

מגמה הנדסה יישומית

מודולה 1 כיתה י'

חוברת למורה בנושא: מערכות ספרתיות

מחברים:

אירנה אוצ'יטל

רפי אמסלם

עורכת:

ד"ר אמונה אבו-יונס עלי

ייעוץ מדעי ופדגוגי:

ד"ר משה גרינהולץ

מפמ"ר המגמה:

שלומי אחנין

סמל מגמה: 1150

עדכון: אוגוסט 2025

כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

מרכז המורים הארצי למקצועות הטכנולוגיים, מור-טק

הפרויקט מבוצע על ידי מוסד הטכניון עפ"י מכרז 22/11.2020

הפרויקט מבוצע עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

החוברת יצאה לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי.

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחוברת זו. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

תוכן עניינים

1.....	הנחיות למורה
2.....	פרק 1: מבוא למערכות ספרתיות
4.....	פרק 2: שיטות ספירה וייצוג מספרים (4 שעות)
11.....	פרק 3: מושגי יסוד בלוגיקה (1 שעה)
13.....	פרק 4: יסודות האלגברה הבוליאנית (6 שעות)
20.....	פרק 5: תכנון ומימוש מערכות צירופיות (8 שעות)
25.....	ביבליוגרפיה והמלצות

הנחיות למורה

חוברת זו נועדה לשמש כלי עזר מקיף למורי מגמת הנדסה יישומית – מערכות ספרתיות בכיתה י'. מטרתה לספק למורים מערך מובנה של חומרי לימוד, תרגילים, ודוגמאות מעשיות, אשר יתמכו באופן ישיר בהוראת תכני תוכנית הלימודים ויאפשרו העברה אפקטיבית וממוקדת של הידע לתלמידים.

החוברת משלבת בין הסברים תיאורטיים, משימות לתרגול עצמי ודפי עבודה, כך שהתלמידים יוכלו לחוות למידה פעילה ומעמיקה. המבנה המדורג של הפרקים, החל מהיכרות עם מושגי יסוד ועד לתכנון ומימוש מערכות צירופיות, מאפשר רצף לימודי ברור ותהליך בנייה הדרגתי של מיומנויות החשיבה הלוגית והיישום המעשי.

בנוסף, החוברת תומכת במטרות תוכנית הלימודים במערכות ספרתיות על ידי:

הקניית הבנה עיונית של עקרונות היסוד במערכות ספרתיות, לוגיקה בוליאנית וייצוגי מספרים.

פיתוח מיומנויות מעשיות בתכנון, בנייה ובדיקה של מעגלים דיגיטליים באמצעות כלים וחומרה מתקדמים.

חיזוק הקשר בין התיאוריה לפרקטיקה באמצעות דוגמאות מהחיים האמיתיים ותרגולים בסביבת עבודה המדמה יישומים הנדסיים.

עידוד חשיבה ביקורתית ופתרון בעיות באמצעות שאלות פתוחות ואתגרי תכנון.

החוברת מיועדת לשימוש גמיש – ניתן ללמד על פיה באופן מלא או לשלב ממנה תכנים בהתאם לצורכי הכיתה וקצב ההתקדמות.

פרק 1: מבוא למערכות ספרתיות

רקע תיאורטי

מערכת ספרתית (Digital System) היא מערכת שמעבדת מידע באמצעות ייצוגים ספרתיים (בד"כ ספרות בינאריות: 0 ו-1). בניגוד למערכת אנלוגית שבה המידע רציף, במערכת ספרתית המידע בדיד ומיוצג על ידי אותות בעלי ערכים מוגדרים בלבד.

הצורך במערכות ספרתיות:

- עמידות לרעש – האות הדיגיטלי אינו מושפע בקלות מהפרעות.
- אחסון נתונים – קל יותר לאחסן ולעבד נתונים בצורה דיגיטלית.
- פיתוח מערכות בקרה, עיבוד אותות, מחשבים ותקשורת מתבסס על עקרונות דיגיטליים.

