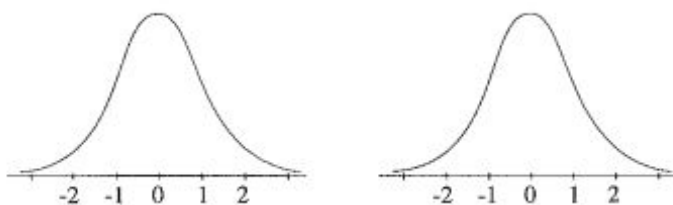
- (ד) - מה השטח עד 1.5 ?
 - מה השטח עד -1.5 ?
 - מה השטח שבין -1.5 ל- 1.5 ?
 צבע בגרף.



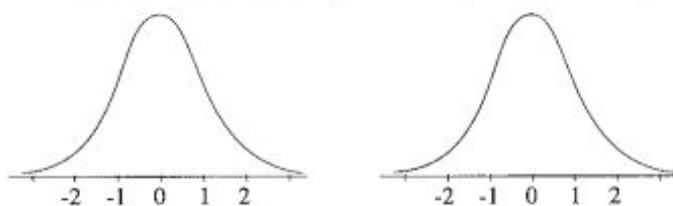
- (ה) איזה אחוז של אוכלוסיה המתפלגת נורמלית נמצא מתחת לסטיית תקן של 0.75 ?
 - צבע את השטח המתאים בגרף.

צבע, על גרף ההתפלגות המשורטט, את השטח המבוקש, היעזר בטבלה ומצא אותו.

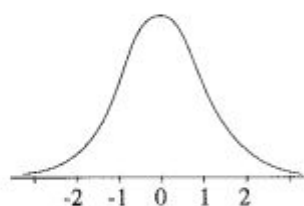
(א) מתחת לסטיית תקן -0.5 . (ב) מעל סטיית תקן -0.5 .



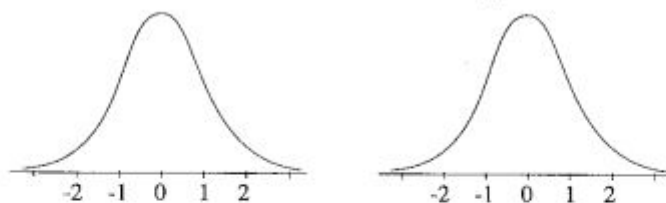
(ג) מעל 0.75 סטיות תקן. (ד) מתחת ל -0.75 סטיות.



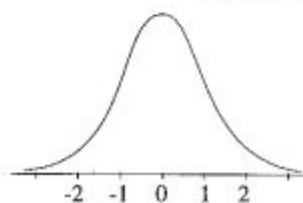
(ה) בין -0.75 ל 0.75 סטיות תקן.



(ו) עד 1.4 סטיות תקן. (ז) מתחת ל -0.7 סטיות תקן.



(ח) בין -0.7 ל $+1.4$ סטיות תקן.

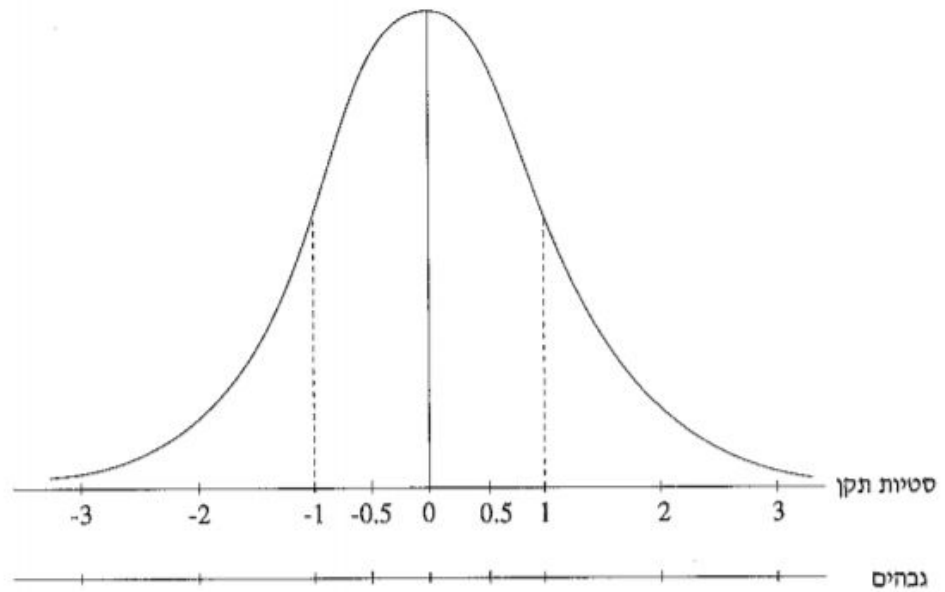


מצא את אחוז האוכלוסיה, המתפלגת נורמלית, שציונו נטון.
(היעזר בשרטוט עקומה וסימון השטח המתאים):

- (א) מתחת ל -1.2 סטיות תקן.
(ב) מעל שתי סטיות תקן.
(ג) מעל -0.75 סטיות תקן.
(ד) בין -0.5 סטיות תקן, ו 0.5 סטיות תקן.
(ה) בין 0.5 סטיות תקן, ו 1.5 סטיות תקן.
(ו) בין -0.5 סטיות תקן, ו 1.5 סטיות תקן.
(ז) בין -1.2 סטיות תקן, ו -0.4 סטיות תקן.

ציון תקן

1. גובה ממוצע של תלמידי תיכון הוא 170 ס"מ וסטיית התקן 8 ס"מ.
 (א) השלם את הגבהים בנקודות המסומנות על ציר "הגבהים".



- (ב) כמה סטיות תקן מעל, או מתחת לממוצע נמצא נער שגובהו:

178 ס"מ	162 ס"מ	174 ס"מ	158 ס"מ	154 ס"מ
180 ס"מ	194 ס"מ	152 ס"מ	164 ס"מ	

המספרים שרשמת נקראים **ציוני התקן** של הגבהים.

ציון תקן (Z) הוא מספר סטיות התקן שהציון רחוק מהממוצע.
 נוכל להעזר בנוסחה הבאה:

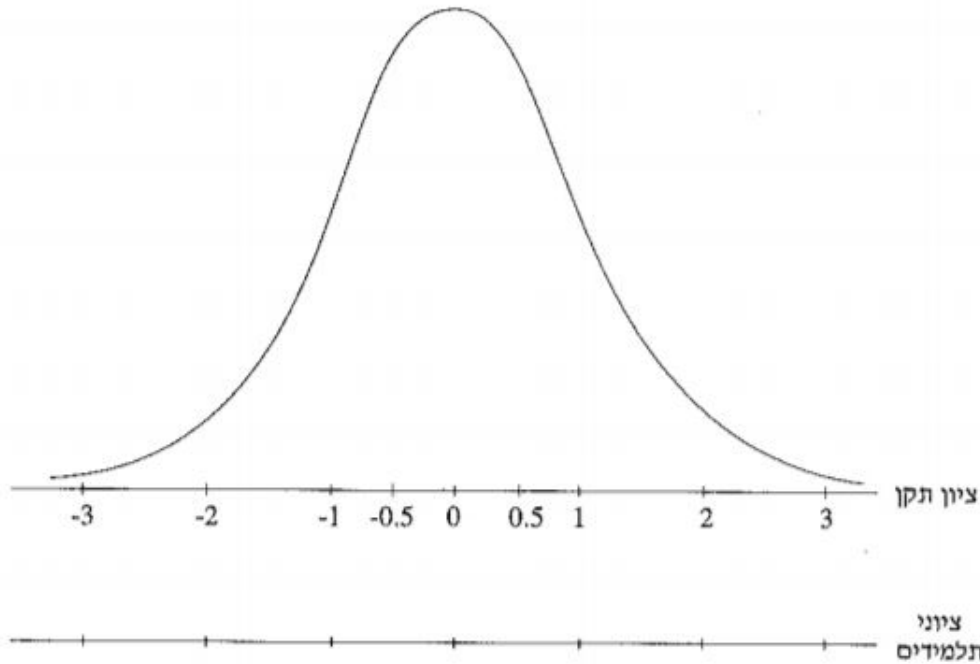
כאשר:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

- X מציין את הציון הגולמי הנתון בסיפור של התפלגות נורמלית כלשהי
- מציין את הממוצע הנתון בהתפלגות שלפנינו
- S מציין את סטיית התקן בהתפלגות הנתונה
- Z הוא ציון התקן

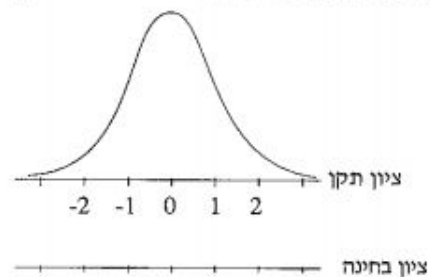


2. ציון ממוצע, במבחן משוב ארצי, היה 75 וסטיית התקן 6.
 א) השלם את הציונים בנקודות המסומנות על ציר הציונים.



