

מגמה הנדסה יישומית

מודולה 1 כיתה י'

חוברת לתלמיד בנושא: מערכות ספרתיות

מחברים:

אירנה אוצ'יטל

רפי אמסלם

עורכת:

ד"ר אמונה אבו-יונס עלי

ייעוץ מדעי ופדגוגי:

ד"ר משה גרינהולץ

מפמ"ר המגמה:

שלומי אחנין

סמל מגמה: 1150

עדכון: אוגוסט 2025

כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

מרכז המורים הארצי למקצועות הטכנולוגיים, מור-טק

הפרויקט מבוצע על ידי מוסד הטכניון עפ"י מכרז 22/11.2020

הפרויקט מבוצע עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך

החוברת יצאה לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי.

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחוברת זו. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

תוכן עניינים

1.....	הנחיות לתלמיד
2.....	פרק 1: מבוא למערכות ספרתיות
5.....	פרק 2: שיטות ספירה וייצוג מספרים (4 שעות)
11.....	פרק 3: מושגי יסוד בלוגיקה (1 שעה)
13.....	פרק 4: יסודות האלגברה הבוליאנית (6 שעות)
23.....	פרק 5: תכנון ומימוש מערכות צירופיות (8 שעות)
29.....	ביבליוגרפיה והמלצות

הנחיות לתלמיד

חוברת זו מלווה את הקורס **במערכות ספרתיות** בכיתה י' במגמת הנדסה יישומית. היא נבנתה כדי לסייע לך להבין את החומר, לתרגל אותו, ולפתח יכולת יישום של הידע בפרויקטים ובמשימות מעשיות. הטקסט כתוב בלשון זכר לצורך הנוחות, אך מתייחס באותה מידה לתלמידות ולתלמידים.

איך לעבוד עם החוברת?

קריאת הרקע התיאורטי: בכל פרק תתחיל בהבנת ההסבר והדוגמאות. קרא בעיון את ההגדרות, הטבלאות והאיורים.

תרגול לדוגמה: לאחר ההסבר תמצא תרגילים פתורים שמדגימים את יישום הידע. מומלץ לעבור עליהם צעד-צעד ולהבין את דרך הפתרון.

תרגילי בית: בסיום כל פרק מופיעים תרגילים שאתה מתבקש לפתור בעצמך.

עבד בצורה מסודרת, כתוב את שלבי הפתרון, והיעזר בטבלאות ההמרה, טבלאות האמת או במפות קרנו לפי הצורך.

במידת הצורך, חזור להסבר התיאורטי או לתרגילים לדוגמה.

בדיקת תשובות: לאחר סיום התרגילים, השווה את תשובותיך עם הפתרונות שנמצאות בחוברת. חשוב להבין היכן טעית וכיצד ניתן לתקן.

עבודה עצמאית: אם נתקלת במושג לא ברור, חפש מידע נוסף בספרי עזר, באינטרנט או שאל את המורה.

טיפים להצלחה

הקדש זמן קבוע לשינון המושגים, במיוחד בנושאים מתמטיים כמו המרות בין בסיסים ופישוט ביטויים בוליאניים.

שלב בין עבודה בכתב לבין התנסות מעשית (לדוגמה, באמצעות Arduino או תוכנות הדמיה) אל תחשוש לשאול שאלות בכיתה – שאלות מקדמות הבנה ומסייעות גם לחברים שלך.

המטרה שלך היא לא רק לפתור את התרגילים, אלא להבין **למה** הפתרון נכון ואיך ניתן ליישם את הידע במצבים שונים.

פרק 1: מבוא למערכות ספרתיות

רקע תיאורטי

מערכת ספרתית (Digital System) היא מערכת שמעבדת מידע באמצעות ייצוגים ספרתיים (בד"כ ספרות בינאריות: 0 ו-1). בניגוד למערכת אנלוגית שבה המידע רציף, במערכת ספרתית המידע בדיד ומיוצג על ידי אותות בעלי ערכים מוגדרים בלבד.

דוגמאות תיאורטיות

- שאלה 1: היכן אנו נתקלים במערכות ספרתיות בחיי היום-יום?
- שאלה 2: מה ההבדל בין שעון אנלוגי לשעון דיגיטלי?

