

## גאומטריה אנליטית

היקף: 25 שעות.

גאומטריה אנליטית היא תחום במתמטיקה המשלב אלגברה וגאומטריה לחקר אובייקטים גאומטריים ותכונותיהם. בגאומטריה אנליטית תכונות גאומטריות מתקבלות על ידי חישובים המבוססים על מיקום של האובייקטים במערכת צירים.

תכנים / נושאים מתמטיים :

נקודות: (הנושא נלמד בחטיבת הביניים)

- מערכת צירים

- שיעורי נקודות

- סימון נקודות במערכת צירים

קטעים :

- חישוב אורך קטע (מרחק בין נקודות) במקרה של נקודות היוצרות קטע המקביל לצירים (הנושא

נלמד בחטיבת הביניים) וחישוב אורך קטע במקרה הכללי

- אמצע קטע: מציאת נקודת אמצע קטע על סמך שיעורי קצותיו, או מציאת אחד מקצות הקטע על

סמך שיעורי הקצה השני ונקודת האמצע

ישרים:

- הקשר בין ייצוג אלגברי של ישר לבין ייצוגו הגרפי.

- שיפוע של ישר - משמעות שיפוע ישר כיחס בין השתנות ערכי  $y$  להשתנות ערכי  $x$  של הישר

- ישרים המאונכים לכל אחד מהצירים

- משוואת הקו הישר - בצורה מפורשת ובצורה סתומה

- הכרת המצבים ההדדיים בין ישרים במערכת צירים בהתאם לייצוגם האנליטי: התלכדות,

הקבלה, חיתוך. ציון הקשר בין המצבים האלה לבין שיפועי הישרים

- מציאת משוואת הקו הישר על פי שיפוע ונקודה

- חיתוך ישרים: מציאת נקודת החיתוך של ישר עם הצירים, מציאת נקודת החיתוך של שני

ישרים

- ניצבות ישרים

מצולעים:

- שימוש בתכונות של משולשים ומרובעים

- חישוב היקפים

- חישוב שטחים של מצולעים בעזרת פירוק למשולשים ומרובעים

## נושאים מתמטיים נלווים:

- פתרון משוואות ממעלה ראשונה
- פתרון של מערכת משוואות ליניאריות בשני נעלמים
- תכונות של משולשים מסוגים שונים: משולש שווה שוקיים, משולש ישר זווית, משולש שווה צלעות.
- תכונות של מקבילית (כולל תכונות ייחודיות של מעוין, מלבן, ריבוע)
- תכונות של טרפז (כולל תכונות ייחודיות של טרפז שווה שוקיים וטרפז ישר זווית)
- תכונות של דלתון
- משפט פיתגורס
- נוסחאות שטח משולש ושטח מרובע שנלמדו בכיתה יוד
- (1) חישוב שטח מקבילית כמכפלת צלע המקבילית בגובה לצלע זו
- (2) חישוב שטח ריבוע, מעוין ודלתון כמחצית מכפלת אלכסונו
- (3) חישוב שטח טרפז כמכפלת הגובה לבסיס במחצית סכום הבסיסים.
- (4) חישובי שטחים המורכבים ממלבנים, משולשים וטרפזים.

## מטרות כלליות

- התלמיד יבין שקיים קשר בין אלגברה לגאומטריה כי גאומטריה אנליטית מאפשרת לייצג צורות גאומטריות ולפתור שאלות גאומטריות באמצעות אלגברה.
- התלמיד יבין שקיים קשר בין משוואות אלגבריות וצורות גאומטריות.
- התלמיד יבין כי גאומטריה אנליטית מספקת כלים לפתרון שאלות גאומטריות שונות.
- התלמיד יפתח חשיבה מופשטת ויבין את המשמעות של שילוב תחומי מתמטיקה שונים, ובכך תתפתח האוריינות המתמטית שבין היתר מוגדרת כיכולת לראות קשרים פנים מתמטיים.