רקע היסטורי

המערכות הספרתיות התפתחו עם המצאת הטרנזיסטור והמעגלים הלוגיים בשנות ה-40 של המאה ה-20.

השוואה בין אנלוגי לדיגיטלי:

- אנלוגי – אות רציף, רגיש להפרעות.
- דיגיטלי – אות בדיד, עמיד להפרעות, דורש המרה אנלוגית-דיגיטלית.

דוגמאות תיאורטיות

- שאלה 1: היכן אנו נתקלים במערכות ספרתיות בחיי היום-יום?
- שאלה 2: מה ההבדל בין שעון אנלוגי לשעון דיגיטלי?

פתרונות

- שאלה 1 – תשובה:
 - טלפונים חכמים
 - מחשבים
 - מערכות ניווט GPS
 - בקרי מעליות ומכונות אוטומטיות

- מכשירי מדידה דיגיטליים (כגון מולטימטר)
- שאלה 2 – תשובה:
- שעון אנלוגי – מציג את הזמן בעזרת מחוגים (אות רציף).
- שעון דיגיטלי – מציג את הזמן בעזרת ספרות בדידות (ספרות מספריות), הנתונים עוברים עיבוד ספרתי בתוך השעון.

עוד דוגמאות תיאורטיות

- שאלה 1: מהי דוגמה למערכת שמשלבת חלקים אנלוגיים ודיגיטליים?
- שאלה 2: מה היתרון של מערכת ספרתית בבקרה של מכונה לעומת מערכת אנלוגית?
- שאלה 3: מהו תפקיד המעגל הלוגי במערכת ספרתית?
- שאלה 4: תן דוגמה למערכת ספרתית פשוטה שאפשר להרכיב בארדואינו.
- שאלה 5: כיצד מתבצעת המרה מאות אנלוגי לדיגיטלי?

פתרון

1. דוגמה למערכת משולבת:
טלפון חכם – הקול שלנו הוא אות אנלוגי (רציף), אך הוא מומר לדיגיטלי לצורך שידור, עיבוד ואחסון. המיקרופון מבצע המרה אנלוגית-דיגיטלית, והרמקול מבצע המרה הפוכה.
2. יתרון בבקרה:
מערכת ספרתית מדויקת יותר, מאפשרת תכנות ותיקונים קלים, שומרת מידע לאורך זמן ורגישה פחות לרעש והפרעות חיצוניות.
3. תפקיד המעגל הלוגי:
ביצוע פעולות לוגיות (AND, OR, NOT) וכו' שמאפשרות קבלת החלטות אוטומטית על סמך קלטים – לדוגמה: אם טמפרטורה גבוהה מדי $\leftarrow$ להדליק מאוורר.
4. מערכת פשוטה בארדואינו:
בקרת לד – חיישן אור קולט את רמת האור (אות אנלוגי), המיקרובקר ממיר אותו לדיגיטלי ומחליט אם להדליק או לכבות לד בהתאם לסף שנקבע מראש.
5. המרה אנלוגית-דיגיטלית:
נעשית ע"י ממיר ADC (Analog to Digital Converter) לדוגמה – חיישן טמפרטורה שולח מתח משתנה, הממיר הופך אותו לערך בינארי שמעובד ע"י המעבד.

פרק 2: שיטות ספירה וייצוג מספרים (4 שעות)

רקע תיאורטי

במערכות ספרתיות משתמשים בשיטות ספירה שונות:

- עשרוני – (Decimal) בסיס 10, המספרים הרגילים בהם אנו משתמשים ביומיום (0–9).
 - בינארי – (Binary) בסיס 2, מיוצג רק על ידי 0 ו-1. זו השיטה הבסיסית במערכות ספרתיות ודיגיטליות.
 - הקסדצימלי – (Hexadecimal) בסיס 16, משתמש בספרות 0–9 ובאותיות A–F לייצוג ערכים מ-10 עד 15.
- במערכות אלקטרוניות יש חשיבות ליכולת להמיר בין שיטות ספירה שונות ולייצג מספרים שליליים או שברים בשיטות מתאימות, למשל באמצעות משלים ל-2.