- ב) - בין אלו שתי סטיות תקן נמצא תלמיד שציונו 89 ?
 - חלק את הקטע המתאים, על ציר ציוני התלמידים ל 6 חלקים.
 סמן את מקום הציון 89 בשני הצירים.
 - מה ציון התקן המתאים לתלמיד זה?
 ג) מה ציון התקן המתאים לתלמיד שציונו 65 ?
 ד) מה ציון התקן המתאים לתלמיד שציונו 80 ?
 ה) מה ציון התקן המתאים לתלמיד שציונו 60 ?

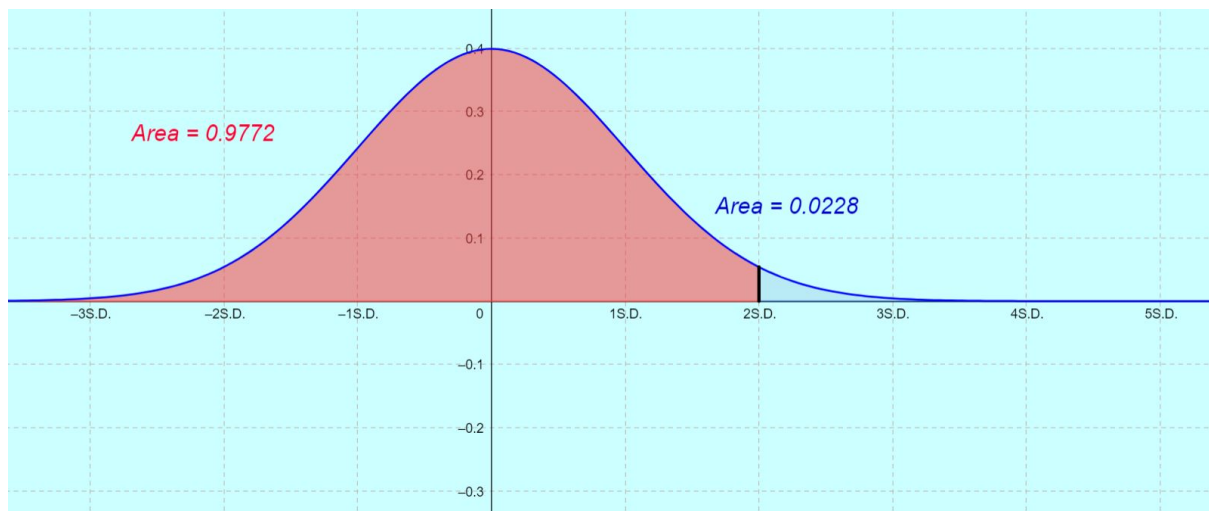
3. באוניברסיטה ניתנו מבחנים לדרוג תלמידים, איזה ציון טוב יותר:
 ציון של 65 בבחינה שהממוצע בה הוא 62 וסטיית התקן 5.
 או ציון של 72 בבחינה שהממוצע בה הוא 68 וסטיית התקן 8.



משתמשים בעקומה הנורמלית גם לחישובי הסתברויות (דוגמת סעיף ג'). ההסתברות היא בעצם אחוז האוכלוסיה המתאים למאורע, וכידוע אחוז האוכלוסיה, או ההסתברות, נמדד בעזרת השטח המתאים שמתחת לעקומה.

בסוף החוברת תמצאו את הטבלה של ההתפלגות הנורמלית הסטנדרטית שהממוצע שלה 0 וסטית התקן 1 והשטח מתחת לעקומה הוא 1 ושווה ל-100% של האוכלוסיה .
הטבלה תתאים לציוני התקן את השטח .
בטבלה יופיע השטח שמתחת לציון התקן ומטה .
כדי לחשב שטח מעל ציון תקן נצטרך לחסר את השטח שיופיע בטבלה מ-1 שזהו השטח הכולל מתחת לכל העקומה.
השטח מבטא גם את אחוז האוכלוסיה שמתחת לציון מסוים.
השטח שמופיע בטבלה מביע גם את ההסתברות לקבל את הציון הזה ומטה .

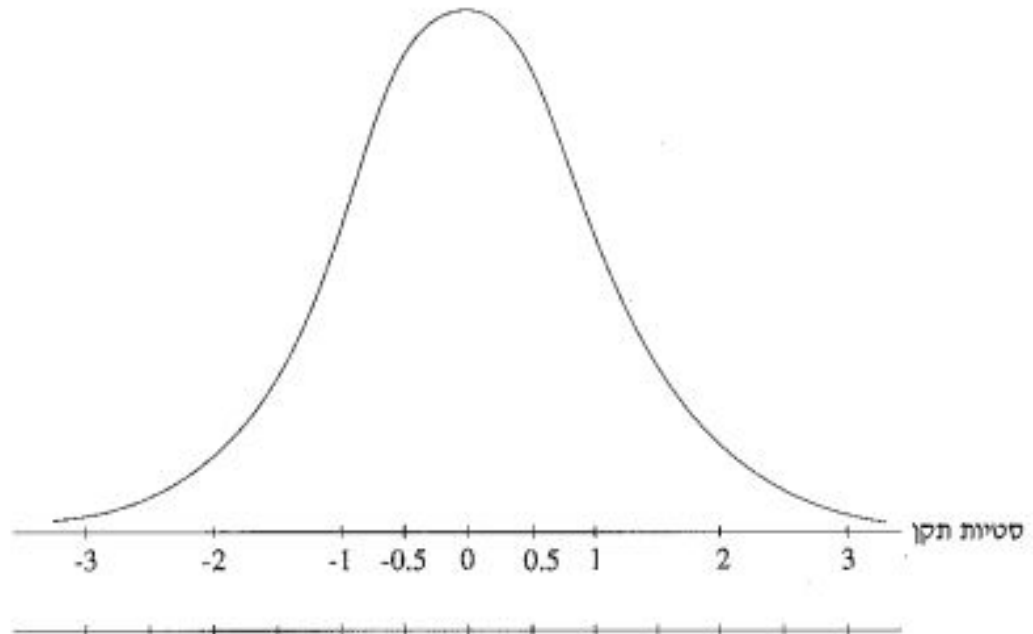
ביישומן זה אפשר לראות את הקשר בין השטח שמתחת לציון תקן לשטח שמעליו .



4. ציוני בחינות בית ספר גדול מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע 75 וסטיית התקן 15.

א) רשום על הציר התחתון את הציונים המתאימים לציוני התקן הרשומים על הציר העליון.



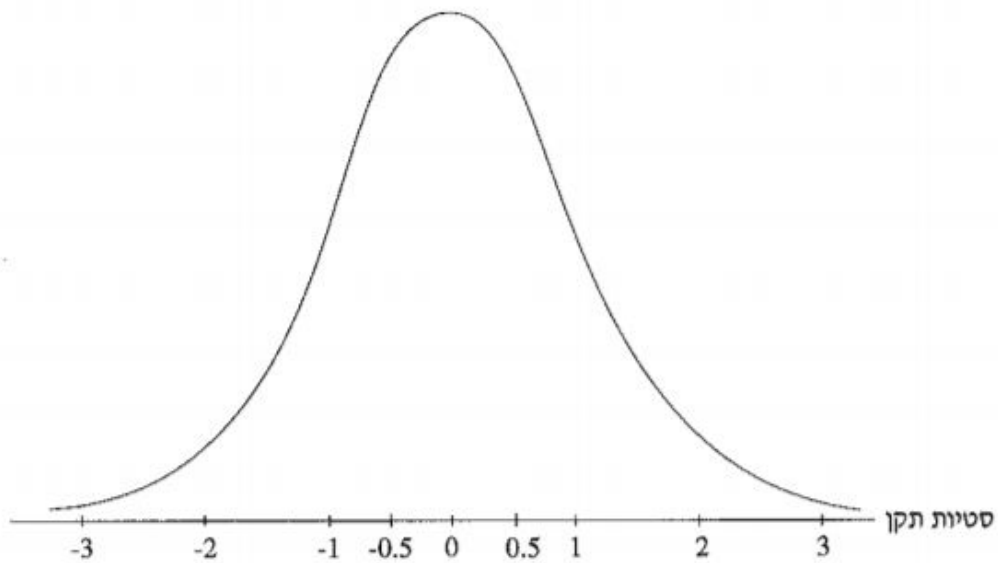
ב) הוסף על הציר התחתון את הציונים 100, 80, 70, 55. הוסף על ציר ציוני התקן את הציונים המתאימים.