פתרונות

- שאלה 1 – דוגמאות:
 - טלפונים חכמים
 - מחשבים
 - מערכות ניווט GPS
 - בקרי מעליות ומכונות אוטומטיות
 - מכשירי מדידה דיגיטליים (כגון מולטימטר)
- שאלה 2 – תשובה:
 - שעון אנלוגי: מציג את הזמן בעזרת מחוגים (אות רציף).
 - שעון דיגיטלי: מציג את הזמן בעזרת ספרות בדידות (ספרות מספריות), הנתונים עוברים עיבוד ספרתי בתוך השעון.

שאלות

- שאלה 1: מהי דוגמה למערכת שמשלבת חלקים אנלוגיים ודיגיטליים?
- שאלה 2: מה היתרון של מערכת ספרתית בבקרה של מכונה לעומת מערכת אנלוגית?
- שאלה 3: מהו תפקיד המעגל הלוגי במערכת ספרתית?
- שאלה 4: תן דוגמה למערכת ספרתית פשוטה שאפשר להרכיב בארדואינו.
- שאלה 5: כיצד מתבצעת המרה מאות אנלוגי לדיגיטלי?
- שאלה 6: ציין דוגמה למערכת שמשתמשת בהמרה דיגיטלית לשיפור איכות התוצאה.
- שאלה 7: מהי הסיבה לכך שמערכות ספרתיות נפוצות במחשבים?

- שאלה 8: תאר מקרה שבו נדרש להמיר אות דיגיטלי חזרה לאות אנלוגי.
- שאלה 9: מה ההבדל בין חיישן אנלוגי לחיישן דיגיטלי?
- שאלה 10: תן דוגמה למכשיר חכם שבו יש גם זיכרון דיגיטלי וגם חלקים אנלוגיים.
- שאלה 11: מהו תפקיד הממיר ADC במערכת ספרתית?
- שאלה 12: מה יקרה אם מערכת ספרתית תעבוד בלי מרכיב אנלוגי כשנדרש? תן דוגמה.
- שאלה 13: כיצד משפיעה איכות המרה אנלוגית-דיגיטלית על ביצועי המערכת?

תשובות

1. דוגמה למערכת משולבת:
 טלפון חכם – הקול שלנו הוא אות אנלוגי (רציף), אך הוא מומר לדיגיטלי לצורך שידור, עיבוד ואחסון. המיקרופון מבצע המרה אנלוגית-דיגיטלית, והרמקול מבצע המרה הפוכה.
2. יתרון בבקרה:
 מערכת ספרתית מדויקת יותר, מאפשרת תכנות ותיקונים קלים, שומרת מידע לאורך זמן ורגישה פחות לרעש והפרעות חיצוניות.
3. תפקיד המעגל הלוגי:
 ביצוע פעולות לוגיות AND, OR, NOT וכו' שמאפשרות קבלת החלטות אוטומטית על סמך קלטים – לדוגמה: אם טמפרטורה גבוהה מדי, אז להדליק מאוורר.
4. מערכת פשוטה בארדואינו:
 בקרת לד – חיישן אור קולט את רמת האור (אות אנלוגי), המיקרובקר ממיר אותו לדיגיטלי ומחליט אם להדליק או לכבות לד בהתאם לסף שנקבע מראש.
5. המרה אנלוגית-דיגיטלית:
 נעשית ע"י ממיר (ADC (Analog to Digital Converter לדוגמה – חיישן טמפרטורה שולח מתח משתנה, הממיר הופך אותו לערך בינארי שמעובד ע"י המעבד.
 דוגמה: מצלמה דיגיטלית – ממירה תמונה לאות דיגיטלי, מה שמאפשר עיבוד ושיפור איכות.
6. מערכות ספרתיות נפוצות במחשבים כי הן מאפשרות עיבוד מהיר, אחסון נתונים ודיוק גבוה.
7. דוגמה: נגני מוזיקה – קובץ דיגיטלי מומר לאות אנלוגי כדי להפעיל רמקול או אוזניות.

8. חיישן אנלוגי מודד ערכים רציפים (למשל טמפרטורה משתנה). חיישן דיגיטלי מוציא ערך בדיד (0/1)
9. טלפון חכם – כולל זיכרון דיגיטלי, חיישן מצלמה (אנלוגי) וממיר אותות.
10. תפקיד ממיר – ADC להמיר אות אנלוגי (למשל קול) לערך דיגיטלי שמחשב יכול לעבד.
11. אם אין מרכיב אנלוגי – למשל בלי ממיר ADC לא ניתן לקרוא מידע מחיישן אנלוגי כמו מיקרופון.
12. איכות המרה נמוכה תגרום לאיבוד מידע – למשל תמונה באיכות נמוכה או צליל לא ברור.