תרגיל דוגמא לזיהוי מספר:

ציין מי מהמספרים הבאים תקין, ומי שגוי. נמק תשובתך

א. $(DF6)_{16}$ ב. $(135)_7$ ג. $(156)_7$ ד. $(F45)_8$

נימוק	תקין/שגוי	מספר
אותיות F, D וספרה 6 מותרים בבסיס 16.	תקין	$(DF6)_{16}$
כל הספרות בטווח 0–6	תקין	$(135)_7$
כל הספרות בטווח 0–6	תקין	$(156)_7$
F אינה חוקית בבסיס 8	שגוי	$(F45)_8$

תרגילים נוספים

1. $(19A)_{16}$
2. $(247)_8$
3. $(38)_5$
4. $(B2F)_{16}$

5. $(102)_2$
6. $(777)_8$
7. $(120)_3$
8. $(1F4)_{16}$
9. $(895)_9$
10. $(276)_7$

המרות בין הבסיסים דוגמאות ופתרונות

טבלת המרות לדוגמא

בסיס 16	בסיס 2	בסיס 10
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12

D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

שאלה: המר את המספר 25 מהבסיס העשרוני לבינארי ולהיפך.
 פתרון:

$$(25)_{10} \rightarrow (?)_2$$

שארית	תוצאה	פעולה
החלוקה		
(1)	12	$25:2=$
(0)	6	$12:2=$
(0)	3	$6:2=$
(1)	1	$3:2=$
(1)	0	$1:2=$

המספר הוא : $(11001)_2$

$$(11001)_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$$

$$(2A)_{16} = (?)_{10}$$

$$2 \times 16^1 + A \times 16^0 = 2 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 42$$

$$(2A)_{16} = (?)_2$$

לפי טבלת המרה : $(2)_{16} = (0010)_2$, $(A)_{16} = (1010)_2$

המספר הוא : $(2A)_{16} = (00101010)_2$

תרגילים לתלמידים:

השלם את הטבלה – חובה לכתוב דרך המרה מבסיס לבסיס

בסיס 16	בסיס 10	בסיס 2
		0111010
	37	
4D		
		1100101
	26	
AC		

תשובות

בסיס 16	בסיס 10	בסיס 2
3A	58	0111010
25	37	100101
4D	77	1001101
65	101	1100101
1A	26	11010
AC	172	10101100

דף עבודה לדוגמא – תרגול המרות

1. המר את המספרים הבאים מהבסיס העשרוני לבינארי:

• (א) 12

• (ב) 45

• (ג) 100

2. המר את המספרים הבאים מהבסיס הבינארי לעשרוני:

• (א) 1101_2

• (ב) 101011_2

• (ג) 111100_{12}

3. המר את המספרים הבאים מהבסיס ההקסדצימלי לעשרוני:

• (א) $A_{16}2$

• (ב) $F_{16}4$

• (ג) $B_{16}7$

4. ייצג את המספרים הבאים במשלים ל-2 ב-8 סיביות:

8

• (א) 5-

• (ב) 27-

5. אתגר: $\text{סמן } < > =$ בין הזוגות המספרים שלפניך :
 (רמז: יש להמיר מספרים לבסיס 10)

א. $(315)_8$ ב. $(254)_6$ ג. $(45)_7$ ד. $(111011)_2$

ייצוג מספרים שליליים בשיטה משלים ל-2

שיטת משלים ל-2 (Two's Complement) היא השיטה הנפוצה ביותר לייצוג מספרים שליליים במחשבים.

בבסיס שלה — היא מאפשרת לבצע חיבור וחסור בעזרת אותה פעולת חיבור בינארי פשוטה, בלי צורך במעגלים מיוחדים לניהול סימנים.

איך מייצגים מספר שלילי?

כדי למצוא את המשלים ל-2 של מספר בינארי:

1. כתוב את המספר החיובי בבינארי.
2. מצא את המשלים ל-1 — החלף 0 ב-1 ו-1 ב-0.
3. הוסף 1 לתוצאה.

נניח שאנחנו עובדים עם ייצוג של 4 סיביות (bits).