- ג) מצא איזה אחוז מהתלמידים קיבלו פחות מ 80 ?
איזה אחוז מהתלמידים קיבלו יותר מ 80 ?
איזה אחוז מהתלמידים קיבלו פחות מ 70 ?
איזה אחוז מהתלמידים קיבלו יותר מ 70 ?
איזה אחוז מהתלמידים קיבלו בין 70 ל 80 ?
איזה אחוז מהתלמידים קיבלו בין 55 ל 90 ?

משתמשים בעקומה הנורמלית גם לחישובי הסתברויות (דוגמת סעיף ג').
ההסתברות היא בעצם אחוז האוכלוסייה המתאים למאורע, וכידוע אחוז
האוכלוסייה, או ההסתברות, נמדד בעזרת השטח המתאים שמתחת לעקומה.




5. ציוני I.Q מתפלגים נורמלית עם ממוצע 100 וסטיות תקן 15.
(א) רשום ערכים מתאימים על ציר ציוני I.Q.

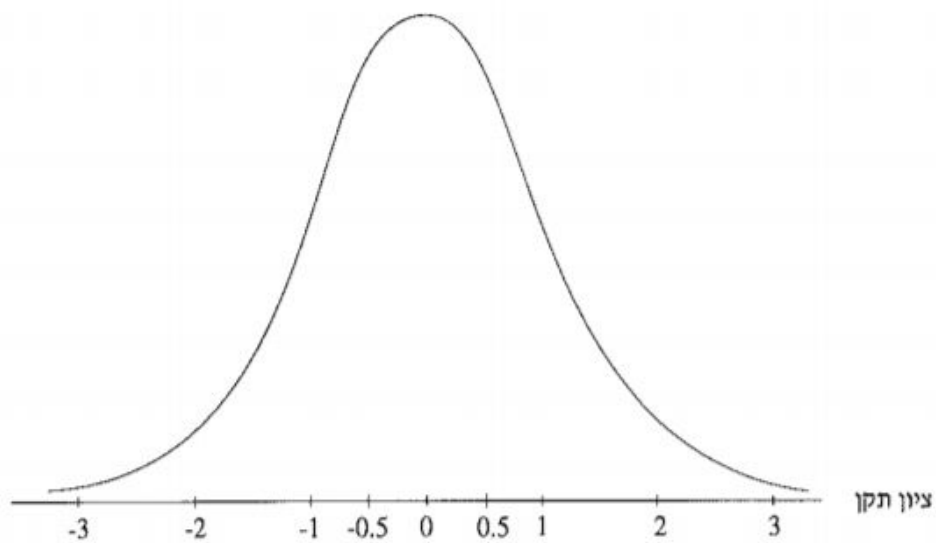


ציוני
I.Q.

- (ב) לאיזה אחוז מהאוכלוסיה I.Q גבוה מ 115?
- (ג) מה ההסתברות שאם נבחר באקראי אדם מהאוכלוסיה ציון ה I.Q שלו גבוה מ 115?
- (ד) מה ההסתברות שאם נבחר באקראי אדם, ציון ה I.Q שלו:
- נמוך מ 110 ?
 - גבוה מ 90 ?
 - בין 90 ל 110 ?
- (ה) מה הציון המתאים ל 2.5 סטיות תקן מעל הממוצע ?
לאיזה אחוז של האוכלוסיה I.Q גבוה מהציון שרשמת ?

6.  הישגים בתחרויות של ריצת 2000 מ' בניס בתיכון, מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של דקה אחת.

א) להישג של 9 דקות מתאים ציון תקן 0.5.
סמן על הצירים.
מה הממוצע ?



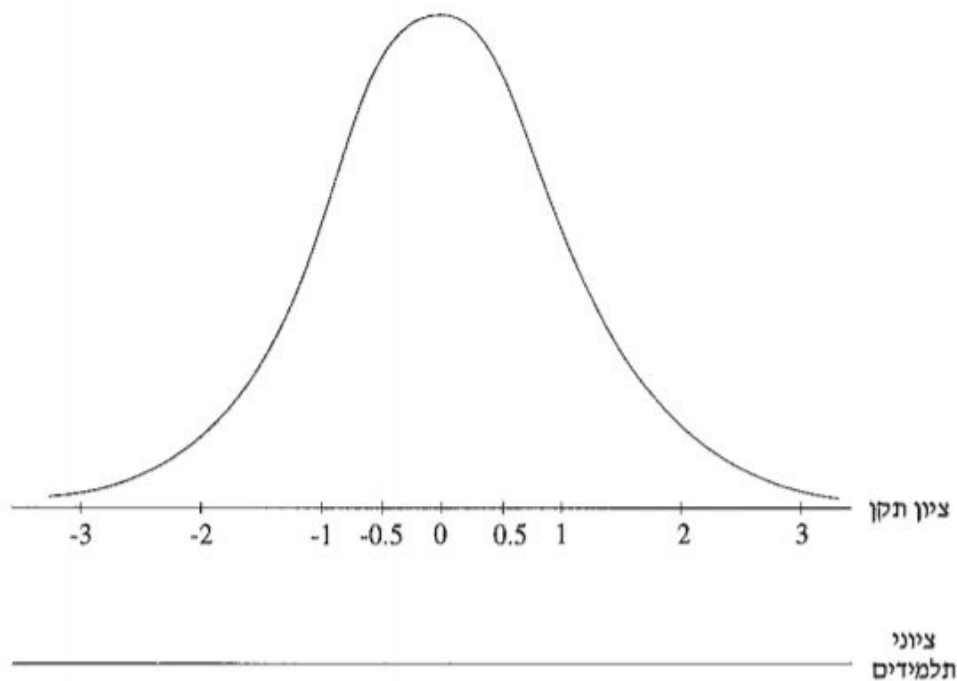
הישג בריצה

ב) לאיזה אחוז מהאוכלוסיה הישג בריצה שהוא פחות מ 7.5 דקות?

ג) מה ההסתברות, לבחור באקראי תלמיד תיכון, שהישגו בריצה יותר מ 9.5 דקות.

7. במבחני משוב ארצי הציון הממוצע 7 וסטית התקן 1.5.

א) בהנחה שהתפלגות הציונים נורמלית, רשום על קו ציוני תלמידים, את הערכים המתאימים לנקודות המסומנות על ציר ציוני התקן.



ב) מה ציוני התקן של תלמידים שקבלו את הציונים:
7.75, 7.5, 5.5, 4, 10, 5.

ג) ציון התקן של תלמיד הוא -0.5 – מה ציונו במבחן?

