

Новая программа

Математические формулы

4 единицы обучения

Алгебра

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Квадратное уравнение:
 $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$

Корни:
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Прогрессии:

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Рекуррентная формула:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
n-ый член:	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n - 1}$
Сумма:	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n [2a_1 + (n - 1)d]}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$ Сходящаяся сумма бесконечной прогрессии: $S = \frac{a_1}{1 - q}$

Степени:
 $(a \neq 0 \text{ , } b \neq 0)$

$a^x \cdot a^y = a^{x + y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x - y}$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
-----------------------------	-------------------------------	---------------------------	---------------------------------	--	--------------------------

Рост и затухание:

количество через t единиц времени: $f(t) = f(0) \cdot q^t$,

где q – коэффициент роста / затухания за единицу времени t

$q = 1 \pm \frac{p}{100}$ (p – процент роста / затухания за единицу времени)

Логарифмы (согласно ограничениям области определения):

$a^{\log_a x} = x$	$\log_a (a^b) = b$	$a^b = x$ тождественно $\log_a x = b$
$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$	$\log_a (x^b) = b \cdot \log_a x$

Геометрия

Угловой коэффициент m прямой, проходящей через точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2)

и не перпендикулярной оси x :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Уравнение прямой с угловым коэффициентом m , проходящей через точку (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

Координаты точки середины $M(x_M, y_M)$ отрезка

с концами $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Расстояние d между точками $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Две прямые с угловыми коэффициентами m_1 и m_2 перпендикулярны друг другу, если и только если $m_1 \cdot m_2 = -1$

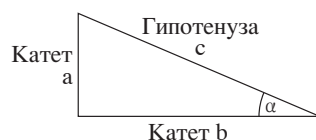
Уравнение окружности с центром (a, b) и радиусом R :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Острый угол α между прямой, заданной уравнением $y = mx + b$ и осью x :

$$\tan \alpha = |m|$$

Тригонометрические функции в прямоугольном треугольнике:



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Тригонометрические тождества:

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
---	---	--	---

Теорема синусов: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ (R – радиус окружности, описанной вокруг треугольника)

Фигуры на плоскости:

Площадь треугольника: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α – угол между сторонами b и c)

Площадь параллелограмма: $S = a \cdot h$ (h – высота к стороне a)

Площадь трапеции: $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$ (a, b – основания трапеции, h – высота)

Площадь круга: $S = \pi \cdot R^2$ Периметр окружности: $P = 2\pi \cdot R$ (R – радиус)

Фигуры в пространстве:

Объем призмы: $V = B \cdot h$ Объем пирамиды: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – площадь основания, h – высота)

Векторы:

Для векторов $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$ и $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

Длина вектора: $|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}}$ $|\underline{u}| = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2}$

Скалярное произведение: $\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$ $\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \alpha$

(α – угол между векторами $\underline{u}$, $\underline{v}$)

Угол α между векторами $\underline{u}$, $\underline{v}$:

$$\cos \alpha = \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|}$$

Дифференциальное и интегральное исчисление

Производные:

$(x^t)' = t \cdot x^{t-1}$ (t – действительное число)	$\left(\frac{a}{x}\right)' = -\frac{a}{x^2}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$[(f(x))^t]' = t \cdot [f(x)]^{t-1} \cdot f'(x)$ (t – действительное число)	$\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$	$[\sqrt{f(x)}]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	$[e^{f(x)}]' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$	$[\ln(f(x))]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

Производная произведения функций:

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Производная частного функций:

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Производная композиции функций:

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

$u'(x)$ – производная u по x (внутренняя производная)

и $f'(u)$ – производная f по u (внешняя производная)

Интегралы ($m \neq 0$) :

$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ (t – действительное число, $t \neq -1$)	$\int (mx + b)^t dx = \frac{(mx + b)^{t+1}}{m \cdot (t+1)} + C$ (t – действительное число, $t \neq -1$)
$\int \frac{a}{x^2} dx = -\frac{a}{x} + C$	$\int \frac{a}{(mx + b)^2} dx = \frac{-a}{m \cdot (mx + b)} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{mx + b} dx = \frac{e^{mx + b}}{m} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{mx + b} dx = \frac{\ln mx + b }{m} + C$

Вероятности

Условная вероятность: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Вероятность A и также B, если A и B – независимые события: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Статистика

$f_1, f_2, \dots, f_n$ – это частоты $x_1, x_2, \dots, x_n$ соответственно, и $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$.