נייצג את המספר (-3)

1. המספר החיובי 3 בבינארי 0011 :
 2. המשלים ל-1 : 1100
 3. הוסף 1 : $1100 + 1 = 1101$:
- לכן 1101, מייצג (-3) ב-4 סיביות.

תרגילים לדוגמא:

הצג מספרים הבאים בבסיס בינארי בעזרת משלים ל-2 בייצוג של 8 סיביות:

1. (-18) 2. (33 -) 3. (15 -) 4. (28 -)

פתרון של סעיף 1

1. מספר 18 חיובי בבסיס בינארי: $(00010010)_2$

2. משלים ל1: $(11101101)_2$

3. הוספת 1: $(11101110)_2$

לכן מספר $(11101110)_2$ מייצג מספר (18 -) ב 8 סיביות

פרק 3: מושגי יסוד בלוגיקה (1 שעה)

רקע תיאורטי

בבסיס המערכות הדיגיטליות עומדת הלוגיקה הבוליאנית, שפותחה על ידי ג'ורג' בול. הלוגיקה עוסקת בקביעת ערכי אמת ושקר ובדרכים לשלב פסוקים פשוטים ליצירת פסוקים מורכבים יותר.

פסוק בסיסי: טענה שיש לה ערך אמת (אמת/שקר).

פסוק מורכב: שילוב של כמה פסוקים בסיסיים באמצעות קשרים לוגיים כמו AND, OR, NOT. טבלת אמת: כלי להצגת כל צירופי הקלטים האפשריים והפלט שלהם.

דוגמאות ופתרונות

דוגמא 1:

ציין אם הפסוקים הבאים הם אמת או שקר:

(א) $3 < 5$

(ב) $5 = 2 + 2$

פתרון:

(א) אמת

(ב) שקר

דוגמא 2:

5 גדול מ-2 AND 10 קטן מ-3

• פסוק פשוט ראשון: "5 גדול מ-2" (אמת)

• פסוק פשוט שני: "10 קטן מ-3" (שקר)

• הפסוק המורכב: אמת וגם שקר $\leftarrow$ הפלט כולו שקר.

דוגמא 3:

"השמש זורחת OR יורד גשם"

• אם לפחות אחד נכון – התוצאה אמת.

דוגמאות מעשיות להמחשה בכיתה

כתוב על הלוח שני פסוקים פשוטים ותבנה איתם פסוק מורכב יחד עם התלמידים.
למשל:

- יש חלב במקרר
- יש לחם בארון
- פסוק מורכב: יש גם חלב וגם לחם

דף עבודה לדוגמא - פסוקים פשוטים ומורכבים

פסוק פשוט: טענה אחת בלבד שאפשר לבדוק אם היא אמת או שקר.

פסוק מורכב: שילוב של שני פסוקים פשוטים (או יותר) בעזרת קשר לוגי כמו AND, OR, NOT.

דוגמאות מהחיים:

בית ספר: "היום יש מבחן" AND "המורה הגיע"

תחבורה: "האוטובוס מגיע" OR "יש רכבת"

קניות: "יש מבצע בסופר" AND NOT ("המוצר חסר במלאי")

תרגול:

(1) כתוב שני פסוקים פשוטים שלך מחי היום-יום:

פסוק פשוט ראשון: _____

פסוק פשוט שני: _____

(2) בנה פסוק מורכב שמשלב אותם עם קשר לוגי (AND/OR/NOT):

הפסוק המורכב: _____

(3) קבע אם הפלט יהיה אמת או שקר, לפי מצב שאתה בוחר:

פלט סופי: _____

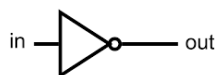
פרק 4: יסודות האלגברה הבוליאנית (6 שעות)

רקע תיאורטי

האלגברה הבוליאנית היא שפת היסוד של כל המערכות הדיגיטליות. היא מתארת כיצד שערים לוגיים (AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR) פועלים, וכיצד ניתן להרכיב מהם פונקציות בוליאניות מורכבות.

