<u>תוכנית הלימודים ברמה של 3 יח"ל כיתה י"א</u>

<u>אשכול חברה ומדע</u>

<u>היקף</u>: 40 שעות.

לאורך כל היחידה יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בלימודי כיתה י':

- פתרון משוואות
- קריאת מידע מייצוגים שונים
- כלים סטטיסטיים
- הסתברות בסיסית

לכן, יש לערוך חזרה קצרה על חומר הלימוד של כיתה י'.

<u>יחידה ראשונה: למידת תהליכים ותופעות המתנהגים באופן מעריכי בהקשר למדעים וחברה</u>

יחידה זו מטרתה להציג מודל גדילה ודעיכה מעריכית, להכיר את המצבים בהם נעשה שימוש במודל של גדילה ודעיכה מעריכית בהקשר של חברה ומדע.
יחידה זו מהווה בסיס ללמידת הפרק המקביל באשכול כלכלי-פיננסי.

<u>יחידה שנייה: שימוש בכלים סטטיסטיים לעיבוד מידע - הרחבה (סטיית התקן)</u>

יחידה זו מטרתה להבין את הצורך בשימוש בסטיית תקן כמצביע על מידת ההטרוגניות או ההומוגניות של התפלגות הנתונים.

<u>יחידה שלישית: חישוב מתקדם של סיכוי/הסתברות להתרחשויות לא ודאיות</u>

יחידה זו היא המשך הפרק המקביל בכיתה י'. מטרת היחידה להציג אופן חישוב ההסתברויות של חיתוך מאורעות בלתי תלויים ומאורעות תלויים.

יחידה ראשונה: למידת תהליכים ותופעות המתנהגים באופן מעריכי בהקשר למדעים וחברה

נושאים מתמטיים (בהקשר אורייני):

1. פתרון המשוואה $ax^n = b$ (כאשר n שלם, x הוא נעלם).
2. הכרת המושגים: כמות התחלתית, מקדם גדילה ודעיכה וכמות סופית.
3. הכרת הנוסחה המקשרת בין המושגים הנ"ל: $A_t = A_0q^t$, כאשר A_0 - כמות התחלתית, q - מקדם גדילה/דעיכה, A_t - כמות סופית אחרי t יחידות זמן.
4. קשר בין אחוז גדילה או דעיכה ביחידת זמן אחת למקדם גדילה או דעיכה, ולהיפך.

נושאים נלווים

1. שינוי נושא נוסחה / פתרון משוואה ממעלה ראשונה
2. המרת יחידות

מטרות כלליות

1. התלמיד יכיר את המצבים בהם נעשה שימוש במודל של גדילה ודעיכה מעריכית לתיאור תופעות מציאותיות בטבע ובחברה.
2. התלמיד יבין את ההבדל בין תהליך מעריכי לבין תהליכים אחרים (כגון תהליך לינארי).
3. התלמיד יכיר תהליכים רב שלביים שבהם כמות גדלה או קטנה ביחס קבוע משלב לשלב או השינוי בא לידי ביטוי על ידי הוספה או הפחתה של אחוז קבוע בכל שלב.
4. התלמיד יבין את החשיבות בקביעת יחידת זמן אחידה בתהליכים מעריכיים.
5. התלמיד יפתח יכולת לאמוד כמות כתוצאה של תהליך מעריכי.
6. התלמיד יכיר את הנוסחה שמתארת את תהליך הגדילה/דעיכה על כל מרכיביה ($A_t = A_0q^t$)

מטרות אופרטיביות

1. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, התלמיד ידע לזהות שמדובר בתהליך מעריכי.
2. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה התלמיד ידע לזהות שמדובר בתהליך מעריכי לעומת תהליך לינארי .

3. בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של תהליך גדילה/דעיכה התלמיד ידע לזהות מה מייצגים: הכמות ההתחלתית, מקדם הגדילה/דעיכה, יחידת הזמן, הכמות הסופית.
4. בהינתן תיאור תהליך גדילה/דעיכה התלמיד ידע לקבוע את יחידת הזמן.
5. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, וכן הכמות ההתחלתית, התלמיד יוכל לבצע חישוב כמויות כעבור מספר קטן של יחידות זמן - ללא שימוש בנוסחה.
6. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה ואחוז הגדילה/דעיכה ביחידת זמן, התלמיד ידע לחשב את מקדם הגדילה/דעיכה ($q = \frac{100 \pm p}{100}$), ולהיפך.
7. בהינתן תהליך של גדילה/דעיכה וחלק מהנתונים הבאים: כמות התחלתית, מקדם גדילה ודעיכה, יחידת זמן, כמות סופית, התלמיד ידע לזהות את מה שנתון ולחשב את הערך החסר בעזרת הנוסחה $A_t = A_0 q^t$ או בדרך אחרת (למשל, פירוט החישוב של הזמן בעזרת ניסוי וטעייה).

   התלמיד ידע לחשב את הכמויות <u>כעבור</u> מספר יחידות זמן וכן <u>לפני</u> מספר יחידות זמן.
8. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, התלמיד ידע לחשב את אחוז הגדילה/דעיכה על פני תקופת זמן.
9. בהינתן תיאור גרפי של תהליך גדילה/דעיכה התלמיד ידע לזהות את הנתונים הרלוונטיים: כמות התחלתית, כמות סופית, יחידות זמן, ולהשתמש בנתונים לצורך חישוב מקדם גדילה/דעיכה, אחוז גדילה/דעיכה ביחידת זמן ואת הכמויות המבוקשות בזמנים שונים, באמצעות הנוסחה $A_t = A_0 q^t$.
10. בהינתן ייצוג ויזואלי (כגון גרף, טבלה) של תהליך מעריכי ותהליך לינארי התלמיד ידע לבצע התאמה בין הייצוג לבין התהליכים.
11. בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של תהליך גדילה/דעיכה, התלמיד ידע לאמוד בצורה אינטואיטיבית את הכמות אחרי מספר יחידות זמן ולהשוות לתוצאה שהייתה מתקבלת אחרי אותו מספר יחידות זמן, לו התהליך היה לינארי.

<u>דגשים והבהרות</u>

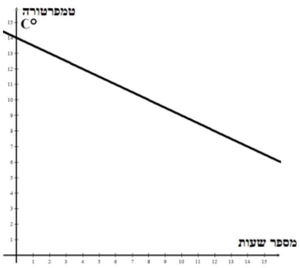
1. פתרון משוואות מהסוג $ax^n = b$ הינו חומר לימוד חדש שדורש הקדשת זמן.
2. תיאור הגדילה/דעיכה יתבטא באמצעות הניסוחים הבאים: גדול פי-, קטן פי-, גדול/קטן באחוז מסוים.
3. בשימוש בנוסחה יש לשמור על אחידות ביחידות של הכמויות הנתונות והמבוקשות.