Среднее значение: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

Среднеквадратичное отклонение: $S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$

Коэффициент корреляции r : $r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y} [(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})]$
 $r = \frac{1}{N} [(z_x)_1 (z_y)_1 + \dots + (z_x)_N (z_y)_N]$

Угловой коэффициент m линии регрессии: $m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ Уравнение линии регрессии: $y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$

Стандартизированная оценка: $z = \frac{x - \bar{x}}{S}$

Нормальное распределение:

$P(z > z_x) = P(z < -z_x)$	$P(z > z_x) = 1 - P(z < z_x)$	$P(z_1 < z < z_2) = P(z < z_2) - P(z < z_1)$
----------------------------	-------------------------------	--

Таблица нормального распределения

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0046	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0135	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0227	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0238	0.0233
-1.8	0.0359	0.0350	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0550	0.0540	0.0530	0.0520	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0670	0.0650	0.0640	0.0630	0.0620	0.0610	0.0590	0.0580	0.0570	0.0560
-1.4	0.0810	0.0790	0.0780	0.0760	0.0750	0.0740	0.0720	0.0710	0.0690	0.0680
-1.3	0.0970	0.0950	0.0930	0.0920	0.0900	0.0890	0.0870	0.0850	0.0840	0.0820
-1.2	0.1150	0.1130	0.1110	0.1090	0.1070	0.1060	0.1040	0.1020	0.1000	0.0980
-1.1	0.1360	0.1340	0.1310	0.1290	0.1270	0.1250	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1590	0.1560	0.1540	0.1520	0.1490	0.1470	0.1450	0.1420	0.1400	0.1380
-0.9	0.1840	0.1810	0.1790	0.1760	0.1740	0.1710	0.1680	0.1660	0.1630	0.1610
-0.8	0.2120	0.2090	0.2060	0.2030	0.2000	0.1980	0.1950	0.1920	0.1890	0.1870
-0.7	0.2420	0.2390	0.2360	0.2330	0.2300	0.2270	0.2240	0.2210	0.2180	0.2150
-0.6	0.2740	0.2710	0.2680	0.2640	0.2610	0.2580	0.2550	0.2510	0.2480	0.2450
-0.5	0.3080	0.3050	0.3010	0.2980	0.2950	0.2910	0.2880	0.2840	0.2810	0.2780
-0.4	0.3450	0.3410	0.3370	0.3340	0.3300	0.3260	0.3230	0.3190	0.3160	0.3120
-0.3	0.3820	0.3780	0.3750	0.3710	0.3670	0.3630	0.3590	0.3560	0.3520	0.3480
-0.2	0.4210	0.4170	0.4130	0.4090	0.4050	0.4010	0.3970	0.3940	0.3900	0.3860
-0.1	0.4600	0.4560	0.4520	0.4480	0.4440	0.4400	0.4360	0.4320	0.4290	0.4250
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4800	0.4760	0.4720	0.4680	0.4640
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5240	0.5280	0.5320	0.5360
0.1	0.5400	0.5440	0.5480	0.5520	0.5560	0.5600	0.5640	0.5680	0.5710	0.5750
0.2	0.5790	0.5830	0.5870	0.5910	0.5950	0.5990	0.6030	0.6060	0.6100	0.6140
0.3	0.6180	0.6220	0.6250	0.6290	0.6330	0.6370	0.6410	0.6440	0.6480	0.6520
0.4	0.6550	0.6590	0.6630	0.6660	0.6700	0.6740	0.6770	0.6810	0.6840	0.6880
0.5	0.6920	0.6950	0.6990	0.7020	0.7050	0.7090	0.7120	0.7160	0.7190	0.7220
0.6	0.7260	0.7290	0.7320	0.7360	0.7390	0.7420	0.7450	0.7490	0.7520	0.7550
0.7	0.7580	0.7610	0.7640	0.7670	0.7700	0.7730	0.7760	0.7790	0.7820	0.7850
0.8	0.7880	0.7910	0.7940	0.7970	0.8000	0.8020	0.8050	0.8080	0.8110	0.8130
0.9	0.8160	0.8190	0.8210	0.8240	0.8260	0.8290	0.8320	0.8340	0.8370	0.8390
1.0	0.8410	0.8440	0.8460	0.8480	0.8510	0.8530	0.8550	0.8580	0.8600	0.8620
1.1	0.8640	0.8660	0.8690	0.8710	0.8730	0.8750	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8850	0.8870	0.8890	0.8910	0.8930	0.8940	0.8960	0.8980	0.9000	0.9020
1.3	0.9030	0.9050	0.9070	0.9080	0.9100	0.9110	0.9130	0.9150	0.9160	0.9180
1.4	0.9190	0.9210	0.9220	0.9240	0.9250	0.9260	0.9280	0.9290	0.9310	0.9320
1.5	0.9330	0.9350	0.9360	0.9370	0.9380	0.9390	0.9410	0.9420	0.9430	0.9440
1.6	0.9450	0.9460	0.9470	0.9480	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9650	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9954	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9