## מטרות אופרטיביות

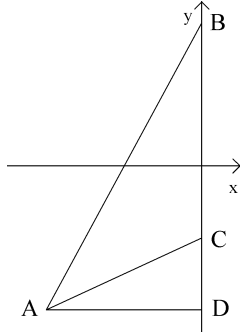
1. בהינתן קצוות הקטע במערכת הצירים, התלמיד ידע למצוא את אמצע הקטע
2. בהינתן קצה אחד של קטע במערכת הצירים ונקודת אמצע הקטע, התלמיד ידע למצוא את הקצה השני של הקטע
3. בהינתן קצוות הקטע במערכת הצירים, התלמיד ידע למצוא את אורך הקטע
4. בהינתן צורה גאומטרית במערכת הצירים, התלמיד ידע למצוא את היקף הצורה
5. בהינתן משולש במערכת הצירים, התלמיד ידע לבדוק אם המשולש הוא שווה שוקיים וידע למצוא את שטחו של המשולש.
6. בהינתן משולש במערכת הצירים, התלמיד ידע לבדוק אם המשולש הוא ישר זווית באמצעות משפט פיתגורס, וידע למצוא את שטחו של המשולש.

7. בהינתן משולש במערכת הצירים ואחת הצלעות שלו מאונכת לאחד הצירים, התלמיד ידע למצוא את שטחו של המשולש.
8. בהינתן שתי נקודות, התלמיד ידע למצוא את שיפוע הישר העובר דרכן (אם הוא קיים).
9. בהינתן שיפוע הישר ונקודה כלשהי על הישר, התלמיד ידע למצוא את משוואת הישר (משוואה כללית ומשוואה מפורשת).
10. בהינתן שתי נקודות על הישר, התלמיד ידע למצוא את משוואת הישר (כולל מקרים שבהם הישר מאונך לאחד הצירים).
11. בהינתן משוואות של שני ישרים (מפורשות או כלליות), התלמיד ידע למצוא את נקודת החיתוך של הישרים, אם היא קיימת.
12. בהינתן משוואות של שני ישרים (מפורשות או כלליות), התלמיד ידע למצוא את המצב ההדדי של שני הישרים.
13. בהינתן נקודה, התלמיד ידע למצוא משוואת הישר העובר דרך הנקודה ומקביל לישר נתון אחר.
14. בהינתן משוואות של שלוש צלעות של משולש (מפורשות או כלליות), התלמיד ידע למצוא את קודקודי המשולש ואת היקפו.
15. בהינתן משוואות ארבע צלעות של מרובע, התלמיד ידע לקבוע אם מדובר במקבילית, טרפז או מרובע כללי.
16. בהינתן ארבע קודקודים של מרובע, התלמיד ידע לקבוע אם מדובר במקבילית, טרפז או מרובע כללי.
17. בהינתן משוואות שני ישרים (מפורשות או כלליות) התלמיד ידע לקבוע אם הישרים ניצבים זה לזה.
18. בהינתן משוואת הישר (מפורשת או כללית) התלמיד ידע למצוא את שיפוע הישר שמאונך לו (אם השיפוע קיים).
19. בהינתן צורה גאומטרית (משולש, מקבילית, מעוין, מלבן, ריבוע, דלתון, טרפז) התלמיד ידע למצוא את שטחה.

### קבוצת דוגמאות 1

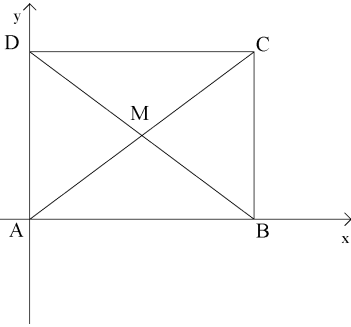
אפיון: קבוצת הדוגמאות הזו מתמקדת במציאת מרחקים בין שתי נקודות, קביעת הצורה הגאומטרית באמצעות מציאת המרחקים ובמציאת אמצע הקטע בין שתי נקודות. השאלות כוללות מציאת היקף הצורה הגאומטרית ומציאת שטחה של הצורה. (מטרות אופרטיביות 1-7)

דוגמאות:



1. נתונות ארבע נקודות במישור:  $A(-4, -4)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(0, -2)$ ,  $D(0, -4)$ .
- חשבו את שטח המשולש  $ACD$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $ABD$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $ABC$ .

2. הנקודות  $A(3, 1)$ ,  $B(-2, 1)$ ,  $C(-2, -3)$  הן שלושה קודקודים של משולש.
- חשבו את שטח המשולש  $ABC$ .
  - הנקודה  $D$  היא אמצע הצלע  $BC$ . מצאו את שיעורי הנקודה  $D$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $ABD$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $ACD$ .