קבוצת דוגמאות 1.1

<u>אפיון</u>: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בזיהוי תהליכים מעריכיים של גדילה/דעיכה. (מטרה אופרטיבית 1,3,4) . המידע בקבוצה הזו מוצג באמצעות תיאור מילולי או ויזואלי ומתאר מצבים בחיי היום יום בהקשר מדעי וחברתי.
התלמידים ילמדו לזהות שכאשר הכמות משתנה מדי יחידת זמן אחת "פי מספר קבוע" או "במספר קבוע של אחוזים", אז התהליך הוא מעריכי. לעומת זה, אם שינוי יחידות הכמות מדי יחידת זמן אחת הוא במספר קבוע של יחידות, אז התהליך הוא לינארי (כלומר, הוא אינו מעריכי) (מטרה אופרטיבית 2,3,4).
התלמיד ידע להבחין אם מדובר בתהליך גדילה או בתהליך דעיכה. (מטרה אופרטיבית 1)

<u>דוגמה</u>:
אוכלוסייה בעיר מסוימת עלתה ב- 2% מדי שנה במשך 20 שנים. האם תהליך הגדילה הוא מעריכי?

<u>דוגמה:</u>
הגרף שלפניכם מראה שינוי בטמפרטורת הסביבה במשך 15 שעות.



האם התהליך הוא מעריכי?

קבוצת דוגמאות 1.2

<u>אפיון:</u> קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בחישוב כמויות בתהליכים מעריכיים ללא שימוש בנוסחה. נדרש זיהוי הנתונים, זיהוי מה שמבוקש – תוך שיוכם למושגים מתאימים. (מטרות אופרטיביות 3,4) . כמו כן, נדרש גם חישוב מקדם הגדילה/דעיכה על סמך נתונים נוספים. בקבוצה הזו נדרש זיהוי יחידת הזמן (מטרה אופרטיבית 4). מספר יחידות הזמן בקבוצה הזו הוא קטן, כך שניתן לבצע את החישובים ללא שימוש בנוסחה (מטרה אופרטיבית 5).
המידע בקבוצה הזו מוצג באמצעות תיאור מילולי ומתאר תהליכים מעריכיים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי.

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:

1. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, שבו נתונה כמות התחלתית ונתון פי כמה גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות הזמן (כלומר, נתון A_0 ו- q וצריך לחשב את A_t) (מטרה אופרטיבית 3,4,5)
2. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, שבו נתונה כמות בזמן מסוים ונתון פי כמה גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו את הכמות לפני מספר יחידות זמן.
3. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, שבו נתונה כמות התחלתית ונתון בכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות הזמן וכן לפני מספר יחידות זמן (כלומר, נתון A_0 ו- p% וצריך לחשב את A_t) (מטרה אופרטיבית 5,6).
4. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה, שבו נתונות כמויות בשתי יחידות זמן עוקבות, חשבו פי כמה או בכמה אחוזים גדלה קטנה הכמות ביחידת זמן אחת. כמו כן, על סמך נתון נוסף של הכמות ההתחלתית, חשבו את הכמויות אחרי מספר יחידות זמן וכן לפני מספר יחידות זמן (מטרה אופרטיבית 3,4,5,6).

דוגמה

תרבית חיידקים גדלה פי 3 בכל יום. בתאריך 3.1.2010 היו בתרבית 70,000,000 חיידקים.

(1) כמה חיידקים היו בתרבית לאחר יום אחד?

(2) כמה חיידקים היו בתרבית אחרי שלושה ימים?

(3) כמה חיידקים היו בתרבית בתאריך 8.1.2010?

(4) כמה חיידקים היו בתרבית בתאריך 1.1.2010?

דוגמה

במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה. בתחילת הניסוי היו 80,000,000 (80 מיליון) חיידקים בתרבית מסוימת.

כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קָטֵן מספר החיידקים בתרבית פי שתיים בכל שלוש שעות.

(1) כמה חיידקים נותרו בתרבית שלוש שעות לאחר הוספת התרופה?

(2) כמה חיידקים נותרו בתרבית תשע שעות לאחר הוספת התרופה?

דוגמה

כמות הדגים בבריכה גדלה כל שנה ב- 6%. בתאריך 1.1.2012 כמות הדגים בבריכה הייתה 4 טון.

(1) מהי כמות הדגים שתהיה בבריכה אחרי שנה אחת?

(2) מהי כמות הדגים שהייתה בבריכה בתאריך 1.1.2014 ?

קבוצת דוגמאות 1.3

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בחישוב כמויות ובחישוב מקדם גדילה/דעיכה בתהליכים מעריכיים, באמצעות שימוש בנוסחה. נדרש זיהוי הנתונים, זיהוי מה שמבוקש – תוך שיוכם למושגים מתאימים (מטרה אופרטיבית 3,4,6,7).

לצורך החישוב נעשה שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה (מטרות אופרטיביות 3,4,6,7) .

המידע בקבוצה הזו מוצג באמצעות תיאור מילולי ומתאר תהליכים מעריכיים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי .

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:

1. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ופי כמה או בכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות הזמן (בעזרת הצבה בנוסחה). (מטרות אופרטיביות 3,4,6,7).
2. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ופי כמה גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו בכמה אחוזים גדלה/קטנה הכמות על פני מספר יחידות הזמן. (לשאלות 2-8 מטרות אופרטיביות 3,4,6,7,8).
3. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית ובכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, חשבו בכמה אחוזים גדלה/קטנה הכמות על פני מספר יחידות הזמן.
4. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית וכמות סופית אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את מקדם הגדילה/הדעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).
5. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית וכמות סופית אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את הכמות אחרי מספר יחידות זמן אחר (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).

6. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת, והכמות אחרי מספר יחידות זמן, חשבו את הכמות ההתחלתית (תוך שימוש בטכניקה של שינוי נושא נוסחה).
7. בהינתן תיאור מילולי של תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה / קטנה הכמות ביחידת זמן אחת, וכן הכמות בזמן נתון, חשבו את הכמות לפני מספר יחידות זמן (תוך שימוש בטכניקת שינוי נושא נוסחה).
8. בהינתן תיאור תהליך גדילה/דעיכה שבו נתונים כמות התחלתית, מקדם גדילה/דעיכה או בכמה אחוזים גדלה/קטנה כמות ביחידת זמן אחת, וכמות אחרי מספר יחידות זמן לא ידועות (עד חמש יחידות זמן) , חשבו את מספר יחידות הזמן (תוך שימוש באסטרטגיה של ניסוי וטעייה לצורך מציאת מעריך חזקה).

<u>דוגמה</u>

חלקת יער גדלה באופן מעריכי.

1. היום חלקת היער מכילה 3000 טונות של עץ. כמות העץ ביער גדלה פי 1.05 בכל שנה. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 7 שנים?

2. לפני שמונה שנים חלקת היער הכילה 3000 טונות של עץ. היום יש בחלקת היער 4432 טונות של עץ. חשב את מקדם הגדילה של חלקת היער.