היפוך (שער NOT)

A	NOT(A) = $\bar{A}$
0	1
1	0



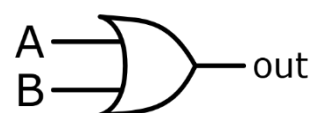
כפל לוגי (שער AND)

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



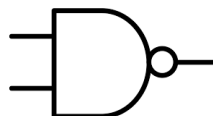
חיבור לוגי (שער OR)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



(שער NAND)

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



(שער NOR)

A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

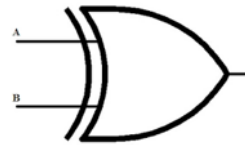
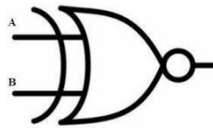


$\overline{A \oplus B} = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$ שער (XNOR)

A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$ שער (XOR)

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



טבלה לכללי אלגברה בוליאנית

$x + \bar{x} = 1$	כללי היפוך
$x \cdot \bar{x} = 0$	
$x = \bar{\bar{x}} = \bar{\bar{\bar{x}}}$	כלל שלילה כפולה (גגות זוגיים מתאפסים)
$x + x = x$	כלל כפילות
$x \cdot x = x$	
$0 + x = x$	כללי אפס
$0 \cdot x = 0$	
$1 + x = 1$	כללי היחידה
$1 \cdot x = x$	
$x + y = y + x$	כללי חילוף
$x \cdot y = y \cdot x$	
$(z + x) + y = (x + y) + z = (z + y) + x$	כללי קיבוץ
$(zx) \cdot y = (xy) \cdot z = (zy) \cdot x$	
$(z + x)(y + x) = (zy) + x$	כללי פילוג
$z \cdot x + y \cdot x = (z + y) \cdot x$	
$x + xy = x$	כלל צמצום 1
$\bar{x} + \bar{x} \cdot y = \bar{x}$	
$x \cdot (x + y) = x$	כלל צמצום 2
$x + \bar{x}y = x + y$	כלל צמצום 3
$\bar{x} + xy = \bar{x} + y$	
$x \cdot (\bar{x} + y) = xy$	כלל צמצום 4
$(x + y) = \bar{\bar{x}} \cdot \bar{y}$	כללי דה – מורגן
$\overline{xy} = \bar{x} + \bar{y}$	

כללי אלגברה בוליאנית

למה זה חשוב?

באמצעות הכללים האלה ניתן:

- לפשט ביטויים בוליאניים
- להקטין מספר שערים במעגל
- להמיר בין צורות שונות
- לפתור בעיות מינימיזציה עם מפות קרנו

דף עבודה לדוגמא – פישוט פונקציה באמצעות אלגברה בוליאנית

1. $x + xy$
2. $(\bar{x} + xy\bar{z}) + (\bar{x} + xy\bar{z}) \cdot (x + \bar{x}y\bar{z})$
3. $\overline{A \oplus B + AB}$

פתרונות:

$$1. x + xy = x \cdot 1 + xy = x(1 + y) = x \cdot 1 = x$$

$$2. (\bar{x} + xy\bar{z}) + (\bar{x} + xy\bar{z}) \cdot (x + \bar{x}y\bar{z}) = (\bar{x} + xy\bar{z})$$

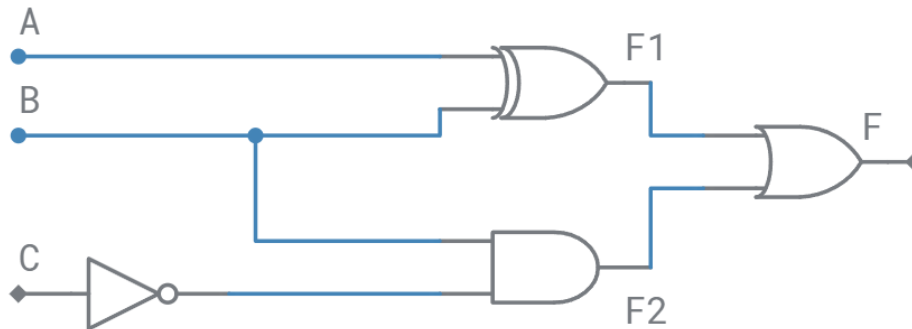
A	+	A	*	B	=	A

כלל צמצום 1

$$\begin{aligned}
 3. \overline{A \oplus B + AB} &= \overline{(A \oplus B) + AB} = \overline{(A \oplus B)} \cdot \overline{(AB)} = (\bar{A}\bar{B} + AB) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{A} + \bar{A}\bar{B}\bar{B} + AB\bar{A} + AB\bar{B} = \\
 &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + 0 + 0 = \bar{A}\bar{B}.
 \end{aligned}$$