פרק 2: שיטות ספירה וייצוג מספרים (4 שעות)

רקע תיאורטי

במערכות ספרתיות משתמשים בשיטות ספירה שונות:

- עשרוני – (Decimal) בסיס 10, המספרים הרגילים בהם אנו משתמשים ביומיום (0-9).
- בינארי – (Binary) בסיס 2, מיוצג רק על ידי 0 ו-1. זו השיטה הבסיסית במערכות ספרתיות ודיגיטליות.
- הקסדצימלי – (Hexadecimal) בסיס 16, משתמש בספרות 0-9 ובאותיות A-F לייצוג ערכים מ-10 עד 15.

במערכות אלקטרוניות יש חשיבות ליכולת להמיר בין שיטות ספירה שונות ולייצג מספרים שליליים או שברים בשיטות מתאימות, למשל באמצעות משלים ל-2.

תרגיל דוגמא לזיהוי מספר:

ציין מי מהמספרים הבאים תקין, ומי שגוי. נמק תשובתך

א. $(DF6)_{16}$ ב. $(135)_7$ ג. $(156)_7$ ד. $(F45)_8$

נימוק	תקין/שגוי	מספר
אותיות F, D וספרה 6 מותרים בבסיס 16.	תקין	$(DF6)_{16}$
כל הספרות בטווח 0-6	תקין	$(135)_7$
כל הספרות בטווח 0-6	תקין	$(156)_7$
F אינה חוקית בבסיס 8	שגוי	$(F45)_8$

תרגילים נוספים

1. $(19A)_{16}$
2. $(247)_8$
3. $(38)_5$
4. $(B2F)_{16}$
5. $(102)_2$
6. $(777)_8$
7. $(120)_3$
8. $(1F4)_{16}$
9. $(895)_9$

10. (276)₇

המרות בין הבסיסים דוגמאות ופתרונות

טבלת המרות לדוגמא

בסיס 16	בסיס 2	בסיס 10
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

שאלה: המר את המספר 25 מהבסיס העשרוני לבינארי ולהיפך.
 פתרון:

$$(25)_{10} \rightarrow (?)_2$$

שארית	תוצאה	פעולה
החלוקה		
(1)	12	$25:2=$
(0)	6	$12:2=$
(0)	3	$6:2=$
(1)	1	$3:2=$
(1)	0	$1:2=$

המספר הוא: $(11001)_2$

$$(11001)_2 \rightarrow ?_{10}$$

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25.$$

$$(2A)_{16} = (?)_{10}$$

$$2 \times 16^1 + A \times 16^0 = 2 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 42$$

$$(2A)_{16} = (?)_2$$

$$(A)_{16} = (1010)_2, (2)_{16} = (0010)_2$$

$$(2A)_{16} = (00101010)_2$$

תרגילים לתלמידים:

השלם את הטבלה – חובה לכתוב דרך המרה מבסיס לבסיס

בסיס 16	בסיס 10	בסיס 2
		0111010
	37	
4D		
		1100101
	26	

AC		
		1010110
	45	
7D		

ייצוג מספרים שליליים בשיטה משלים ל-2

שיטת משלים ל-2 (Two's Complement) היא השיטה הנפוצה ביותר לייצוג מספרים שליליים במחשבים.

בבסיס שלה — היא מאפשרת לבצע חיבור וחסור בעזרת אותה פעולת חיבור בינארי פשוטה, בלי צורך במעגלים מיוחדים לניהול סימנים.

איך מייצגים מספר שלילי?

כדי למצוא את המשלים ל-2 של מספר בינארי:

1. כתוב את המספר החיובי בבינארי.
2. מצא את המשלים ל-1 החלק 0 ב-1 ו-1 ב-0.
3. הוסף 1 לתוצאה.

נניח שאנחנו עובדים עם ייצוג של 4 סיביות (bits)

נייצג את המספר (-3)

1. המספר החיובי 3 בבינארי 0011 :
2. המשלים ל-1 : 1100
3. הוסף 1 : $1100 + 1 = 1101$:
 לכן 1101, מייצג (-3) ב-4 סיביות.