3. מקדם גדילת היער הוא 1.05 בשנה אחת. היום חלקת היער מכילה 7960 טונות של עץ. מה הייתה כמות היער בחלקה לפני 20 שנה?

4. היום חלקת היער מכילה 3000 טונות של עץ. כמות העץ ביער גדלה פי 1.1 בכל שנה. אחרי כמה שנים מהיום יהיו ביער 3993 טונות של עץ?

<u>דוגמה</u>

אוכלוסייה במדינה מסוימת גדלה בכל שנה ב- 1.2%.

ב- 1.1.2000 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.3 מיליון.

(1) מה יהיה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.2020?

(2) אחרי כמה שנים יגיע מספר תושבי המדינה ל-22.076 מיליון?

(3) מה היה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.1990?

דוגמה

עוצמת הקרינה של חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוז קבוע.

מדען מדד את עוצמת הקרינה של גוש של חומר רדיואקטיבי כל שלוש שעות במשך יום.

בטבלה שלפניכם מתוארות המדידות:

שעה	6:00	9:00	12:00	15:00	24:00
עצמת הקרינה (בקרל)		72	60		

(1) חשבו את אחוז ירידת עצמת הקרינה במשך 3 שעות.

(2) חשבו את עוצמת הקרינה שלו בשעה 24:00.

דוגמה

לריפוי מחלה על החולה לקחת תרופה מסוימת פעם ביממה. כמות החומר הפעיל של התרופה בכדור אחד קטנה באופן מעריכי אחרי הנטילה.

כמות החומר הפעיל בכדור אחד של התרופה היא 30 מיליגרם. ידוע כי שעה אחרי נטילת התרופה בגוף נותרו 21 מיליגרם של החומר הפעיל.

(1) בכמה אחוזים קטנה כמות החומר הפעיל בגוף מדי שעה?

(2) השפעת התרופה מסתיימת כאשר בגוף נותרו מתחת ל- 4 מיליגרם של החומר הפעיל.
האם החולה יצטרך לקחת עוד כדור כעבור 5 שעות בדיוק?

דוגמה

בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנה באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה ראשונה נספרו 1202 עופות. בספירה שנייה שנערכה כעבור שנה נספרו 1093 עופות.

אוכלוסיית העופות הדורסים קטנה באופן מעריכי.

א. מהו אחוז הדעיכה של מספר עופות דורסים בשמורת הטבע בשנה?

ב. מה יהיה (בקרוב) מספר העופות הדורסים אחרי 5 שנים?

ג. בכמה אחוזים יקטן מספר העופות הדורסים במשך 5 שנים?

קבוצת דוגמאות 1.4

<u>אפיון:</u> קבוצת דוגמאות זו עוסקת בהצגת מידע באמצעות גרפים שמתארים תהליכים מעריכיים בהקשר מדעי וחברתי (מטרה אופרטיבית 9). השאלות בקבוצת דוגמאות זו יתמקדו ב:

א. זיהוי הנתונים בגרף (כגון כמות התחלתית, יחידת הזמן, הכמות אחרי מספר יחידות זמן).

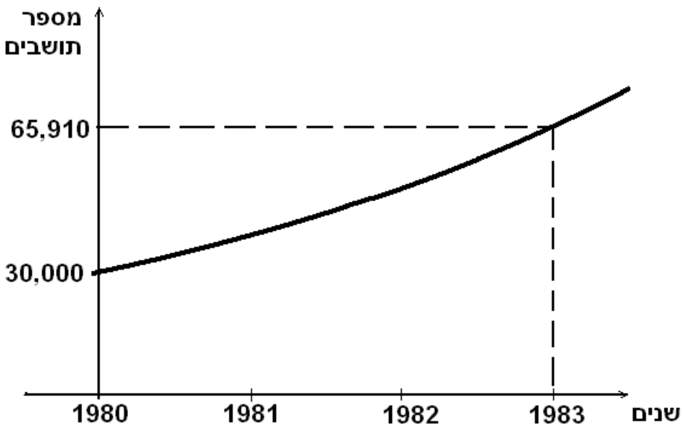
ב. על סמך הנתונים שזוהו בגרף, חישוב מקדם גדילה/דעיכה, חישוב אחוז גדילה/דעיכה ביחידת זמן, חישוב כמויות לפני או אחרי מספר יחידות זמן. כל אלו תוך שימוש בנוסחה $A_t = A_0 q^t$ ושימוש בטכניקה אלגברית: שינוי נושא נוסחה / פתרון משוואה ממעלה ראשונה, או חישוב הזמן באמצעות ניחוש וטעיה.

<u>השאלות המרכזיות</u> בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו דומות לאלו שהוצגו ביחידה הקודמת, כאשר השינוי הוא בהוצאת המידע הרלוונטי לשאלה (כמות התחלתית, כמות אחרי מספר יחידות זמן) מתוך גרף של תהליך מעריכי.

<u>דוגמה</u>

האוכלוסייה בעיר מסוימת גְדֵלָה באופן מעריכי.

הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1980 לבין תחילת שנת 1983.



א. מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1980 ובתחילת שנת 1983?

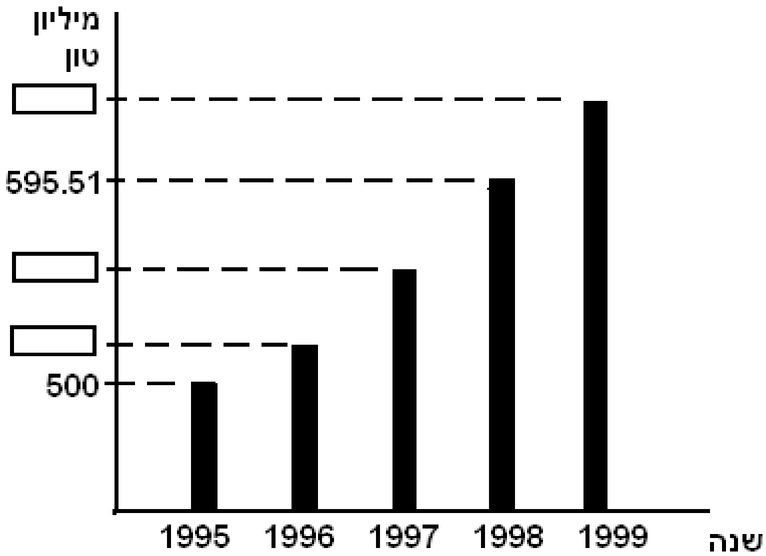
ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?

ג. בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1985?

ד. בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנה 1978?

דוגמה:

הפקת נפט במדינה מסוימת גדלה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995-1999.



1. מצאו באמצעות הנתונים בדיאגרמה בכמה אחוזים גדלה הפקת נפט בשנה אחת.
2. השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).
3. מצאו את כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999.