תרגיל דוגמא שילוב שערים לוגיים וכללי אלגברה בוליאנית

נתונה מערכת שערים לוגיים:



רשום ביטויים לפונקציות F_1, F_2, F

פתרון:

$$F_1 = A \oplus B ; F_2 = B \cdot \bar{C} ; F = F_1 + F_2 = (A \oplus B) + B\bar{C}$$

מפת קרנו

מפת קרנו (בקיזור K-Map) היא שיטה גרפית לפישוט ביטויים בוליאניים. המפה מסדרת את ערכי הקלט כך שתאים סמוכים נבדלים בערך משתנה אחד בלבד. המטרה: לזהות קבוצות של תאים שבהם הפונקציה שווה ל-1 (או ל-0), לקבץ אותם, וכך לפשט את הביטוי הלוגי בלי הצורך בשיטות אלגבריות מורכבות.

עקרונות מפתח:

- מותר לקבץ תאים (1, 2, 4, 8 וכו').
- מותר לחבר תאים בקצוות — המפה מחזורית.
- ככל שהקבוצות גדולות יותר, הביטוי הפשוט יותר.

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}\bar{D}$	0	4	12	8
$\bar{C}D$	1	5	13	9
CD	3	7	15	11
$C\bar{D}$	2	6	14	10

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}$	0	2	6	4
C	1	3	7	5

דוגמאות לפישוט פונקציה באמצעות מפת קרנו

נתונה פונקציה :

$$f = A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C = \sum(0,1,6,7) = \bar{A}\bar{B} + AB = \bar{A} \oplus \bar{B}$$

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}$	1		1	
C	1		1	

$\bar{A}\bar{B}$ (blue oval)
 AB (green oval)

$$f(A, B, C, D) = \sum(5,7,12,13,14,15) = AB + BD$$

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}\bar{D}$			1	
$\bar{C}D$		1	1	
CD		1	1	
$C\bar{D}$			1	

BD (green oval)
 AB (blue oval)

דוגמא לדף עבודה

נתונות 6 מפות קרנו

לכל מפת קרנו רשום מהו הביטוי שמתקבל לאחר הצמצום

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$			1	
$C \cdot D$	1			1
$C \cdot \bar{D}$	1			1

2

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$				
$\bar{C} \cdot D$	1	1		1
$C \cdot D$	1	1		1
$C \cdot \bar{D}$				

1

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$		1	1	
$\bar{C} \cdot D$			1	
$C \cdot D$			1	
$C \cdot \bar{D}$		1	1	

4

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$			1	1
$\bar{C} \cdot D$			1	1
$C \cdot D$				
$C \cdot \bar{D}$			1	1

3

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$				
$C \cdot D$	1			
$C \cdot \bar{D}$	1			1

6

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$	1			1
$C \cdot D$	1			1
$C \cdot \bar{D}$	1			1

5

פרק 5: תכנון ומימוש מערכות צירופיות (8 שעות)

מערכת לוגית צירופית (Combinational Logic) היא מעגל ספרתי שבו היציאות נקבעות אך ורק לפי מצב הכניסות ברגע נתון — ללא זיכרון פנימי. דוגמאות קלאסיות הן: מקודדים, מפענחים, בוחרים (MUX) ומסכמים.

שלבי תכנון מערכת צירופית:

1. תרגום בעיה מילולית:

- מזהים מהם תנאי הקלט ומהן דרישות הפלט.
- ממירים את המידע לטבלת אמת.