תרגילים לדוגמא:

הצג מספרים הבאים בבסיס בינארי בעזרת משלים ל-2 בייצוג של 8 סיביות:

1. (-18)
2. (-33)
3. (-15)
4. (-28)

פתרון של סעיף 1

1. מספר 18 חיובי בבסיס בינארי : $(00010010)_2$

- $$(A4)_{16} \quad (345)_8 .\lambda \quad (111011)_2 \quad (45)_7 .\mu \quad (254)_6 \quad (315)_8 .\kappa$$

פרק 3: מושגי יסוד בלוגיקה (1 שעה)

רקע תיאורטי

בבסיס המערכות הדיגיטליות עומדת הלוגיקה הבוליאנית, שפותחה על ידי ג'ורג' בול. הלוגיקה עוסקת בקביעת ערכי אמת ושקר ובדרכים לשלב פסוקים פשוטים ליצירת פסוקים מורכבים יותר.

פסוק בסיסי: טענה שיש לה ערך אמת (אמת/שקר).

פסוק מורכב: שילוב של כמה פסוקים בסיסיים באמצעות קשרים לוגיים כמו AND, OR, NOT טבלת אמת: כלי להצגת כל צירופי הקלטות האפשריים והפלט שלהם.

דוגמאות ופתרונות

דוגמא 1: ציין אם הפסוקים הבאים הם אמת או שקר:

(א) $3 < 5$

(ב) $5 = 2 + 2$

פתרון:

(א) אמת

(ב) שקר

דוגמא 2:

5 גדול מ-2 AND 10 קטן מ-3

- פסוק פשוט ראשון: "5 גדול מ-2" (אמת)
- פסוק פשוט שני: "10 קטן מ-3" (שקר)
- הפסוק המורכב: אמת וגם שקר $\leftarrow$ הפלט כולו שקר.

דוגמא 3:

"השמש זורחת OR יורד גשם"

- אם לפחות אחד נכון – התוצאה אמת.

דוגמאות מעשיות להמחשה בכיתה

כתוב על הלוח שני פסוקים פשוטים ותבנה איתם פסוק מורכב יחד עם התלמידים. למשל:

- יש חלב במקרר
- יש לחם בארון
- פסוק מורכב: יש גם חלב וגם לחם

דף עבודה לדוגמא - פסוקים פשוטים ומורכבים

פסוק פשוט: טענה אחת בלבד שאפשר לבדוק אם היא אמת או שקר.

פסוק מורכב: שילוב של שני פסוקים פשוטים (או יותר) בעזרת קשר לוגי כמו AND, OR, NOT.

דוגמאות מהחיים:

בית ספר: "היום יש מבחן" AND "המורה הגיע"

תחבורה: "האוטובוס מגיע" OR "יש רכבת"

קניות: "יש מבצע בסופר" AND NOT ("המוצר חסר במלאי")

תרגול:

(1) כתוב שני פסוקים פשוטים שלך מחיי היום-יום:

פסוק פשוט ראשון: _____

פסוק פשוט שני: _____

(2) בנה פסוק מורכב שמשלב אותם עם קשר לוגי (AND/OR/NOT):

הפסוק המורכב: _____

(3) קבע אם הפלט יהיה אמת או שקר, לפי מצב שאתה בוחר:

פלט סופי: _____

דוגמה לפסוקים פשוטים מחיי היום-יום:

• פסוק פשוט ראשון: "אני רעב"

• פסוק פשוט שני: "המקרר מלא באוכל"

פסוק מורכב:

• "אני רעב AND המקרר מלא באוכל"

פלט סופי:

אם שניהם נכונים ← אמת (כי גם אני רעב וגם יש אוכל).

אם אחד מהם לא נכון ← שקר.

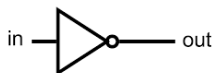
פרק 4: יסודות האלגברה הבוליאנית (6 שעות)

רקע תיאורטי

האלגברה הבוליאנית היא שפת היסוד של כל המערכות הדיגיטליות. היא מתארת כיצד שערים לוגיים (AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR) פועלים, וכיצד ניתן להרכיב מהם פונקציות בוליאניות מורכבות.