3. נתון מלבן שקודקודיו הם:  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(0, 3)$ .
- חשבו את שטח המלבן.
  - אלכסוני המלבן נחתכים בנקודה  $M$ . מצאו את שיעורי הנקודה  $M$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $AMB$ .

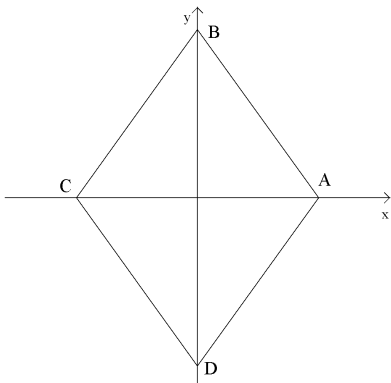
4. קודקודי מרובע  $ABCD$  הם:

$$A(0, 0), B(1, 3), C(5, 4), D(4, 1).$$

הראו שהמרובע הוא מקבילית.

5. הצלע  $AB$  של משולש מונחת על ציר  $x$ , ואורכה 7 יחידות. הקודקוד השלישי נמצא בנקודה  $C(6, 4)$ .

- חשבו את שטח המשולש  $ABC$ .
- ידוע שהנקודה  $D$  מונחת על אמצע הצלע  $AB$ . חשבו את שטח המשולש  $ACD$ .
- ידוע שהנקודה  $E$  מונחת על אמצע הצלע  $AC$ . חשבו את שטח המשולש  $ABE$ .
- חשבו את שטח המשולש  $BCE$ .



6. נתון מעוין שקודקודיו הם:  $A(5, 0)$ ,  $B(0, 7)$ ,  $C(-5, 0)$ ,  $D(0, -7)$ .
- הנקודה  $M$  היא נקודת חיתוך האלכסונים של המעוין.
- מצאו את שיעורי הנקודה  $M$ .
  - חשבו את שטח המשולש  $AMB$ .

- ג. חשבו את שטח המעוין.  
 ד. הראו שמכפלת אורכי האלכסונים של המעוין גדולה פי 2 משטח המעוין.

7. הנקודות  $A(1,2)$  ו- $B(4,6)$  הן קודקודים סמוכים של ריבוע.

- א. חשבו את אורך הצלע  $AB$ .  
 ב. חשבו את שטח הריבוע.  
 ג. מצאו את אורך אלכסון הריבוע.  
 ד. הראו שמכפלת אורכי האלכסונים של הריבוע גדולה פי 2 משטח הריבוע.

8. הצלעות של מלבן  $ABCD$  מקבילות לצירים.  $M$  היא נקודת המפגש של אלכסוני המלבן,

$AC$  ו- $BD$ .

נתון:  $B(9,12)$ ,  $M(6,8)$ .

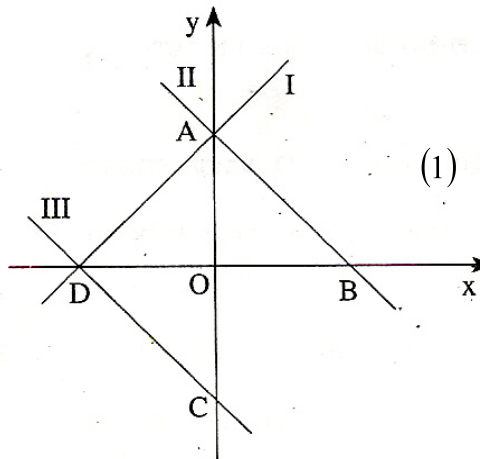
- מצאו את שיעורי קודקוד  $D$ .
- רשמו את שיעורי הקודקודים  $A$  ו- $C$ .
- חשבו את שטח המלבן.

## קבוצת דוגמאות 2

אפיון: קבוצת הדוגמאות הזו מתמקדת במציאת משוואות הישרים על פי נקודה ושיפוע ועל פי שתי נקודות על הישר. השאלות כוללות מציאת נקודת החיתוך של הישרים, מציאת נקודה על הישר בעלת תכונות מוגדרות וכן את כל מה שנדרש בקבוצת הדוגמאות 1. מטרת אופרטיביות 1-12.