קבוצת דוגמאות 1.5

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בשאלות בהן נדרשת השוואת שניים או יותר תהליכים מעריכיים או השוואה בין תהליך מעריכי ותהליך לינארי. המידע ביחידה יוצג באופן כמותי, אלגברי, ויזואלי או מילולי. ביחידה הזו חלק מהשאלות יתמקדו באומדן (הערכת כמות ביחס לתהליכים ליניאריים). (מטרות אופרטיביות 2,10,11).

השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:

1. בהינתן תיאור מילולי או כמותי של שניים או יותר של תהליכים מעריכיים, באיזה מבין התהליכים הכמות תהיה גדולה/קטנה יותר כעבור מספר יחידות זמן.

2. בהינתן תיאור גרפי של שניים או יותר תהליכים מעריכיים, זהו את התהליך שבו קצב שינוי גדול/קטן מהשני.
3. בהינתן שני תהליכים המוצגים באופן גרפי, זהו איזה גרף מתאים לתהליך ליניארי ואיזה גרף מתאים לתהליך מעריכי.
4. בהינתן תיאור מילולי של שני תהליכים שבאחד מהם הכמות גדלה/קטנה פי מספר קבוע (או באחוז קבוע) ובשני הכמות גדלה/קטנה במספר קבוע ביחידת זמן אחת, התאימו כל תיאור לייצוג הגרפי שלו.

<u>דוגמה</u>

בעקבות פעולות אכיפה, מספר תאונות דרכים בעיר א' ובעיר ב' ירד מדי שנה באחוז קבוע במשך 3 שנים. בתחילת התהליך מספר התאונות בעיר א' היה 1500, ובעיר ב' היה 1300.
מספר התאונות בעיר א' ירד מדי שנה ב- 8%, ואילו מספר התאונות בעיר ב' ירד מדי שנה ב- 3%,

א. השלימו את הטבלה:

	מספר התחלתי	**כעבור 1 שנה**	**כעבור 2 שנים**	**כעבור 3 שנים**
עיר א				
עיר ב				
הפרש				

ב. מה ניתן להסיק לגבי ההפרש בין מספר תאונות בשתי הערים, במשך השנים?
(בחרו את התשובה הנכונה): 1. ההפרש גָּדֵל 2. ההפרש נשאר קבוע 3. ההפרש קָטֵן.

<u>דוגמה</u>

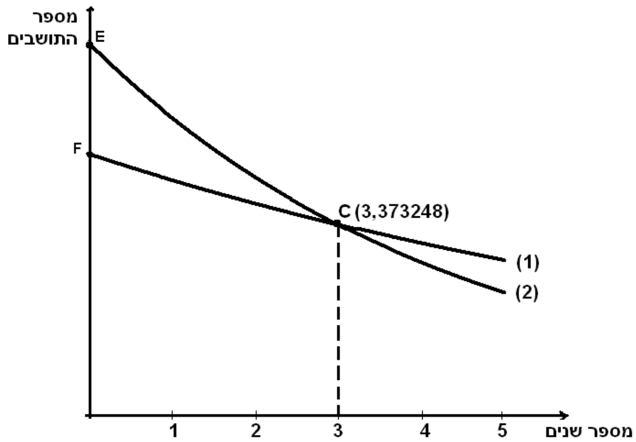
אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת גדלה בכל שנה באחוז קבוע של 2.4% לשנה.
אם בזמן מסוים היו בעיר 499,400 תושבים.

1. מצאו אחרי כמה שנים יהיו בעיר 549,100 תושבים.

2. לו אוכלוסיית העיר הייתה גדלה ב- 12,000 תושבים מדי שנה, האם כעבור 4 שנים אוכלוסיית העיר הייתה קטנה/גדולה/שווה ל- 549,100 תושבים?

דוגמה

במדינה מסוימת, נבדק מספר התושבים בישובים א' ו- ב' במשך 5 שנים עוקבות. לפי הבדיקה התברר כי אוכלוסיית ישוב א' יורדת בכל שנה ב- 10%, ואוכלוסיית ישוב ב' יורדת בכל שנה ב- 20%. הגרפים הבאים מתארים את מספר התושבים בישובים א' ו- ב' בשנים הנ"ל.



1. התאימו לכל אחד מהישובים א' ו- ב' את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט. נמקו.
2. מהי המשמעות של נקודת החיתוך של שני הגרפים (הנקודה C)?
3. מצאו את שיעורי הנקודה E. מה המשמעות של הנקודה?
4. מצאו את שיעורי הנקודה F. מה המשמעות של הנקודה?
5. כמה תושבים בערך היו בכל אחד מהישובים הנ"ל 5 שנים אחרי הספירה ההתחלתית?

יחידה שנייה: שימוש בכלים סטטיסטיים לעיבוד מידע - הרחבה (סטיית התקן)

נושאים מתמטיים:

- סטיית תקן.

נושאים נלווים:

- מדדי מרכז: ממוצע, חציון, שכיח
- ייצוגים סטטיסטיים שונים: ייצוג מספרי (רשימה, טבלת שכיחויות, טבלת שכיחויות מצטברת), ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול).
- אחוזים.

<u>מטרות כלליות:</u>

1. קבלת החלטות מושכלות על סמך עיבוד מידע סטטיסטי.
2. התלמיד יבין את הצורך בשימוש במדד פיזור כמצביע על מידת ההטרוגניות או ההומוגניות של התפלגות הנתונים.
3. התלמיד יבין את המשמעות של מדד הפיזור: סטיית תקן.
4. התלמיד יבין כי מדד הפיזור נמדד באמצעות אותן יחידות כמו המשתנה הנחקר.
5. התלמיד יבין כי ערך גדול של סטיית התקן מצביע על פיזור גדול של המשתנה ביחס לממוצע וערך קטן של סטיית התקן מראה כי הערכים של המשתנה מקובצים סביב הערך הממוצע.
6. התלמיד ידע לבחון את ההשפעה של שינוי נתון(ים) על סטיית התקן.
7. התלמיד ידע לאפיין נתונים, המוצגים באמצעות ייצוגים שונים (רשימה, טבלת שכיחויות, דיאגראמת עמודות, דיאגראמת עיגול), בעזרת מדדי מרכז (ממוצע, חציון, שכיח), מדד פיזור.

<u>מטרות אופרטיביות:</u>

1. בהקשר אורייני, התלמיד ידע לזהות באופן <u>אינטואיטיבי</u> את הקבוצה שבה פיזור הנתונים גדול יותר (עבור קבוצות הנתונים בהם הבדלי הפיזור בולטים) וידע להסיק מכך מסקנות.
2. בהקשר אורייני, עבור משתנה כמותי: בהינתן ייצוג מספרי (רשימת נתונים או טבלת שכיחויות) או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת העיגול) התלמיד יידע לחשב את סטיית התקן.
3. בהקשר אורייני, עבור משתנה כמותי, בהינתן ייצוג מספרי (רשימת נתונים או טבלת שכיחויות) או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת העיגול), התלמיד יידע למצוא את ערך סטיית התקן תוך שימוש בטכנולוגיות (כגון: מחשבון, אקסל).
4. בהקשר אורייני, בהינתן שינוי(ים) של נתון(ים), התלמיד יידע לקבוע מהי ההשלכה של השינוי(ים) על סטיית התקן (גדלה או קטנה).
5. בהקשר אורייני, התלמיד יסיק מסקנות לגבי שינוי בסטיית תקן ללא ביצוע חישובים.