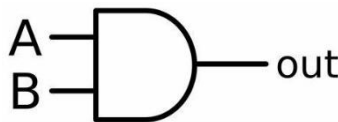
היפוך (שער NOT)

A	NOT(A) = $\bar{A}$
0	1
1	0



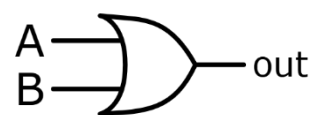
כפל לוגי (שער AND)

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



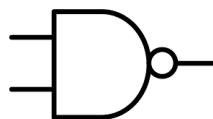
חיבור לוגי (שער OR)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



(שער NAND)

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



(שער NOR)

A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

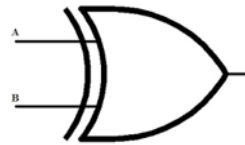
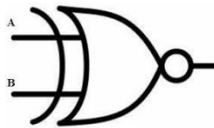


$\overline{A \oplus B} = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$ שער (XNOR)

A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$ שער (XOR)

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



טבלה לכללי אלגברה בוליאנית

$x + \bar{x} = 1$	כללי היפוך
$x \cdot \bar{x} = 0$	
$x = \bar{\bar{x}} = \bar{\bar{\bar{x}}}$	כלל שלילה כפולה (גגות זוגיים מתאפסים)
$x + x = x$	כלל כפילות
$x \cdot x = x$	
$0 + x = x$	כללי אפס
$0 \cdot x = 0$	
$1 + x = 1$	כללי היחידה
$1 \cdot x = x$	
$x + y = y + x$	כללי חילוף
$x \cdot y = y \cdot x$	
$(z + x) + y = (x + y) + z = (z + y) + x$	כללי קיבוץ
$(zx) \cdot y = (xy) \cdot z = (zy) \cdot x$	
$(z + x)(y + x) = (zy) + x$	כללי פילוג
$z \cdot x + y \cdot x = (z + y) \cdot x$	
$x + xy = x$	כלל צמצום 1
$\bar{x} + \bar{x} \cdot y = \bar{x}$	
$x \cdot (x + y) = x$	כלל צמצום 2
$x + \bar{x}y = x + y$	כלל צמצום 3
$\bar{x} + xy = \bar{x} + y$	
$x \cdot (\bar{x} + y) = xy$	כלל צמצום 4
$\overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y}$	כללי דה – מורגן
$\overline{xy} = \bar{x} + \bar{y}$	

תרגילי דוגמא ופתרונות

1. $x + xy$
2. $(\bar{x} + xy\bar{z}) + (\bar{x} + xy\bar{z}) \cdot (x + \bar{x}y\bar{z})$
3. $\overline{A \oplus B + AB}$

פתרונות:

$$1. x + xy = x \cdot 1 + xy = x(1 + y) = x \cdot 1 = x$$

$$2. (\bar{x} + xy\bar{z}) + (\bar{x} + xy\bar{z}) \cdot (x + \bar{x}y\bar{z}) = (\bar{x} + xy\bar{z})$$

$$\underbrace{\quad}_A + \underbrace{\quad}_A \underbrace{\quad}_B = A$$

כלל צמצום 1

$$\begin{aligned} 3. \overline{A \oplus B + AB} &= \overline{(A \oplus B) + AB} = \overline{(A \oplus B)} \cdot \overline{(AB)} = (\bar{A}\bar{B} + AB) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{A} + \bar{A}\bar{B}\bar{B} + AB\bar{A} + AB\bar{B} = \\ &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + 0 + 0 = \bar{A}\bar{B}. \end{aligned}$$

תרגילים:

צמצם פונקציה וסרטט עבור כל פונקציה בעזרת שערים לוגיים פונקציה מצומצמת.

$$1. f(A, B, C) = ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}C$$

$$2. f(A, B, C) = \overline{\overline{A} + B} + AB + \overline{A}BC$$

$$3. f(A, B, C) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$4. f(A, B, C) = \overline{A + C} + \overline{BC} + \overline{AB}$$

$$5. f(A, B, C) = \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$$

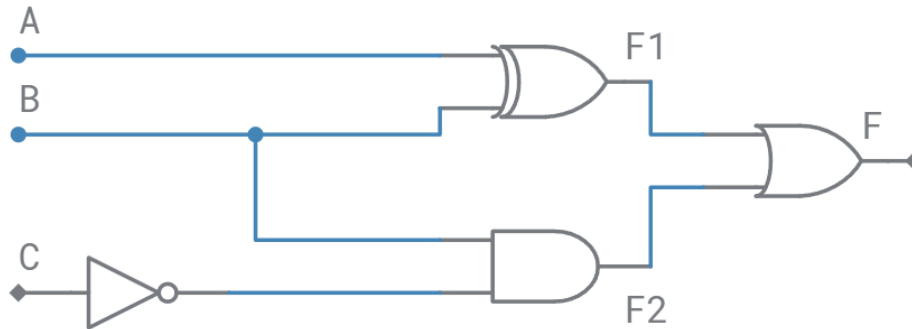
$$6. f(A, B, C, D) = \overline{ABCD} + \overline{ABCD} + \overline{ABCD} + \overline{ABCD} + \overline{ABCD} + \overline{ABCD}$$

$$7. f(A, B, C, D) = \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D$$

$$8. f(A, B, C, D) = \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D + \overline{ABC}D$$