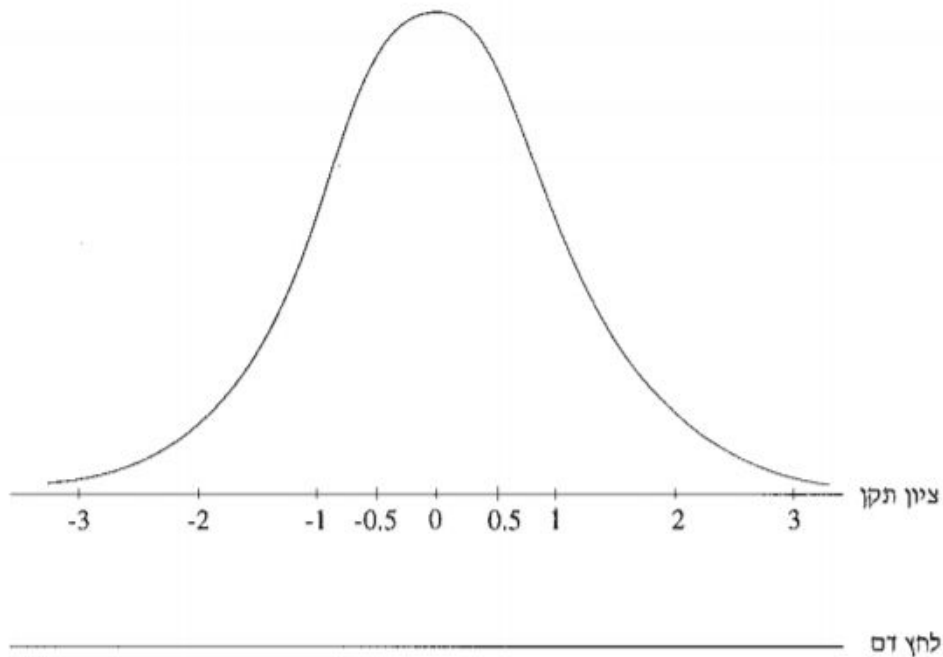
ד) ציון התקן של תלמיד הוא 1.25 – מה ציונו במבחן?

ה) ציון התקן של תלמיד הוא -0.8 – מה ציונו במבחן?

8. לחץ הדם של מבוגרים, המבוטחים בקופת חולים "לבריאות", מתפלג נורמלית. הממוצע 122 וסטיית התקן 16. (מדובר בערך הגבוה של מידת לחץ הדם.)

(א) רשום על ציר "לחץ הדם" את הערכים בנקודות המסומנות.

(ב) סמן על שני הצירים, ערכים מתאימים ללחץ דם של: 150, 140, 134, 100, 110.



(ג) היעזר בגרף ובטבלה ומצא:

- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם נמוך מ 130 ?
- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם גבוה מ 130 ?
- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם נמוך מ 140 ?
- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם גבוה מ 110 ?
- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם בין 110 ל 140 ?
- לאיזה אחוז מהמבוטחים לחץ דם גבוה מ 150 ?

9. אורך החיים של נורות מתפלג נורמלית עם ממוצע של 720 שעות וסטיית תקן של 90 שעות.

(א) שרטט סקיצה של התפלגות נורמלית עם ציר ציוני תקן וציר "אורך חיים של נורות".

(ב) היעזר בגרף ובטבלה ומצא:

- איזה אחוז של הנורות דולקות יותר מ 765 שעות ?
- איזה אחוז של הנורות דולקות פחות מ 500 שעות ?
- מה ההסתברות שנורה תדלוק פחות מ 400 שעות ?
- מה ההסתברות שנורה תדלוק בין 720 ל 840 שעות ?

10. הגובה הממוצע של תלמידים הוא 168 ס"מ וסטיית התקן היא 12 ס"מ. בהנחה שהתפלגות הגבהים נורמלית.

(א) מה ההסתברות שאם נבחר באקראי תלמיד מקבוצה זו, גובהו יהיה בין 165 ס"מ ל 177 ס"מ.

(ב) ידוע שבקבוצה 10000 תלמידים. כמה תלמידים בערך, גובהם בין 165 ס"מ ל 177 ס"מ.

11. באיזור מסוים נערכו מבחנים משויים בהבנת הנקרא.

במבחן הראשון הציון הממוצע היה 75 וסטיית התקן 10.

במבחן השני הציון הממוצע היה 62 וסטיית התקן 5.

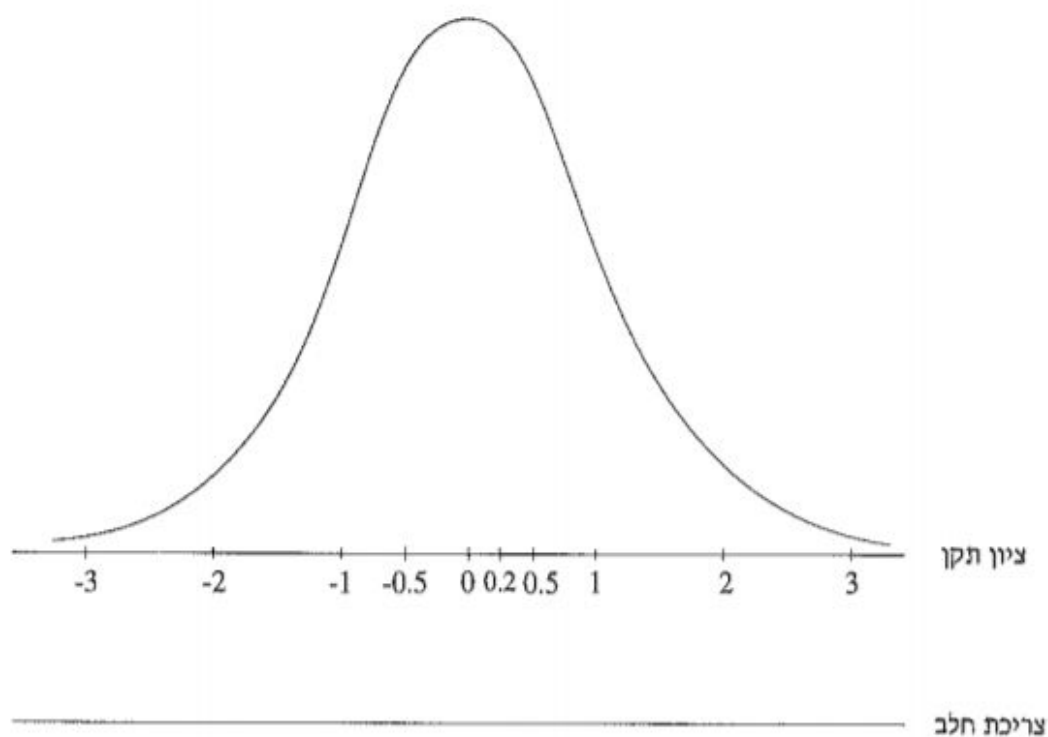
(א) איזה ציון טוב יותר יחסית: 80 בראשון או 65 בשני.

(ב) איזה ציון במבחן הראשון "שקולי" ל 66 במבחן השני ?

124. כמות צריכת החלב למשפחה ביום מתפלגת נורמלית, עם סטיית תקן של 500 מ"ל. צריכה של 1000 מ"ל (1 ליטר) מתאימה לציון תקן של 0.2.

א) מה ממוצע צריכת החלב למשפחה ביום?
(רשום על הצירים את כל הנתונים.)

ב) איזה אחוז של המשפחות צורכות פחות מ 2000 מ"ל (2 ליטר) ביום?

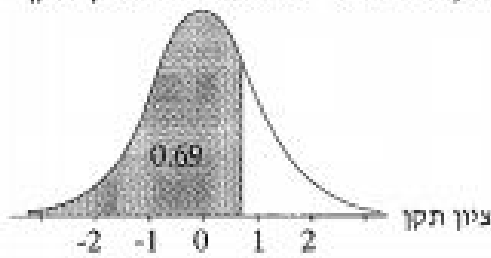


ג) מה ההסתברות לבחור באקראי משפחה שצריכת החלב שלה נמוכה מ 500 מ"ל?

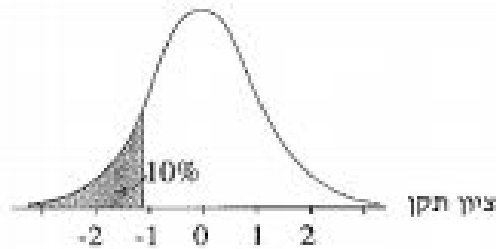
מאחז האוכלוסיה לציון תקן

בסעיפים הקודמים למדת, שאפשר מהגרף ומהטבלה של ההתפלגות הנורמלית לחסיק מהו אחוז האוכלוסיה שנמצא מתחת, או מעל לציון תקן נתון. בסעיף זה תלמד כיצד להסיק מאחוז אוכלוסיה נתון את ציון התקן המתאים (ומכאן את הציון האמיתי המתאים).