<u>דגשים והבהרות</u>

1. התלמיד יהיה חשוף לכל הייצוגים האפשריים של הצגת נתונים: ייצוג מספרי (רשימה, טבלה), ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול).
2. התלמיד ישלב חישובי מדדים שנלמדו קודם לכן בכיתה י' (חציון, שכיח וממוצע) עם חישובים של סטיית התקן.

3. התלמיד יבדיל בין משמעות מדדי המרכז (שנלמדו בכיתה י') לבין משמעות מדד הפיזור המאפיין את ההבדל בין הנתונים.

<u>קבוצת דוגמאות 2.1</u>

<u>אפיון:</u> קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בשאלות חשיבה (אינטואיטיבית) שבאמצעותן התלמידים יבינו את המשמעות של סטיית התקן, ללא צורך בחישובה (מטרה אופרטיבית 1). המידע בקבוצה הזו מתאר מצבים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שמוצגים בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות או ייצוג ויזואלי בשאלות ישולב חישוב של מדדי מרכז (חציון, ממוצע ושכיח) שנלמדו בכיתה י'.

<u>דוגמה</u>

נתונות שלוש קבוצות של מספרים: {0, 0, 14, 14}, {0, 6, 8, 14} , {6, 6, 8, 8} .

1. חשבו את הממוצע בכל אחת מהקבוצות.
2. באיזו קבוצה סטיית התקן היא הגדולה/הקטנה ביותר? הסבירו ללא שימוש בנוסחה.

<u>דוגמה</u>

בשתי כיתות שבכל אחת מהן יש 20 תלמידים, נערך מבחן בתנ"ך.

בכיתה אחת התפלגות הציונים הייתה:

ציון	60	70	80
מספר תלמידים	4	12	4

בכיתה שנייה התפלגות הציונים הייתה:

ציון	50	60	70	80	90
מספר תלמידים	5	3	4	3	5

1. חשבו את הציון הממוצע בכל אחת מהכיתות.

2. באיזו כיתה היה פיזור הציונים גדול יותר ביחס לממוצע? (סטיית התקן גדולה יותר)?

<u>קבוצת דוגמאות 2.2</u>

קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בחישוב סטיית תקן (מטרה אופרטיבית 2). המידע בקבוצה הזו מתאר מצבים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שמוצג בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול). בשאלות ישולב חישוב מדדי מרכז שנלמדו בכיתה י'. היחידה הזאת מתמקדת בלמידת מיומנות השימוש בנוסחת סטיית תקן. כחלק מלימוד היחידה, התלמידים ילמדו להשתמש בכלי טכנולוגי (כגון אקסל או מחשבון) לחישוב סטית התקן (מטרה אופרטיבית 3).

<u>השאלה המרכזית</u> בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:
עבור משתנה כמותי המוצג בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול , חשבו את סטיית תקן באמצעות שימוש בנוסחה.

<u>דוגמה</u>

לפניכם רשימת הציונים של 9 תלמידים בכיתה יב בשני מקצועות: ספרות ולשון.

הציונים בספרות הם: 4 , 6 , 6 , 7 , 7 , 7 , 8 , 8 , 10.

הציונים בלשון הם: 4 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 10.

(1) מהו הציון השכיח בכל אחד מהמקצועות?

(2) מהו חציון הציונים בכל אחד מהמקצועות?

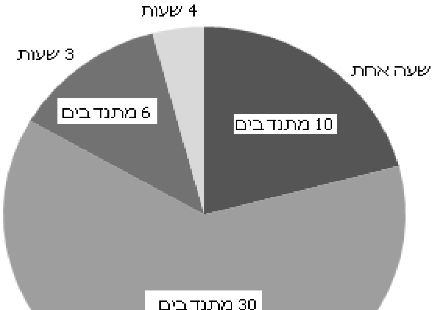
(3) מהו הציון הממוצע בכל אחד מהמקצועות האלה?

(4) חשבו את סטיית התקן של הציונים בכל אחד מהמקצועות.

(5) באיזה משני המקצועות (לשון או ספרות) פיזור הציונים גדול יותר? נמקו.

<u>דוגמה</u>

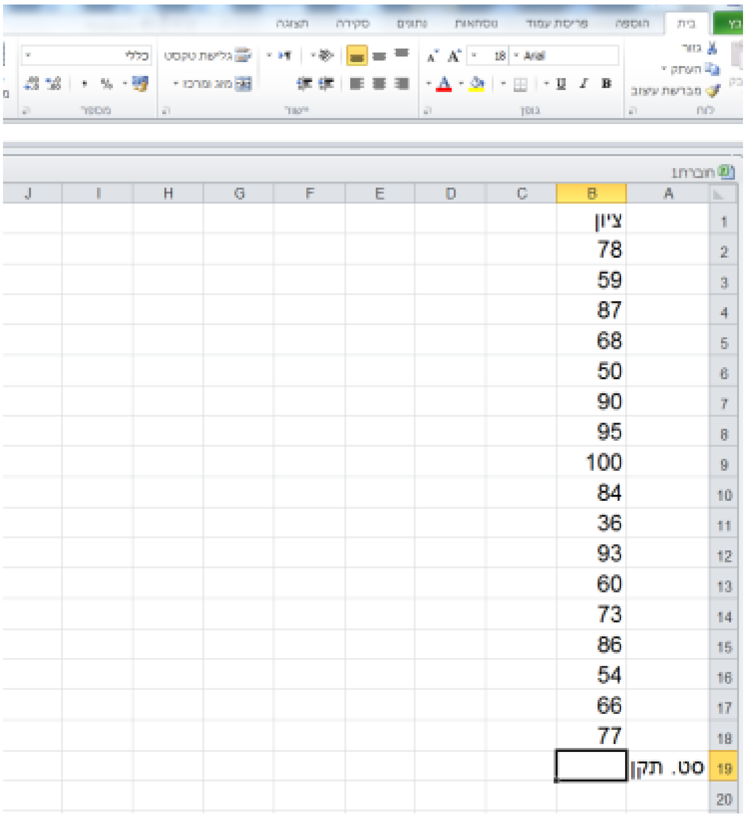
דיאגרמת העיגול שלפניכם מציגה את מספר שעות ההתנדבות בשבוע של 48 מתנדבים במוסדות ציבוריים:



1. כמה תלמידים מתנדבים במשך 4 שעות?
2. מה הממוצע של מספר שעות ההתנדבות במוסדות ציבוריים?
3. מה מספר שעות ההתנדבות השכיח? מה משמעותו?
4. מהו החציון של מספר שעות ההתנדבות?
5. חשבו את סטיית התקן של מספר שעות ההתנדבות.