תרגיל דוגמא שילוב שערים לוגיים וכללי אלגברה בוליאנית.

נתונה מערכת שערים לוגיים:



רשום ביטויים לפונקציות F1, F2, F

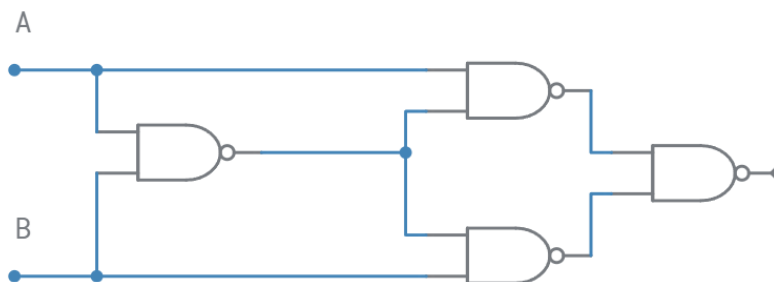
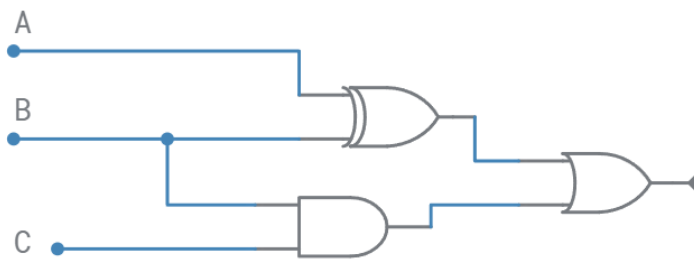
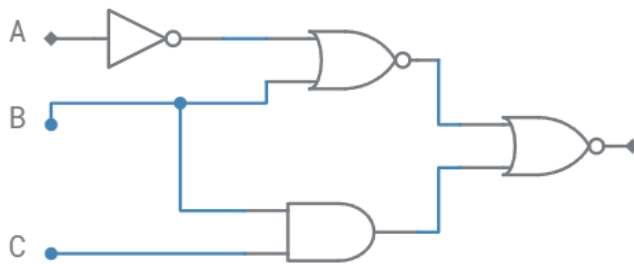
פתרון:

$$F_1 = A \oplus B ; F_2 = B \cdot \bar{C} ; F = F_1 + F_2 = (A \oplus B) + B\bar{C}$$

דף עבודה בנושא שילוב שערים לוגיים וכללי אלגברה בוליאנית

עבור כל מערכת של שערים לוגיים רשום:

- פונקציה שמתקבלת במוצא המערכת
- בצמצם פונקציה בעזרת אלגברה בוליאנית
- סרטט מערכת של שערים לוגיים של פונקציה מצומצמת



מפת קרנו

מפת קרנו (בקיזור K-Map) היא שיטה גרפית לפישוט ביטויים בוליאניים. המפה מסדרת את ערכי הקלט כך שתאים סמוכים נבדלים בערך משתנה אחד בלבד. המטרה: לזהות קבוצות של תאים שבהם הפונקציה שווה ל-1 (או ל-0), לקבץ אותם, וכך לפשט את הביטוי הלוגי בלי הצורך בשיטות אלגבריות מורכבות.

עקרונות מפתח:

- מותר לקבץ תאים (1, 2, 4, 8 וכו').
- מותר לחבר תאים בקצוות — המפה מחזורית.
- ככל שהקבוצות גדולות יותר, הביטוי הפשוט יותר.