1. (א) מצא בתוך הטבלה, את המספר הקרוב ביותר ל 0.69 איזה ציון תקן מתאים לו? סמן על ציר ציוני התקן.



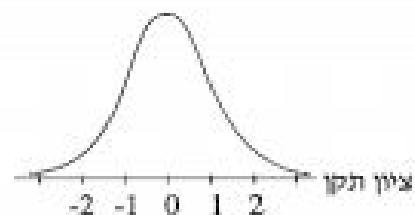
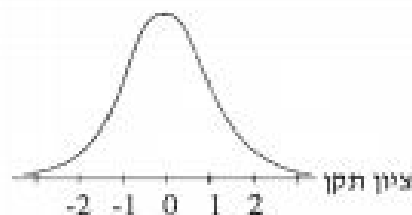
- (ב) מצא את ציון התקן המתאים ורשום על הציר.



2. קווקו את השטח המתאים על הגרף ומצא ציון תקן המתאים לאחוז האוכלוסיה הנתון.

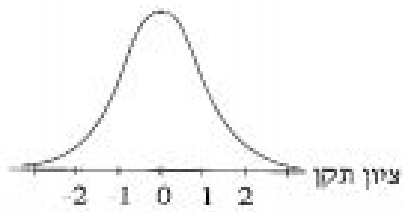
(ב) 25% מהאוכלוסיה נמצא מעליו (רבעון עליון).

(א) 75% מהאוכלוסיה נמצא מתחתיו.

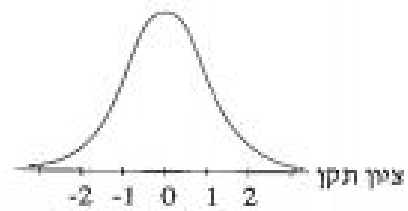


← המשך

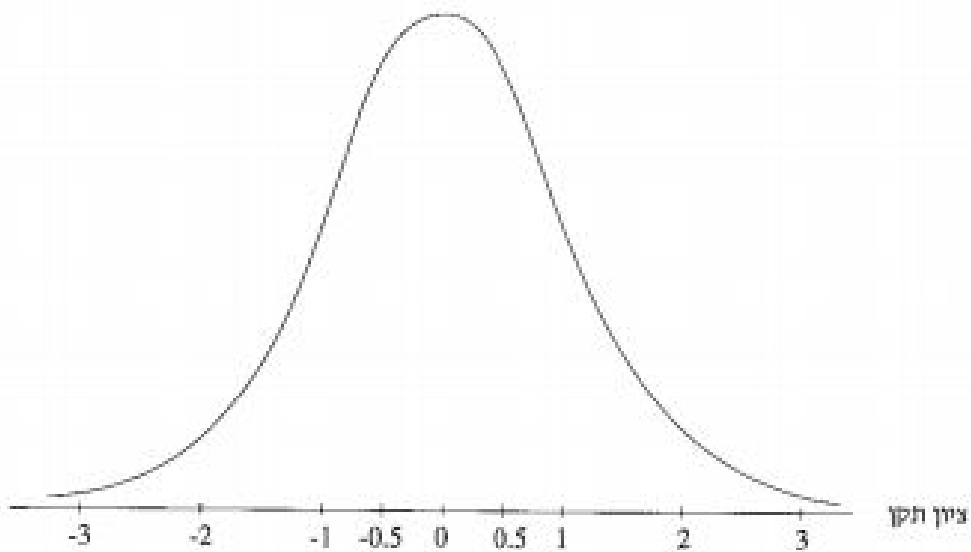
ז) 60% מהאוכלוסייה
גבוה ממנו.



ג) 40% מהאוכלוסייה
גבוה ממנו.



3. משקל של נשים בפטלנד מתפלג נורמלית עם ממוצע של 68 ק"ג וסטיית תקן של 5 ק"ג. 
א) רשום את הנתונים על ציר המשקל.



משקל

ב) מהו ציון התקן, שמשקלן של 75% אחוז מהנשים קטן ממנו.
(סמן את השטח בגרף, רשום את ציון התקן המתאים על הציר.)

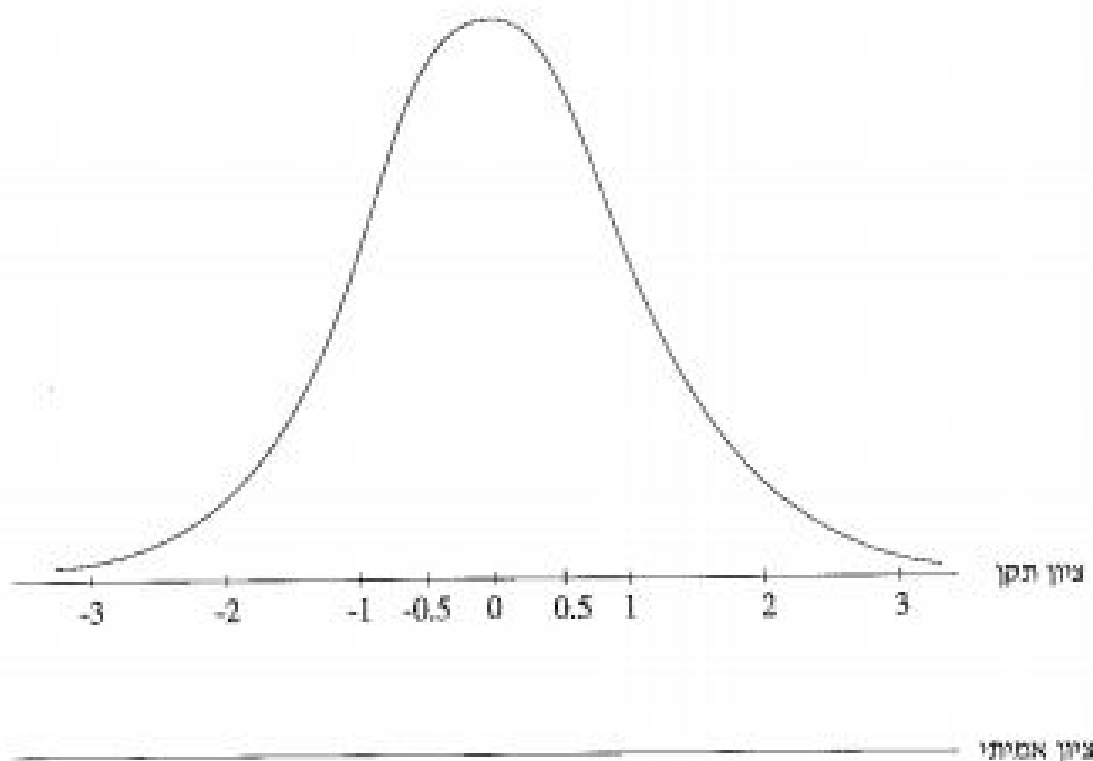
ג) רשום את המשקל, המתאים לציון התקן הנייל, על ציר המשקל.

ד) רשום משקל כך שמשקלן של 80% מהנשים גדול ממנו :

ה) רשום משקל כך שמשקלן של 20% מהנשים קטן ממנו :



4. הציונים של אוכלוסיית תלמידים מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 10. לציון 55 מתאים ציון של -1.5.
 (א) מה הממוצע במבחן? (היעזר בסימון הנתונים על הצירים).



- (ב) רשום ציון תקן, וציון אמיתי, ש- 25% מהנבחנים קיבלו ציון נמוך ממנו.

מצאת את הציון המתאים לרבעון התחתון.