<u>דוגמה:</u>

תלמידי כיתה מסוימת נבחנו בבחינה בלימודי ארץ ישראל. ציוני המבחן מופיעים בטבלת אקסל:



חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים באמצעות הפונקציות המתאימות באקסל.

קבוצת דוגמאות 2.3

<u>אפיון</u>: קבוצת דוגמאות זו מתמקדת בהערכת שינוי סטיית התקן (הגדלה/הקטנה) בעקבות שינוי באחד או יותר מהערכים בקבוצת הנתונים או אחרי הוספת נתונים (מטרות אופרטיביות 4,5). במקרה של שינוי בקבוצת הנתונים שמביא לשינוי הממוצע על התלמיד לבצע חישוב סטיית התקן מחדש. במקרה של שינוי בקבוצת הנתונים, כאשר הממוצע לא משתנה, על התלמיד להעריך את השינוי בסטיית התקן ללא חישוב (הגדלה/הקטנה).
המידע בקבוצה הזו מתאר מצבים בחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שמוצג בעזרת רשימת נתונים, טבלת שכיחויות או ייצוג ויזואלי (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול). בשאלות ישולבו חישובים של מדדי מרכז שנלמדו בכיתה י': ממוצע, שכיח, חציון.

<u>השאלות המרכזיות בהקשר מדעי וחברתי שניתן לשאול בקבוצה זו:</u>

1. בהינתן מצב שבו יש שינוי בערך משתנה אחד או יותר בתוך קבוצה נתונה ללא שינוי ממוצע, אמדו כיצד משפיע שינוי זה על סטיית התקן (הקטנה/הגדלה).
2. בהינתן מצב שבו יש שינוי בערך משתנה אחד או יותר בתוך קבוצה נתונה שמביא לשינוי ממוצע, חשבו את הממוצע החדש וחשבו או אמדו את סטיית התקן החדשה לאחר שינוי זה.
3. בהינתן מצב שבו יש תוספת של ערך משתנה אחד או יותר, ללא שינוי ממוצע, אמדו איך משפיע שינוי זה על סטיית התקן.
4. בהינתן מצב שבו יש שינוי בשכיחות של ערך משתנה אחד או יותר, אך הממוצע נשאר ללא שינוי , אמדו כיצד משפיע שינוי זה על סטיית התקן.

<u>דוגמה</u>

מורה חישב ומצא שממוצע הציונים של 20 תלמידים הוא 60, וסטיית התקן היא 1.8.
לאחר מכן הוסיף המורה ציון של תלמיד נוסף (התלמיד ה-21), והתברר שהממוצע של כל התלמידים נשאר 60, ורק סטיית התקן השתנתה.

א. מהו הציון של התלמיד הנוסף (התלמיד ה-21)? נמקו.
ב. האם סטיית התקן של כל התלמידים (כלומר של 21 התלמידים) גדולה או קטנה מסטיית התקן של 20 התלמידים? (אין צורך בחישוב אלגברי).

דוגמה

א. חמישה תלמידים נבחנו במבחן של מיומנות בחישוב.

לפניכם פירוט של מספר שגיאות החישוב שעשה כל אחד מהם במבחן:14, 12, 7, 5, 4

(מספר אחד מתאים לכל אחד).

חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של מספר השגיאות שעשו חמשת התלמידים.

ב. לאחר לימוד ותרגול במשך שבוע, ניתן מבחן חוזר לאותם חמשת התלמידים.

כל אחד מהתלמידים עשה 3 שגיאות חישוב פחות ממה שעשה במבחן הקודם.

(1) מה ממוצע השגיאות החדש?

(2) הסבירו מדוע סטיית התקן לא השתנתה.

דוגמה

בעיר במרכז הארץ החליטו לפתוח תחנת מד"א נוספת לזו הקיימת. בתחנה הקיימת ממוצע שנות התנדבות הוא שנתיים עם סטיית תקן של חצי שנה. מהתחנה הקיימת העבירו לתחנה החדשה עשרה מתנדבים עם ותק התנדבות של שנתיים לכל אחד. ממוצע שנות ההתנדבות של התחנה הקיימת נשאר ללא שינוי אחרי המעבר. האם סטיית תקן של שנות ההתנדבות בתחנה הקיימת גדלה או קטנה אחרי מעבר המתנדבים?

יחידה שלישית: חישוב מתקדם של סיכוי/הסתברות להתרחשויות לא ודאיות

נושאים מתמטיים

1. חישוב הסתברות של חיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה).
2. חישוב הסתברות של חיתוך של שני מאורעות תלויים.
3. חישוב הסתברות של מאורע שמורכב מאיחוד וחיתוך של מאורעות שהסתברויותיהם ידועות.

נושאים נלווים

- הגדרת הסתברות לפי לפלאס (שכיחות יחסית).
- הכרה אינטואיטיבית של המושגים: מרחב מדגם, מאורע, מאורע וודאי, מאורע בלתי אפשרי, מאורע משלים, מאורעות זרים, מאורע דו-שלבי.
- הסתברות של איחוד מאורעות זרים.

מטרות כלליות

1. התלמיד יכיר מאורעות תלויים ובלתי תלויים וידע להבחין ביניהם.
2. התלמיד יבין את משמעותן של הביטויים "לכל היותר", "לפחות" בהקשר ההסתברותי.
3. התלמיד יכיר את אופן החישוב של הסתברויות של חיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה מאורעות) ושל שני מאורעות תלויים.
4. התלמיד ייחשף למודלים הסתברותיים (כגון: עץ, פירוט אפשרויות בעזרת טבלה) לפתרון שאלות שבהן מוצגים מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה) או שני מאורעות תלויים.
5. התלמיד ילמד לקבל החלטות לגבי האפשרות המועדפת באמצעות חישוב הסתברויות.

מטרות אופרטיביות

1. בהקשר מדעי/חברתי, בהינתן תיאור מילולי של סיטואציה בה שניים או שלושה מאורעות בלתי תלויים, התלמיד יקבע מיהם המאורעות במצב זה, ואת קיום אי התלות בין המאורעות.
2. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי של סיטואציה בה שני מאורעות תלויים, התלמיד יקבע מיהם המאורעות במצב זה ואת קיום התלות בין המאורעות.
3. בהקשר מדעי /חברתי, בהינתן תיאור מילולי או תיאור כמותי (כגון, טבלה) של סיטואציות שבהן מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה) או שני מאורעות תלויים (כולל שימוש בביטויים "לכל היותר", "לפחות"), התלמיד יתרגם את הנתונים שבסיטואציה זו למודל הסתברותי מתאים: באמצעות דיאגרמת עץ או בעזרת פירוט האפשרויות.
4. בהקשר מדעי /חברתי, בהינתן תיאור של סיטואציה, התלמיד יחשב את ההסתברות של מאורע המתקבל מחיתוך מאורעות בלתי תלויים (לכל היותר עד שלושה).
5. בהקשר מדעי /חברתי, בהינתן תיאור של סיטואציה, התלמיד יחשב את ההסתברות של מאורע המתקבל מחיתוך שני מאורעות תלויים.
6. בהקשר מדעי/חברתי, התלמיד ידע לחשב הסתברות של מאורע המורכב מחיתוך ואיחוד של מאורעות (שני מאורעות תלויים או עד שלושה מאורעות בלתי תלויים).
7. בהקשר מדעי/וחברתי, שבה קיימות מספר אפשרויות, התלמיד ידע למצוא איזו אפשרות סבירה יותר, באמצעות שימוש בחישובי הסתברויות.