דוגמאות:

- א. מצאו את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה  $B(0,8)$  ושיפועו  $-1$ .  
 ב. מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?  
 ג. סרטטו במערכת צירים את הישר.  
 ד. חשבו את שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים.



2. לפניכם סרטוט של שלושה ישרים I, II, III.

נתונות שלוש משוואות, (1), (2), (3):

$$(1) \quad y = -x + 2 \quad (2) \quad y = x + 2 \quad (3) \quad y = -x - 2$$

1. התאימו כל אחת מן המשוואות, (1), (2), (3),

לישר אחד מבין הישרים I, II, III.

נמקו את תשובתכם.

2. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D,

המסומנות בסרטוט.

3. מצאו את משוואת הישר BC.

4. מצאו את שטח המשולש AOB.

3. במשולש ABC נקודה D היא אמצע הצלע AB.

1. נתון:  $A(3, 8)$ ,  $D(-1, 2)$ . מצאו את שיעורי הקודקוד B.

2. נתון גם:  $C(7, 3)$ . מצאו את המשוואות של הצלעות AB ו-AC.

3. האם המשולש ABC הוא שווה-שוקיים? נמקו.

4. נתון מלבן ABCD ששניי מקודקודיו הם:  $A(2, 4)$  ו- $C(0, 4)$ .

הצלע CD מונחת על הישר  $y = 4$ .

1. סרטטו את הישר עליו מונחת הצלע AB, ומצאו את משוואת הישר.

2. מצאו את שני הקודקודים האחרים של המלבן.

3. מצאו את משוואת האלכסון AC.

4. חשבו את היקף המלבן ואת שטחו.

5. שניי מקודקודיו של משולש שווה-שוקיים הם  $O(0, 0)$  ו- $A(0, 3)$ .

1. סמנו את הנקודות במערכת צירים. מצאו את שיעורי הקודקוד שלישי אם ידוע שהוא על

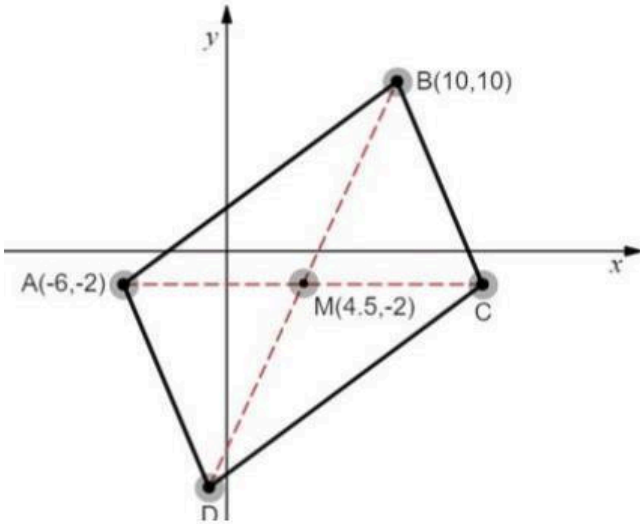
החלק החיובי של ציר ה-x.

2. סרטטו את המשולש, ומצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע שאיננה על הצירים.

3. חשבו את שטח המשולש.

4. חשבו את היקף המשולש.

6. שני קודקודים סמוכים במקבילית  $ABCD$  הם:  $A(-6, -2)$  ו-  $B(10, 10)$ . הנקודה  $M(4.5, -2)$  היא נקודת המפגש של אלכסוני המקבילית  $ABCD$ . (ראה סרטוט).

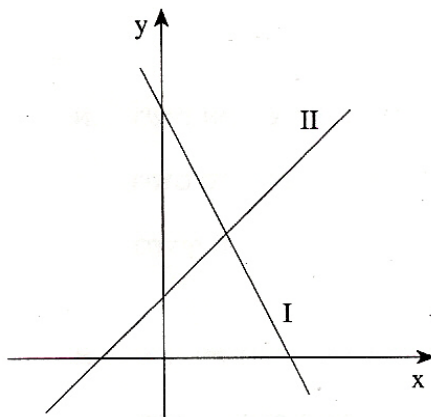


- מצא את שיעורי הקודקוד  $C$ .
- מצא את משוואת האלכסון  $AC$ .
- חשב את שטח המשולש  $ABC$ .
- מצא את שיעורי הקודקוד  $D$ .
- חשב את היקף המקבילית  $ABCD$ .