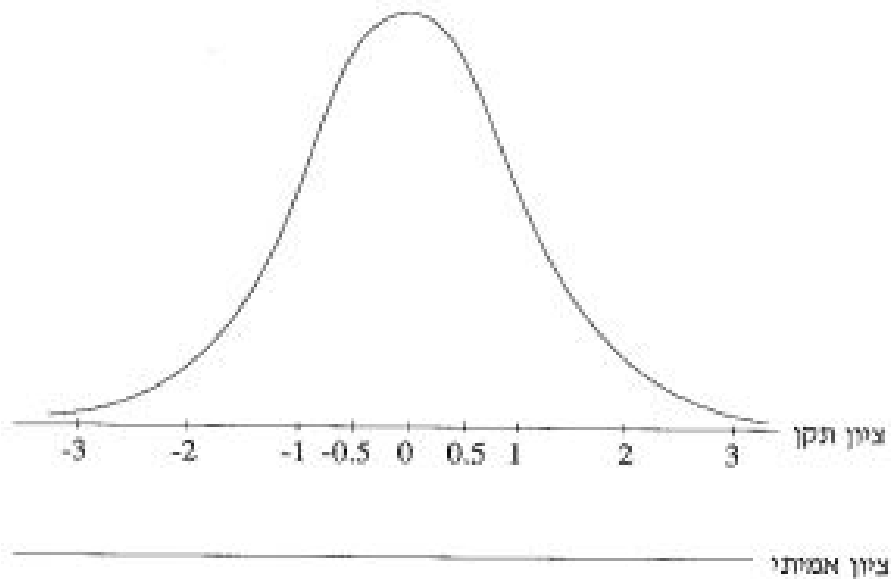
- (ג) מצא ציון תקן וציון אמיתי, ש 25% מהנבחנים קיבלו ציון גבוה ממנו.

מצאת את הציון המתאים לרבעון העליון.



5. ציוני בחינה של אוכלוסייה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 78 וסטיות תקן 10.

(א) רשום ציונים מתאימים על ציר ציוני הבחינה.



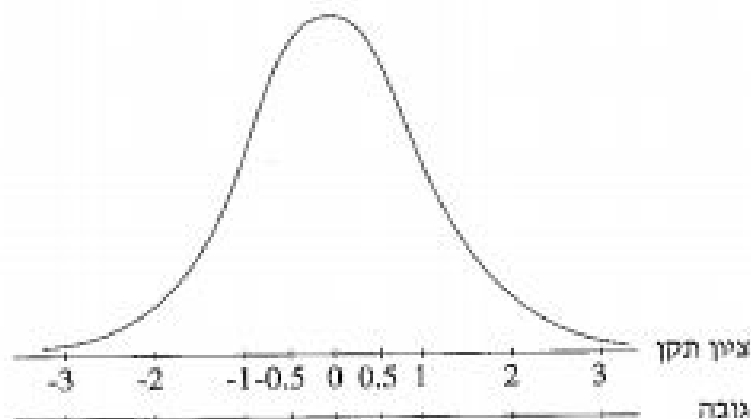
(ב) מצא ציון אמיתי, שציוני 60% מהאוכלוסייה נמוכים ממנו. (סמן תחילה שטח מתאים של הגרף, רשום וסמן ציון תקן וציון אמיתי.)

(ג) מצא ציון אמיתי, שציוני 75% מהאוכלוסייה גבוהים ממנו. (חזור על השלבים הנ"ל.)

(ד) מצא ציון אמיתי, שציוני 25% מהאוכלוסייה נמוכים ממנו. (רבעון תחתון.)

(ה) מצא ציון אמיתי, שציוני 32% מהאוכלוסייה גבוהים ממנו.

6. הגבהים של אוכלוסיית תלמידים מתפלגים נורמלית, עם סטיית תקן 6 ס"מ. לגובה 174 ס"מ מתאים ציון תקן של 1.5.
 (א) מה ממוצע הגבהים של האוכלוסייה? (היגזר בסימון התונים על הצירים.)



- (ב) מצא ציון תקן שגובה 40% מהאוכלוסייה קטן ממנו.
 מה הגובה המתאים לציון התקן שמצאתו?

7. הישגים בקפיצה למרחק של בנות בתיכון, מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 10 ס"מ.


לקפיצה למרחק של 230 ס"מ מתאים ציון תקן של 0.5.

- (א) מה ממוצע ההשגים בקפיצה למרחק של בנות בתיכון?

- (ב) מצא ציון תקן והישג בקפיצה למרחק, שהישגי 70% מהאוכלוסייה נמוכים ממנו.

- (ג) מה ההסתברות, שההישג של תלמידת תיכון שנבחרה באקראי, גבוה מ 2.80 מ'?

תרגילים נוספים

1.  הגובה של בנים בגיל ניוס מתפלג נורמלית. הממוצע 174 ס"מ וסטיית תקן 8 ס"מ.
- (א) מה ההסתברות שאם נבחר מתגייס באקראי, גובהו קטן מ 179 ס"מ.
- (ב) מה ההסתברות שאם נבחר שני מתגייסים באקראי הגובה של שניהם יהיה מתחת ל 179 ס"מ ?
(שרטט ריבוע שטח או עץ לתאור כל האפשרויות).
- (ג) מה ההסתברות, שאם נבחר שני מתגייסים באקראי, גובה של אחד מהם יהיה קטן מ 179 ס"מ ושל השני גדול מ 179 ס"מ ?
2. ציוניהם של אוכלוסית תלמידים מתפלגים נורמלית, עם ממוצע 75 וסטיית תקן 12 .
- (א) מצא ציון, שלרבע מהתלמידים ציון גבוה ממנו.
(שרטט עקומה, ציר ציוני תקן וציר ציונים אמיתיים והיעזר בהם).
- (ב) בוחרים באקראי תלמיד מהאוכלוסיה. מה ההסתברות שהציון שלו בין 63 ל 93?
- (ג) בוחרים באקראי שני תלמידים מהאוכלוסיה. מה ההסתברות שהציון של שניהם בין 63 ל 93 ?
3. ציוני בחינות של אוכלוסית תלמידים מתפלגים נורמלית.
- סטיית התקן 12 והציון שרבע מהציונים גבוהים ממנו הוא 82 (רבעון עליון).
- (א) מצא את ציון התקן המתאים.
(היעזר בעקומה נורמלית, בציר ציוני תקן וציר ציונים אמיתיים).
- (ב) מצא את הממוצע.
- (ג) מצא את הציון, שרבע מהציונים נמוכים ממנו (רבעון תחתון).

4. סדרת מספרים מתפלגת נורמלית עם סטיית תקן 20, לאיבר בסדרה שערכו 71 מתאים ציון תקן של 0.6.
(א) חשב את הממוצע.
(תיעור בשרטוט העקומה והצירים.)
- (ב) מה ההסתברות, שאיבר שנבחר באקראי מסדרה זו, יהיה נמוך מ 180
- (ג) מה ההסתברות שמשני איברים שנבחרו באקראי מסדרה זו, יהיה האחד נמוך מ 80 והשני גבוה מ 80 ?
5. הישגים בקפיצה לגובה, של בנים בגיל תיכון, מתפלגים נורמלית עם ממוצע 1.45 מ'.
לקפיצה של 1.50 מ' מתאים ציון תקן של 0.5.
(א) מהי סטיית התקן ?
- (ב) מה ההסתברות, לבחור באקראי נער, שההישג שלו בקפיצה לגובה הוא בין 1.30 מ' ל 1.70 מ'.
6. תוצאות במבחני משוב במתמטיקה מתפלגים נורמלית.
במבחן המשוב במתמטיקה קיבל אבי ציון 70.
הממוצע הארצי במבחן היה 60 וסטיית התקן 5.
במבחן המשוב בעברית קיבל דני 85.
הממוצע הארצי במבחן היה 73 וסטיית התקן 7.5.
באיזה משני המבחנים, יש אחוז גדול יותר של תלמידים שקיבלו ציון גבוה מזה של אבי.
7. ציונים של מבחני כניסה, למוסד להשכלה גבוהה, מתפלגים נורמלית.
בשנה מסוימת התקבלו למוסד 30% מהנבחנים. (בעלי החישובים הנבונים ביותר.)
הממוצע במבחן היה 77 וסטיית התקן 12. דני קיבל 83. האם הוא התקבל ללימודים?
- בשנה שלאחר מכן נרשם דני לאותו מוסד, על סמך המבחן בו נבחן שנה קודם. (הציון שקיבל 83.)
בשנה זו התקבלו רק 25% מהנבחנים.
הממוצע היה שוב 77 וסטיית התקן 8.5, האם הפעם דני התקבל ?
-

8. משרד החינוך חישב ומצא כי ממוצע הציונים בבחינת הבגרות באנגלית בשאלון C היה 66 וסטית התקן היתה 20 .

בשאלון E הממוצע היה 59 וסטית התקן היתה 15 .