דגשים והבהרות

1. התלמיד יזהה תלות או אי תלות בין מאורעות ברמה אינטואיטיבית בלבד, בהתאם למצב האורייני (ללא הגדרה פורמאלית מתמטית).
2. התלמיד ישלב את הנושאים שנלמדו בכיתה י' (כגון הסתברות של מאורע משלים, הסתברות של איחוד מאורעות זרים) עם הנושאים החדשים.

קבוצת דוגמאות 3.1

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת במצבים מחיי יום יום בהקשרים מדעיים וחברתיים שבהם קיימת התרחשות דו שלבית או תלת שלבית. התלמיד יתבקש לזהות מיהם המאורעות ולקבוע (באופן אינטואיטיבי) אם המאורעות, המתוארים במצב זה, הם תלויים או בלתי תלויים (מטרות אופרטיביות 1, 2).

השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:
בסיטואציה נתונה, זהו את המאורעות בהתרחשות דו שלבית או תלת שלבית וקבעו אם קיימת תלות או אי תלות בין המאורעות.

דוגמה
בכד נמצאים 5 כדורים ירוקים ו- 3 כדורים לבנים. מוציאים שני כדורים מהכד:
1. ההוצאה היא ללא החזרה. האם המאורעות "הוצאת כדור לבן מהכד בפעם הראשונה" ו"הוצאת כדור לבן מהכד בפעם השנייה" הם מאורעות תלויים או בלתי תלויים.
2. ההוצאה היא עם החזרה. האם המאורעות "הוצאת כדור לבן מהכד בפעם הראשונה" ו"הוצאת כדור לבן מהכד בפעם השנייה" הם מאורעות תלויים או בלתי תלויים.

קבוצת דוגמאות 3.2

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת בחישובי הסתברויות במצבים מחיי יום יום בהקשרים מדעיים וחברתיים שבהם מוצגים מאורעות דו שלביים תלויים או בלתי תלויים או תלת שלביים בלתי תלויים.
(כולל שימוש בביטויים "לכל היותר", "לפחות").
בקבוצה הזו יופיעו שאלות שיש בהם חיתוך מאורעות ואיחוד מאורעות (מטרות אופרטיביות 1,2,3,4,6).

<u>השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:</u>

בסיטואציה נתונה, שבה מוצגים מאורעות דו שלביים (תלויים או בלתי תלויים) או תלת שלביים בלתי תלויים, קבעו אם המאורעות תלויים או בלתי תלויים וחשבו את ההסתברות שלהם.

<u>דוגמה</u>

ההסתברות לגשם במקום מסוים היא $\frac{1}{7}$ בערב חנוכה, $\frac{1}{6}$ בערב פורים ו- $\frac{1}{15}$ בערב פסח.

1. מהי ההסתברות שיֵרד גשם בערב חנוכה ובערב פסח, אבל שלא יֵרד גשם בערב פורים?

2. מהי ההסתברות שיֵרד גשם בערב פורים, אבל שלא יֵרד גשם בערב חנוכה ושלא יֵרד גשם בערב פסח?

3. מהי ההסתברות שיֵרד גשם בכל ערבי החג האלה?

<u>דוגמה</u>

באוניברסיטה גדולה 40% מכלל הלומדים הן סטודנטיות.

בוחרים באקראי שלושה מהלומדים באוניברסיטה.

א. מהי ההסתברות שייבחרו שני סטודנטים וסטודנטית אחת?

ב. מהי ההסתברות שייבחרו לפחות שתי סטודנטיות?

<u>דוגמה</u>

מטוס מטיל שלוש פצצות. ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בגשר היא 0.4, שהשנייה תפגע בו – 0.5, ושהפצצה השלישית תפגע בו – 0.8.

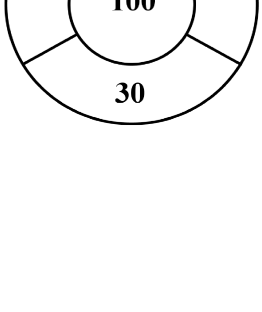
מהי ההסתברות שהגשר ייהרס:

א. כאשר די בפצצה אחת להריסת הגשר?

ב. כאשר דרושות לפחות 2 פצצות להריסת הגשר?

<u>דוגמה</u>

לוח משחק של קליעה למטרה מורכב מארבעה אזורים, שבתוך כל אחד מהם רשומים מספרים (ראו ציור). אורית יורה פעם אחת חץ ללוח המטרה.



ההסתברות שאורית תפגע בלוח המטרה היא 0.8 .

כאשר אורית פוגעת במטרה:

- ההסתברות שלה לפגוע באזור של 100 נקודות היא $\frac{1}{2}$.
- ההסתברות שלה לפגוע <u>בכל אחד</u> מן האזורים של 30, 50, 70 נקודות היא $\frac{1}{6}$.

א. מהי ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ב- 100 נקודות?

ב. מהי ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות בפחות מ- 100 נקודות?

ג. מהי ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ביותר מ- 50 נקודות?

ד. מהי ההסתברות של אורית לזכות בפחות מ- 100 נקודות או לא לזכות בכלל בנקודות?

קבוצת דוגמאות 3.3

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת במצבים מחיי יום יום בהקשרים מדעיים או חברתיים שבהם מוצגים מאורעות דו שלביים (תלויים או בלתי תלויים) או תלת שלביים (בלתי תלויים).
בדוגמאות חישוב ההסתברויות יתבסס על הצגת האפשרויות בעזרת עץ או בעזרת פירוט אפשרויות ועל שימוש בהסתברות של איחוד וחיתוך מאורעות (כולל שימוש בביטויים "לכל היותר", "לפחות").
(מטרות אופרטיביות 1,2,3,4,5,6)

השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצה זו הן:

1. בסיטואציה נתונה של התרחשות דו שלבית, כאשר התוצאה האפשרית של השלב הבא תלויה / לא תלויה בתוצאה האפשרית של השלב הקודם, תארו את התוצאות האפשריות של מרחב המדגם בעזרת דיאגרמת עץ או בעזרת טבלה, ורשמו את ההסתברות של כל מאורע שמופיע בעץ או בטבלה.
2. בסיטואציה נתונה של התרחשות תלת שלבית, כאשר התוצאה האפשרית של השלב הבא לא תלויה בתוצאה האפשרית של השלב הקודם, תארו את התוצאות האפשריות של מרחב המדגם בעזרת דיאגרמת עץ או בעזרת טבלה, ורשמו את ההסתברות של כל מאורע שמופיע בעץ או בטבלה.
3. בסיטואציה נתונה, תארו את התוצאות האפשריות של מאורע מבוקש בעזרת מסלולים בדיאגרמת עץ או בעזרת טבלה וחשבו את ההסתברות של המאורע בעזרת כפל וחיבור הסתברויות, תוך זיהוי חיתוך ואיחוד מאורעות שמופיעות בעץ או בטבלה. התיאור המילולי של מאורע מבוקש יכול לכלול ביטויים כגון "לכל היותר", "לפחות", "בדיוק".