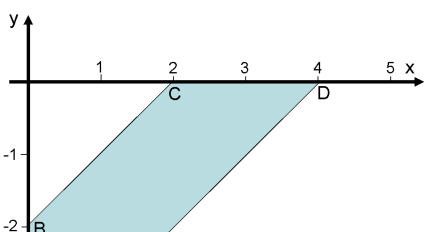
קבוצת דוגמאות 3

אפיון: קבוצת הדוגמאות הזו מתמקדת במציאת מצב הדדי של שני ישרים או יותר ושימוש במצב הדדי לקביעת סוג הצורה הגאומטרית. השאלות בקבוצה הזו כוללות את כל מה שנדרש גם בקבוצות הדוגמאות 1 ו- 2. מטרות אופרטיביות 1-16

דוגמאות:

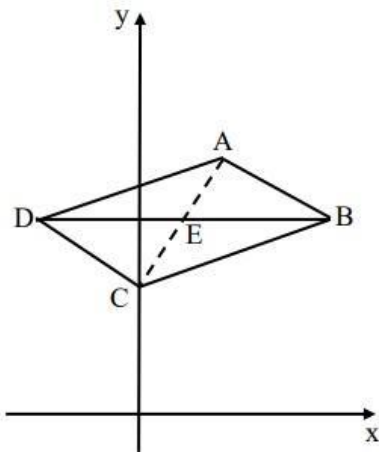


- לפניכם סרטוט של שני ישרים, I ו- II. נתונות שלוש משוואות, (1), (2), ו- (3):
  - $y = x + 2$
  - $y = -2x + 8$
  - $y = 2x + 8$
  - לכל אחד מן הישרים I ו- II, מצאו את המשוואה המתאימה מבין המשוואות (1), (2), ו- (3). נמקו את תשובתכם.
  - מצאו את משוואת הישר, העובר דרך ראשית הצירים  $(0, 0)$  ומקביל לישר I.
  - מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הישרים I ו- II.



2. נתון מרובע שקודקדיו הם  $A(0,-4)$ ,  $B(0,-2)$ ,  $C(2,0)$  ו-  $D(4,0)$ .

1. הראו כי הצלעות AD ו- BC מקבילות.
2. מה הם אורכי הקטעים AD ו- BC?
3. חשבו את היקף המרובע ABCD.
4. חשבו את שטחו של ABCD.



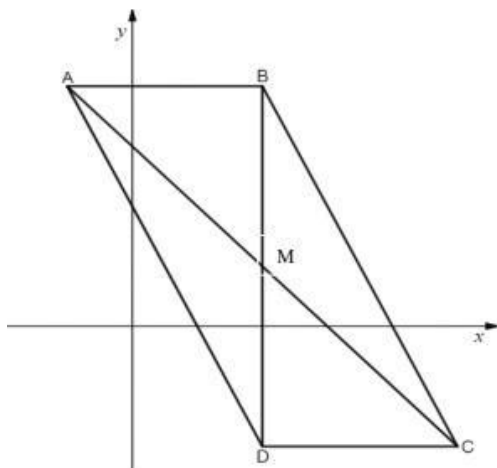
3. במקבילית ABCD,

הצלע AD מונחת על הישר  $y = \frac{1}{2}x + 6$ ,

הצלע DC מונחת על הישר  $y = -x + 3$ ,

וקודקוד C נמצא על ציר ה- y (ראה סרטוט).

- א. מצא את שיעורי הקודקודים C ו- D.
- ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע BC.
- ג. נתון גם כי אלכסון BD מקביל לציר ה- x. מצא את שיעורי הקודקוד B.
- ד. מצא את שיעורי נקודת המפגש של האלכסונים E.



4. לפינת מקבילית ABCD,

האלכסון AC מונח על הישר  $y = -x + 6$

והאלכסון BD מונח על הישר  $x = 4$ .

נקודה M היא נקודת המפגש של האלכסונים.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

נתון שהצלע CD מונחת על הישר  $y = -4$ .