- א. התלמיד אברהם ניגש לשני המבחנים וקיבל בשניהם אותו ציון: 80. באיזה מבחן הצליח יותר בהשוואה לשאר התלמידים?
- ב. תלמיד אחר בכיתה עידן קיבל בשאלון C 70 ובשאלון E 62. באיזה מבחן הצליח עידן יותר?
- ג. בשאלון C נבחנו 2000 תלמידים. כמה תלמידים קיבלו ציון גבוה מאברהם?
- ד. ידוע שבשאלון E מספר התלמידים שקיבלו ציון גבוה מאברהם היה זהה לזה שמצאת בסעיף ג מצא כמה תלמידים נגשו לשאלון E? (בערך עגל את המספר לשלמים)

9.

בחוג מסוים באוניברסיטה נערכו מבחני כניסה באנגלית ובמתמטיקה. הציונים של הנבחנים התפלגו נורמלית. דני ניגש לשני מבחנים אלה. בטבלה מוצגים: הממוצע, סטיית התקן, והציון שקיבל דני בכל אחד מהמקצועות:

מקצוע	ממוצע	סטיית התקן	הציון שקיבל דני
אנגלית	62	5	67
מתמטיקה	68	8	72

באיזה משני המבחנים הדרוג של דני היה גבוה יותר בהשוואה לשאר הנבחנים? נמקו.

- ב. ידוע כי בשני המבחנים היה מספר הנבחנים זהה. במבחן במתמטיקה היו 90 נבחנים שקיבלו ציון גבוה יותר מדני. כמה נבחנים היו? (בערך)
- ג. חשב כמה נבחנים קיבלו יותר מדני באנגלית? (בערך)
- ד. גם שאול נבחן במבחני הכניסה.
- 93.3% מהנבחנים קיבלו פחות משאול במתמטיקה. מה היה הציון של שאול במבחן הכניסה במתמטיקה?
- ה. באנגלית קיבל שאול 10 נקודות פחות מהציון שקיבל במתמטיקה. מהו אחוז הנבחנים שקיבלו פחות משאול באנגלית?

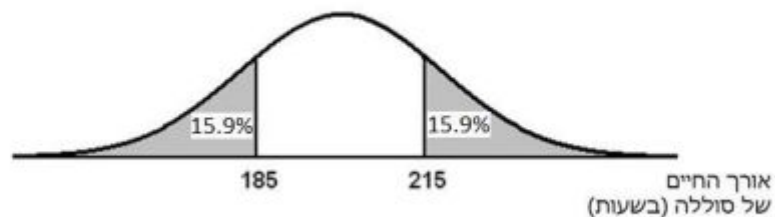
שאלות נוספות מאתר מפמ"ר

שאלה מספר 1

- לקראת בחינת הבגרות, בבית ספר "דקל" נערך מבחן מסכם. איילה ופנינה נבחנו במבחן. הציון שקיבלה איילה במבחן היה 92 וציון התקן שלה היה 1.25. הציון שקיבלה פנינה היה 64, וציון התקן שלה היה -0.5.
- מה המשמעות של ציון התקן של איילה?
 - מה המשמעות של ציון התקן של פנינה?
 - חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של ציוני כל התלמידים במבחן המסכם.
 - אריאל קיבל ציון 80 במבחן המסכם. האם מספר התלמידים שקיבלו ציון שגבוה מהציון של אריאל שווה למספר התלמידים שקיבלו ציון שנמוך מהציון של פנינה? הסבירו.
 - במבחן מועד ב פנינה קיבלה ציון 70. ממוצע הציונים של המבחן במועד ב היה 80 עם סטיית התקן 10. האם פנינה הצליחה במבחן מועד ב יותר או פחות לעומת המבחן הראשון בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו? הסבירו.

שאלה מספר 2:

אורך החיים של סוללות מתפלג נורמלית. אורך החיים נמדד בשעות. לפניכם גרף המתאר את ההתפלגות של אורך החיים של סוללה:



- מצאו את אורך החיים הממוצע של הסוללה.
 - מצאו את סטיית התקן.
- ב. 2% מהסוללות, שאורך החיים שלהן הוא הנמוך ביותר, נחשבות לפגומות. מצאו את אורך החיים של סוללה אשר מתחתיו היא נחשבת פגומה.
- איזה אחוז מהסוללות פועלות יותר מ-222.5 שעות?
 - מפעל קנה 1,000 סוללות. כמה מהן עשויות לפעול למעלה מ-222.5 שעות?

שאלה מספר 3:

בבית ספר גדול נערך סקר שבדק כמה זמן ביממה תלמידים גולשים באינטרנט. נמצא כי פרקי הזמן ביממה, שבהם תלמידים גולשים באינטרנט, מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 25 דקות.

נמצא גם כי 90% מהתלמידים גולשים באינטרנט פחות מ- 180 דקות ביממה.

- א. כמה דקות ביממה בממוצע תלמידי בית הספר גולשים באינטרנט?
- ב. מהו אחוז התלמידים בבית הספר הגולשים באינטרנט פחות מ- 120 דקות ביממה?

שאלה מספר 4:

הציונים במבחני הבגרות במתמטיקה (מועדי א ו- ב) מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע במועד א היה 76.6, וסטיית התקן הייתה 10.

הציון הממוצע במועד ב היה 80, וסטיית התקן הייתה 5.

- א. רמי ניגש למבחן בשני המועדים, ובשניהם הוא קיבל ציון של 82. באיזה מבחן הצליח רמי יותר בהשוואה לשאר הנבחנים? הסבירו. (הערה: ניתן גם להיעזר בסרטוט סקיצה של שתי ההתפלגויות ולרשום בהן את הנתונים)
- ב. יוסי ניגש למבחן בשני המועדים, ובשניהם הוא קיבל אותו ציון. במועד א 77% מהנבחנים קיבלו ציון נמוך מהציון של יוסי. מהו אחוז הנבחנים שבמועד ב קיבלו ציון נמוך מהציון של יוסי?

שאלה מספר 5:

הציונים במבחן כניסה לחוג מחשבים מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע במבחן הוא 53 וסטיית התקן היא 11.5.

מספר הנבחנים במבחן הוא 4,500.

- א. כמה נבחנים (בערך) קיבלו ציון גבוה מ- 65?
- ב. 900 נבחנים עברו בהצלחה את מבחן הכניסה. מה היה ציון המעבר? (בתשובתך דייק עד ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).

שאלה מספר 6:

הציונים של קבוצת תלמידים במבחן מסוים מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע הוא 71, וסטיית התקן היא 15.

387 תלמידים קיבלו ציון בין 62 ל- 92.

- א. כמה תלמידים ניגשו למבחן?
- ב. בוחרים באקראי תלמיד אחד. מהי ההסתברות שהתלמיד קיבל ציון גבוה מ- 92?
- ג. בוחרים באקראי שני תלמידים. מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם קיבל ציון גבוה מ- 92?

שאלה מספר 7:

- הציונים של נבחנים בבחינת כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית. הציונים של 10% מהנבחנים גבוהים מ-84, והציונים של 10% מהנבחנים נמוכים מ-68.
- סרטטו סקיצה של עקומת ההתפלגות הנורמלית וסמנו בה את הנתונים.
 - חשבו את ממוצע הציונים ואת סטיית התקן.
 - בשנה מסוימת ניגשו לבחינת הכניסה 2,000 נבחנים. כמה נבחנים קיבלו ציון שנמצא בין סטיית תקן אחת מתחת לממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?

שאלה מספר 8:

- במוסד מסוים נערכו שני מבחני קבלה, באנגלית ובמתמטיקה. ההסתברות להצליח במבחן אחד אינה תלויה בהסתברות להצליח במבחן האחר. הציונים בשני המבחנים התפלגו נורמלית.
- ממוצע הציונים במבחן באנגלית היה 77 וסטיית התקן הייתה 20.
- ממוצע הציונים במבחן במתמטיקה היה 81 וסטיית התקן הייתה 10.
- הקבלה ללימודים מותנית בציון גבוה מ-90 בכל אחד משני המבחנים.
- מהי ההסתברות שתלמיד, שנבחר באקראי, יתקבל ללימודים?