2. בניית טבלת אמת:

- לכל צירוף אפשרי של קלטים רושמים את מצב הפלטים.

3. כתיבת ביטוי בוליאני:

- לפי טבלת האמת — פונקציית Sum of Minterms או Product of Maxterms.

4. פישוט הביטוי:

- שימוש במפת קרנו (K-Map) לאיתור קבוצות ולמזעור הביטוי.
- המטרה: להקטין מספר שערים $\leftarrow$ לחסוך עלויות ושטח.

5. מימוש:

- מימוש המעגל הלוגי באמצעות שערים בסיסיים (AND, OR, NOT) או שערים מורכבים (NAND, NOR).

יישומים נפוצים:

- מסכם למחצה (HA) חיבור של שני ביטים.
- מסכם מלא (FA) חיבור של שני ביטים + סחיבה ממעגל קודם.

מהו מסכם למחצה (Half Adder) ?

מסכם למחצה הוא מעגל לוגי פשוט שמבצע חיבור מתמטי בבסיס 2 של שני ביטים בלבד.

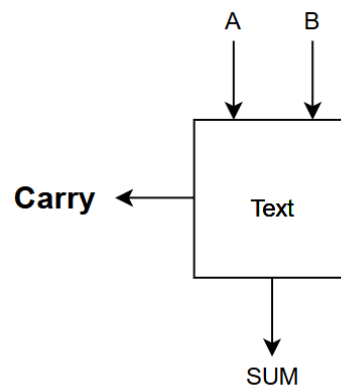
הוא נותן 2 יציאות:

- **Sum (סכום)** — התוצאה של חיבור שני הביטים.
- **Carry (גלישה)** סיבוב החיבור קדימה אם התוצאה עוברת את הערך 1.

טבלת אמת

A	B	תוצאה (sum)	גלישה (Carry)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

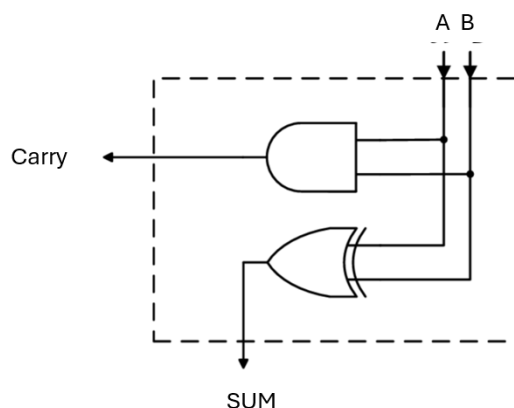
תרשים מלבנים



ביטוי בוליאני

$$sum = A \oplus B ; Carry = AB$$

מימוש מסכם למחצה:



מהו מסכם מלא (Full Adder) ?

מסכם מלא הוא מעגל לוגי שמבצע חיבור של **שלוש סיביות** — שתי סיביות רגילות **A** ו-**B** וסיבית גלישה נכנסת (**Cin**) ממדרגת החיבור הקודמת.

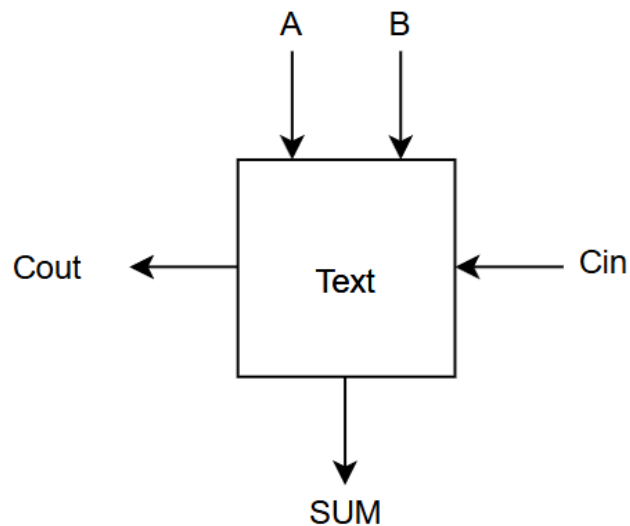
הוא מפיק שני פלטים:

- **Sum (סכום)** — התוצאה של חיבור שני הביטים.
- **Carry (גלישה)** סיבוב החיבור קדימה אם התוצאה עוברת את הערך 1.