- ב. (1) מהם שיעורי הקודקוד D?
- (2) מצא את שיעורי הקודקודים A, B ו- C.
- ג. חשב את שטח המשולש ADC.
- ד. האם המשולש BMC הוא שווה שוקיים? נמק.



#### קבוצת דוגמאות 4

אפיון: קבוצת הדוגמאות הזו מתמקדת במצבים בהם הישרים ניצבים ובקשר בין השיפועים של הישרים הניצבים. השאלות יעסקו במציאת הישר שמאונך לישר הנתון, בקביעת סוג הצורה הגאומטרית על ידי שימוש בתכונות של הצורות ובין היתר במציאת אורכי הגבהים של הצורות הגאומטריות לצורך מציאת השטח. בקבוצה הזו יש שימוש בכל המטרות האופרטיביות.

דוגמאות:

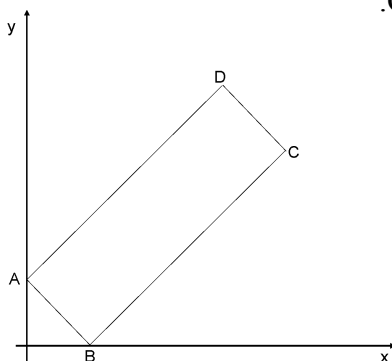
1. במקבילית ABCD נתונים הקודקודים:  $A(1,1)$ ,  $B(6,2)$ ,  $D(0,3)$ .

1. מצאו את נקודת הפגישה של אלכסוני המקבילית.
2. חשבו את שיעורי הקודקוד C.
3. מצאו את משוואות האלכסונים.
4. האם אלכסוני המקבילית מאונכים זה לזה?

2.  $(1,0)$ ,  $(2,1)$ , ו-  $(1,1)$  הם שלושה קודקודים של ריבוע.

1. סרטטו את הריבוע ומצאו את הקודקוד הרביעי. הסבירו כיצד מצאתם.
2. מה הוא שטח הריבוע?
3. מה אורך כל אחד מאלכסוני הריבוע?
4. מצאו את משוואות אלכסוני הריבוע.
5. מה הם שיעורי נקודת החיתוך של האלכסונים?

3. נתונים המלבן ABCD (ראו סרטוט) והנקודות B  $(1, 0)$  ו- C  $(3, 4)$ .

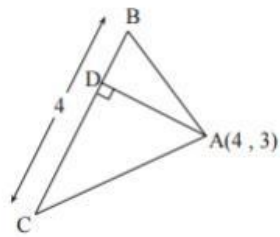


1. מהו שיפוע הישר העובר דרך B ו- C?
2. מצאו את שיעורי הנקודה A.
3. מצאו את משוואת הישר העובר דרך A ו- D.
4. מצאו את משוואת הישר העובר דרך C ו- D.
5. חשבו את שטח המלבן.

4. נקודת החיתוך של אלכסוני ריבוע היא ראשית הצירים.

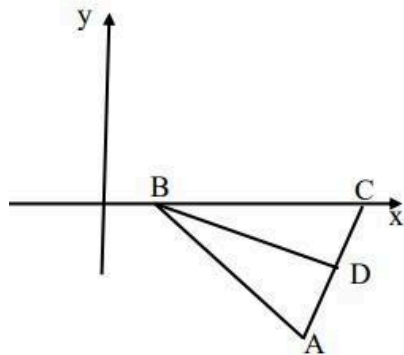
1. הנקודה (2, -2) היא אחד הקודקודים של הריבוע. סרטטו את הריבוע ומצאו את שיעורי שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע.
2. חשבו את שטחו של הריבוע.
3. סרטטו את האלכסונים ומצאו את משוואותיהם.

5. במשולש ABC משוואת הצלע BC היא  $y = 2x$ ,



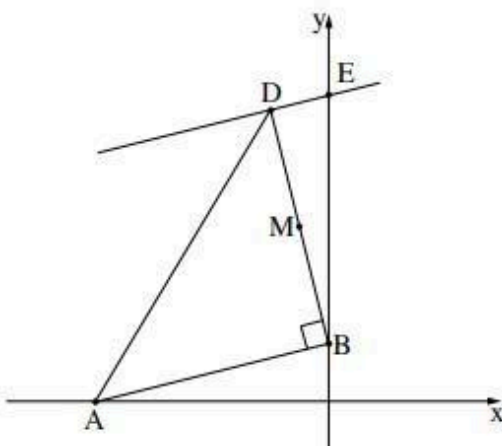
- והשיעורים של הקודקוד A הם (4, 3).
- AD הוא גובה לצלע BC (ראה סרטוט).
- א. מצא את משוואת הגובה AD.
- ב. מצא את שיעורי הנקודה D.
- ג. נתון כי אורך הצלע BC הוא 4.
- חשב את שטח המשולש ABC.