שאלה מספר 9:

- כדי להתקבל לאוניברסיטה, המועמדים נדרשים לעבור מבחן כניסה. ציון המעבר במבחן הוא 75. השנה נערכו שני מבחני כניסה לאוניברסיטה.
- 80% מהמועמדים נבחנו במבחן הראשון, ושאר המועמדים נבחנו במבחן השני. התפלגות הציונים בשני המבחנים הייתה נורמלית.
- במבחן הראשון היה הציון הממוצע 70, וסטיית התקן הייתה 10.
- במבחן השני היה הציון הממוצע 79, וסטיית התקן הייתה 12.
- בוחרים באקראי מועמד שנבחן במבחן הראשון. מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?
 - בוחרים באקראי מועמד שנבחן במבחן השני. מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?
 - בוחרים באקראי מועמד שנבחן באחד מהמבחנים. מהי ההסתברות שהוא עבר את המבחן?

תשובות :

.5

$$s = 1.5 \quad \bar{x} = 3.25$$

.12

0.097	א	0.579	ב	0.841	א
77.3%	ה	0.866,	,0.067	,0.933	ד

.13

0.097	א	0.579	ב	0.841	א
77.3%	ה	0.866,	,0.067	,0.933	ד

.14

0.242	ה	0.382	ד	0.773	א	0.023	ב	0.115	א
						0.23	ז	0.624	ו

ציון תקן

1. ל 178 מתאים +1, ל 162 מתאים -1, ל 174 מתאים 0.5, ל 158 מתאים -1.5, ל 154 מתאים -2, ל 180 מתאים 1.25, ל 194 מתאים 3, ל 152 מתאים -2.25, ל 164 מתאים -0.75.
2. א) 2.33 ב) -1.66 ג) 0.83 ד) -2.5 ה) 65
3. א) 62.9% ב) 37.1% ג) 37.1% ד) 62.9% ה) 25.8% ו) 74.9%
4. א) 15.9% ב) 0.159 ג) 0.745 ד) 0.745 ה) 0.49 ו) ציון ה I.Q. המתאים 137.5 אחוז האוכלוסיה מעליו 0.6%.
5. א) 8.5 ב) 15.9% ג) 0.159 ד) 6.25 ה) 8.875 ו) 5.8 ז) -1.33 ח) 2 ט) -2 י) 0.33 יא) -1 יב) 0.5 יג) -1.33 יד) 2
6. א) 8.5 ב) 15.9% ג) 0.159 ד) 6.25 ה) 8.875 ו) 5.8 ז) -1.33 ח) 2 ט) -2 י) 0.33 יא) -1 יב) 0.5 יג) -1.33 יד) 2
7. א) 8.5 ב) 15.9% ג) 0.159 ד) 6.25 ה) 8.875 ו) 5.8 ז) -1.33 ח) 2 ט) -2 י) 0.33 יא) -1 יב) 0.5 יג) -1.33 יד) 2
8. א) 69% ב) 30.9% ג) 87.1% ד) 77.3% ה) 64.4% ו) 4% ז) -1.375 ח) -0.75 ט) 1.75 י) 1.125 יא) 0.75 יב) 69% יג) 30.9% יד) 87.1% יו) 77.3% יז) 64.4% יח) 4%

9. (ב) 30.9%, 0.7%, 0%, 40.8%
10. (א) 0.372 (ב) 3720
11. (א) 65 (ב) 83
12. (א) הממוצע 900 מייל (ב) 98.6% (ג) 21.2%

מאחוז האוכלוסייה לציון תקן

1. (א) ≈ 0.5 (ב) ≈ -1.28
2. (א) 0.67 (ב) 0.67 (ג) 0.25 (ד) -0.25
3. (א) 0.67 (ב) 71.35 (ג) 63.8 (ד) 63.8
4. (א) 70 (ב) ציון תקן -0.67, ציון אמיתי 63.3
(ג) ציון תקן 0.67, ציון אמיתי 76.7
5. (א) 80.5 (ב) 71.3 (ג) 71.3 (ד) 71.3 (ה) 82.7
6. (א) 165 (ב) ציון תקן -0.25, הגובה 163.5 ס"מ.
7. (א) 225 (ב) ציון תקן 0.523, הישג בקפיצה 230.25 ס"מ (ג) 0

תרגילים נוספים

1. (א) 0.734 (ב) 0.539 (ג) 0.195
2. (א) 83 (ב) 0.774 (ג) 0.599
3. (א) 0.67 (ב) ≈ 74 (ג) 66
4. (א) 59 (ב) 0.853 (ג) 0.125
5. (א) 0.1 (ב) 0.927
6. במבחן בעברית
7. בשנה הראשונה לא התקבל ובשניה התקבל.

8. א. בשאלון E. $0.7 < 1.4$. ב. ציון התקן של שני הציונים זהה ושווה ל-2 ג. 484 תלמידים
 ד. 5975 בערך
9. א. באנגלית. $0.5 < 1$. ב. 2922 בערך ג. 465 בערך ד. 80 ה. 94.5% קיבלו פחות משאול

תשובות לשאלות מאתר מפמ"ר

1. א. המשמעות היא שהציון גבוה מהממוצע
 ב. הציון שלילי לכן זה אומר שקיבלה פחות מהממוצע
 ג. ממוצע 72
 סטיית התקן 16
 ד. השטחים מעל ומתחת לציונים שווים לכן זה אומר מספר תלמידים שווה.
 ה. במועד א קיבלה פנינה ציון תקן גבוה יותר מאשר מועד ב לכן היא הצליחה יותר במועד א
 2. א. 1. $X=200$

2. א. סטיית התקן היא 15
 ב. 162.5
 1. ג. השטח מעל הוא 0.067 לכן זה 6.7%
 ג. 67 סוללות
 4. במועד א ציון התקן גבוה יותר $0.5 > 0.4$
 ב. מתחת ליוסי יש 78.8%
 5. א. בערך 670
 ב. 24.25
 6. א. 600
 ב. 0.081
 ג. 0.1488
 7. ב. $X=76$
 $S=6.25$
 ג. 1364
 8. 0.047472
 9. א. 0.308
 ב. 0.629
 ג. 0.3722

טבלת התפלגות נורמלית

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.0	0.0013	0013	0013	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010
-2.9	0.0019	0018	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014
-2.8	0.0026	0025	0024	0023	0023	0022	0021	0021	0020	0019
-2.7	0.0035	0034	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026
-2.6	0.0046	0045	0044	0043	0041	0040	0039	0038	0037	0036
-2.5	0.0062	0060	0059	0057	0055	0054	0052	0051	0049	0048
-2.4	0.0082	0080	0078	0075	0073	0071	0069	0068	0066	0064
-2.3	0.0107	0104	0102	0099	0096	0094	0091	0089	0087	0084
-2.2	0.0139	0135	0132	0129	0125	0122	0119	0116	0113	0110
-2.1	0.0179	0174	0170	0166	0162	0158	0154	0150	0146	0143
-2.0	0.0227	0222	0217	0212	0207	0202	0197	0192	0188	0183
-1.9	0.0287	0281	0274	0268	0262	0256	0250	0244	0238	0233
-1.8	0.0359	0350	0344	0336	0329	0322	0314	0307	0301	0294
-1.7	0.0446	0436	0427	0418	0409	0401	0392	0384	0375	0367
-1.6	0.055	054	053	052	0505	0495	0485	0475	0465	0455
-1.5	0.067	065	064	063	062	061	059	058	057	056
-1.4	0.081	079	078	076	075	074	072	071	069	068
-1.3	0.097	095	093	092	090	089	087	085	084	082
-1.2	0.115	113	111	109	107	106	104	102	100	098
-1.1	0.136	134	131	129	127	125	123	121	119	117
-1.0	0.159	156	154	152	149	147	145	142	140	138
-0.9	0.184	181	179	176	174	171	168	166	163	161
-0.8	0.212	209	206	203	200	198	195	192	189	187
-0.7	0.242	239	236	233	230	227	224	221	218	215
-0.6	0.274	271	268	264	261	258	255	251	248	245
-0.5	0.308	305	301	298	295	291	288	284	281	278
-0.4	0.345	341	337	334	330	326	323	319	316	312
-0.3	0.382	378	375	371	367	363	359	356	352	348
-0.2	0.421	417	413	409	405	401	397	394	390	386
-0.1	0.460	456	452	448	444	440	436	432	429	425
-0.0	0.500	496	492	488	484	480	476	472	468	464
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	785
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	808	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	0.9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0.9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0.9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	0.9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	0.9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0.9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0.9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	0.9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	0.9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0.9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0.9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	0.9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