טבלת אמת

A	B	Cin	Sum	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

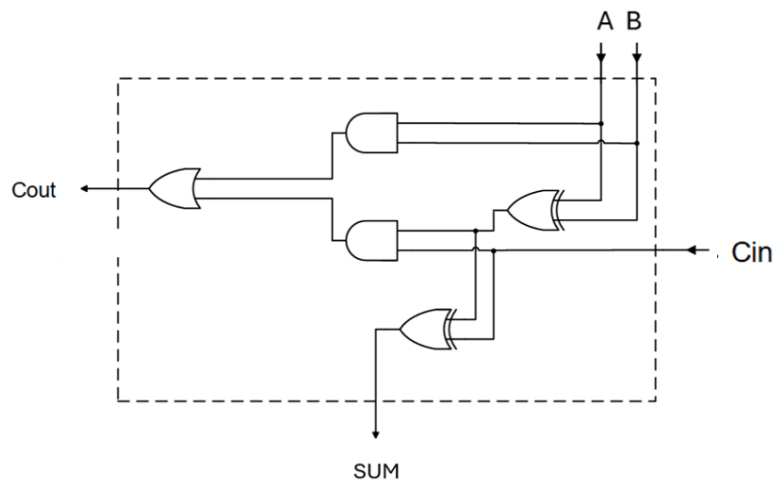
תרשים מלבנים



ביטויים בוליאניים

$$SUM = A \oplus B \oplus cin \quad ; \quad Cout = AB + cin(A \oplus B)$$

מימוש מסכם מלא :

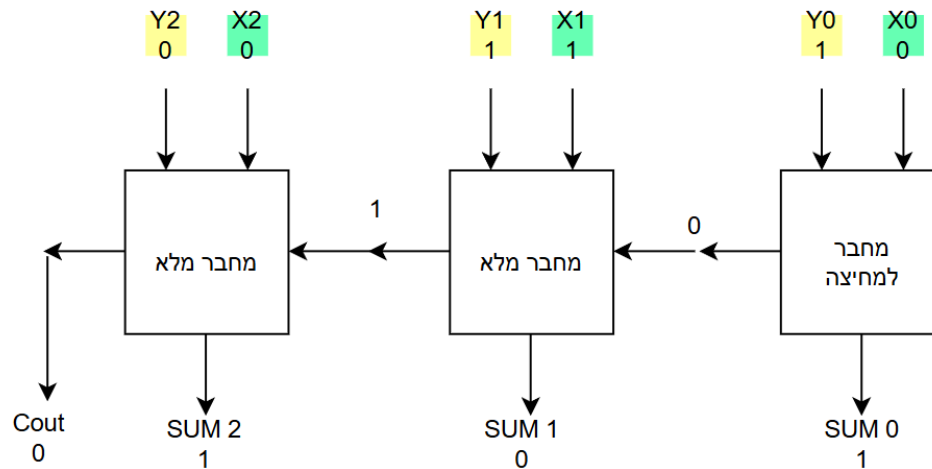


תרגיל דוגמא בנושא מחבר למחיצה ומחבר מלא:

חבר את המספרים הבינאריים 011_2 + 010_2 , באמצעות מחבר למחיצה ומחבר מלא.

פתרון :

נסמן $x = 010_2$, $y = 011_2$



תוצאה: 0101_2

דוגמא לדף עבודה לתלמיד

שאלות חשיבה:

1. מה ההבדל בין מחבר למחצה למחבר מלא?
2. מה קורה אם לא מעבירים את גלישת היציאה לסיבית הבא?
3. למה אי אפשר להשתמש רק במחברים למחצה?

ביבליוגרפיה והמלצות

- [הפניה לספר לימוד "מערכות ספרתיות".](#)

- [הפניה לתוכנת ההדמיה. EveryCircuit.](#)

- [מאגר שאלות במערכות ספרתיות](#)