דוגמה

בהגרלה מסוימת ההסתברות לזכות ב- 500 שקל היא 0.2, ההסתברות לזכות ב- 1,000 שקל היא 0.1 , וההסתברות לא לזכות כלל היא 0.7.
אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים.
מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 1,000 שקל?

דוגמה

במוסד מסוים $\frac{3}{4}$ מהעובדים הם גברים ו-$\frac{1}{4}$ מהעובדים הם נשים.

80% מהגברים ו- 70% מהנשים אינם מעשנים.

בוחרים באקראי עובד (גבר או אישה).

מהי ההסתברות שהעובד שנבחר אינו מעשן?

דוגמה

סיכוייו של תלמיד להצליח במתמטיקה הם 0.8, באנגלית – 0.6, ובלשון – 0.7 .

תלמיד ניגש לבחינות בשלושת המקצועות האלה.

(1) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח בשלושת המקצועות?

(2) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק בשניים מן המקצועות האלה?

(3) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במקצוע אחד?

(4) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח לכל היותר בשני מקצועות?

דוגמה

מועצת תלמידים החליטה במסיבת פורים לערוך הגרלת פרסים באמצעות כרטיסי הגרלה זהים ובכל אחד מהם 11 חלונות גירוד שבהם מוסתרים מספרים מ- 1 עד 11.

כל משתתף מגרד חלון אחד ולאחריו עוד אחד.

1. אם בכל אחד משני הגירודים מתגלים שני מספרים זוגיים, המשתתף זוכה בפרס.
   מהי ההסתברות לזכות בפרס?
2. אם ישנו את הכלל כך שהמשתתף יזכה בפרס אם יתגלו שני מספרים אי זוגיים אחרי הגירוד. האם השינוי מגדיל או מקטין את הסיכוי לזכות בפרס?

קבוצת דוגמאות 3.4

אפיון: קבוצת דוגמאות זו עוסקת במצבים מחיי יום יום בהקשר מדעי וחברתי שבהם קיימת התרחשות דו שלבית או תלת שלבית. השאלות בקבוצה הזו יעסקו בסיטואציות, שבהן קיימות מספר אפשרויות, ועל התלמיד למצוא איזו אפשרות סבירה יותר או סבירה פחות במצב הנתון. התלמיד יקבל את החלטותיו באמצעות שימוש בחישובי הסתברויות (מטרה אופרטיבית 7).

השאלה המרכזית שניתן לשאול בקבוצה זו היא:

בסיטואציה נתונה שבה מתוארות מספר אפשרויות, שבכל אחת מהן מתוארים שני מאורעות תלויים / בלתי תלויים או שלושה מאורעות בלתי תלויים, תארו את התוצאות האפשריות של בעזרת דיאגרמת עץ או בעזרת טבלת התוצאות האפשריות. על סמך חישוב ההסתברויות של כל אפשרות, בחרו באפשרות המועדפת מבחינת הסיכוי הגבוה / הנמוך ביותר.

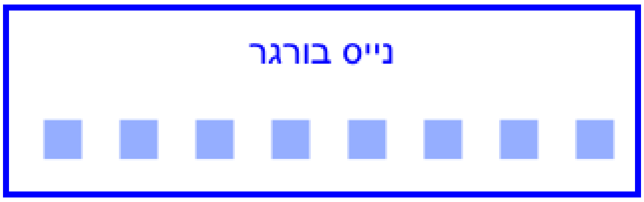
דוגמה

כל קונה ב"נייס בורגר" מקבל כרטיס הגרלה עם **שמונה משבצות.**

בשתיים מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגר.

הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שנייה.

אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.



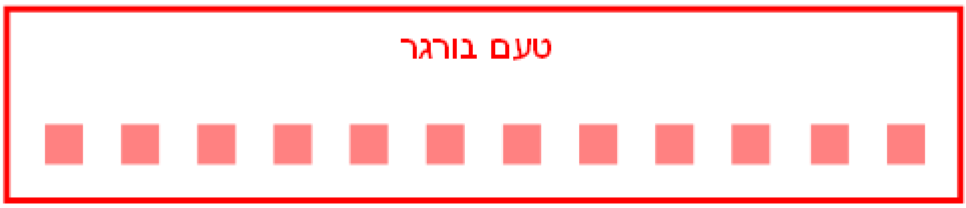
א. מהי ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "נייס בורגר"?

ב. שבועיים לאחר מכן, נפתחה מסעדה מתחרה "טעם בורגר" שנתנה לקונים כרטיס דומה: בכרטיס זה **שתים עשרה משבצות.**

בשלוש מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגרים.

הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שנייה.

אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.



מהי ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "טעם בורגר"?

ג. באיזו משתי המסעדות הסיכוי לזכות במנה נוספת גדול יותר?

דוגמה

כיתות י1 ו- י2 צריכות לבחור נציג אחד מכל כיתה למועצת התלמידים של בית הספר. בכל כיתה הגישו את מועמדותם שישה תלמידים: ארבע בנות ושני בנים.

כל כיתה החליטה לבחור את הנציג בדרך שונה.

הבחירות בכיתה י1

בוחרים באקראי אחד מבין השישה.

1. ירון הוא אחד המועמדים בכיתה י1. מהי ההסתברות שירון ייבחר?
2. נעמה היא אחת המועמדות בכיתה י1. מהי ההסתברות שנעמה תיבחר?

הבחירות בכיתה י2

- מטילים מטבע.
- אם יצא "פנים" – תייצג בת את הכיתה. הנציגה תיבחר באקראי מבין ארבע הבנות. אם יצא "גב" – ייצג בן את הכיתה. הנציג ייבחר באקראי מבין שני הבנים.

3. אסף הוא אחד המועמדים בכיתה י2. מהי ההסתברות שאסף ייבחר?

4. הילה היא אחת המועמדות בכיתה י2. מהי ההסתברות שהילה תיבחר?

5. הדס, שרוצה מאוד להיבחר למועצת התלמידים של בית הספר, צריכה לבחור באיזו כיתה כדאי לה ללמוד, על מנת שסיכוייה להיבחר למועצה יהיו הגדולים ביותר. באיזו כיתה עליה לבחור? נמקו.