6. במשולש ABC, הצלע BC מונחת על ציר ה-x, כמתואר בציור.



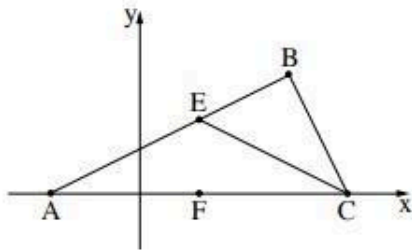
- נתון:  $BC = 10$ .
- משוואת הצלע AB היא  $y = -\frac{3}{4}x + 3$ .
- א. מצא את שיעורי הנקודה B.
  - ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
  - BD הוא תיכון במשולש ABC.
  - הקודקוד A נמצא בנקודה (6, -12).
  - ג. מצא את משוואת BD.
  - ד. מצא את שטח המשולש ABC.
  - ה. פי כמה גדול שטח משולש ABC משטח המשולש BCD? נמק.

7. בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ישר זווית ABD ( $\angle ABD = 90^\circ$ ).



- קודקוד A נמצא על ציר ה-x,
- וקודקוד B נמצא על ציר ה-y.
- משוואת הצלע AB היא  $y = \frac{1}{4}x + 2$ .
- א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.
- ב. מצאו את משוואת הצלע BD.
- שיעור ה-x של קודקוד D הוא -2.
- ג. (1) מצאו את שיעור ה-y של קודקוד D.
- (2) הוכיחו כי משולש ABD הוא שווה שוקיים.
- דרך קודקוד D העבירו ישר המקביל לצלע AB.

8. במשולש ABC הקודקים A ו-C מונחים על ציר ה-x, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



הנקודה E נמצאת על הצלע AB.

נתון: משוואת הישר AB היא  $y = \frac{1}{2}x + 3$ .

שיעור ה-y של קודקוד B הוא 8.

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(2) מצאו את שיעור ה-x של קודקוד B.

נתון: שיעורי הקודקוד C הם  $(14, 0)$ .

ב. הוכיחו כי הצלע AB מאונכת לצלע BC.

נתון: שיפוע הישר EC הוא  $-\frac{1}{2}$ .

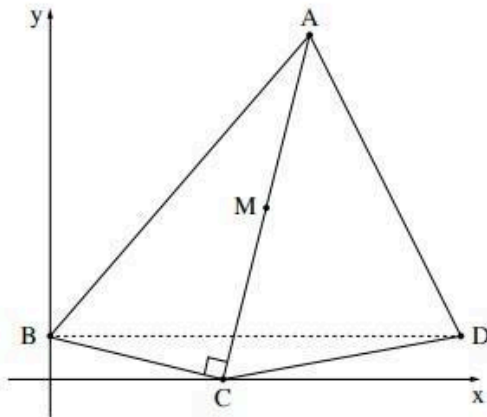
ג. (1) מצאו את משוואת הישר EC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה E.

ד. חשבו את שטח המשולש EBC.

הנקודה F נמצאת על ציר ה-x כך שהקטע EF מקביל לציר ה-y.

ה. חשבו את שטח המרובע FEBC.



9. במרובע ABCD הקודקוד C נמצא על ציר ה-x

והקודקוד B נמצא על ציר ה-y.

AC מאונך ל-BC (ראו סרטוט).

משוואת הישר AC היא  $y = 4x - 32$ .

א. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ב. מצאו את משוואת הישר BC.

משוואת הישר AD היא  $y = -2x + 40$ .

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

הישר BD מקביל לציר ה-x.

ד. מצאו את שיעורי הקודקים B ו-D.

הנקודה M היא אמצע הקטע AC.

ה. חשבו את שטח המשולש BMD.