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}\bar{D}$	0	4	12	8
$\bar{C}D$	1	5	13	9
CD	3	7	15	11
$C\bar{D}$	2	6	14	10

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}$	0	2	6	4
C	1	3	7	5

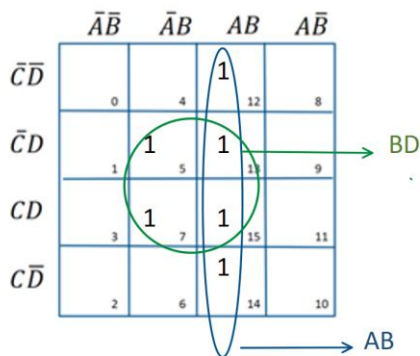
דוגמאות לפישוט פונקציה באמצעות מפת קרנו

נתונה פונקציה:

$$f = A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C = \sum(0,1,6,7) = \bar{A}\bar{B} + AB = \bar{A} \oplus B$$

	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
$\bar{C}$	1		1	
C	1		1	

$$f(A, B, C, D) = \sum(5,7,12,13,14,15) = AB + BD$$



לדף עבודה בנושא מפת קרנו

נתונות 8 מפות קרנו

לכל מפת קרנו רשום מהו הביטוי שמתקבל לאחר הצימצום

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$			1	
$C \cdot D$	1			1
$C \cdot \bar{D}$	1			1

2

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$				
$\bar{C} \cdot D$	1	1		1
$C \cdot D$	1	1		1
$C \cdot \bar{D}$				

1

3

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$		1	1	
$\bar{C} \cdot D$			1	
$C \cdot D$			1	
$C \cdot \bar{D}$		1	1	

4

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$			1	1
$\bar{C} \cdot D$			1	1
$C \cdot D$				
$C \cdot \bar{D}$			1	1

6

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$				
$C \cdot D$	1			
$C \cdot \bar{D}$	1			1

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$	1			1
$C \cdot D$	1			1
$C \cdot \bar{D}$	1			1

5

21

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$				
$\bar{C} \cdot D$	1	1	1	1
$C \cdot D$	1			1
$C \cdot \bar{D}$	1			1

8

	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$
$\bar{C} \cdot \bar{D}$	1			1
$\bar{C} \cdot D$		1	1	
$C \cdot D$		1	1	
$C \cdot \bar{D}$	1			1

7

פרק 5: תכנון ומימוש מערכות צירופיות (8 שעות)

מערכת לוגית צירופית (Combinational Logic) היא מעגל ספרתי שבו היציאות נקבעות אך ורק לפי מצב הכניסות ברגע נתון — ללא זיכרון פנימי. דוגמאות קלאסיות הן: מקודדים, מפענחים, בוחרים (MUX) ומסכמים.

שלבי תכנון מערכת צירופית:

1. תרגום בעיה מילולית:

- מזהים מהם תנאי הקלט ומהן דרישות הפלט.
- ממירים את המידע לטבלת אמת.

2. בניית טבלת אמת:

- לכל צירוף אפשרי של קלטים רושמים את מצב הפלטים.

3. כתיבת ביטוי בוליאני:

- לפי טבלת האמת — פונקציית Sum of Minterms או Product of Maxterms

4. פישוט הביטוי:

- שימוש במפת קרנו (K-Map) לאיתור קבוצות ולמזעור הביטוי.
- המטרה: להקטין מספר שערים $\leftarrow$ לחסוך עלויות ושטח.

5. מימוש:

- מימוש המעגל הלוגי באמצעות שערים בסיסיים (AND, OR, NOT) או שערים מורכבים (NAND, NOR)

יישומים נפוצים:

- מסכם למחצה (HA) חיבור של שני ביטים.
- מסכם מלא (FA) חיבור של שני ביטים + סחיבה ממעגל קודם.

מהו מסכם למחצה (Half Adder) ?

מסכם למחצה הוא מעגל לוגי פשוט שמבצע חיבור של שני ביטים בלבד.

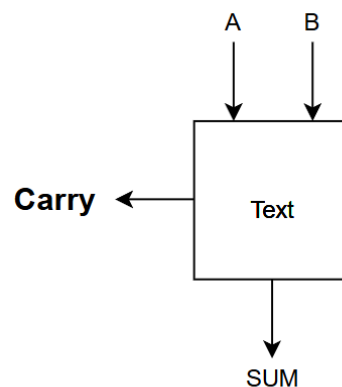
הוא נותן 2 יציאות:

- **Sum (סכום)** — התוצאה של חיבור שני הביטים.
- **Carry (גלישה)** סיבוב החיבור קדימה אם התוצאה עוברת את הערך 1.

טבלת אמת

A	B	תוצאה (sum)	גלישה (Carry)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

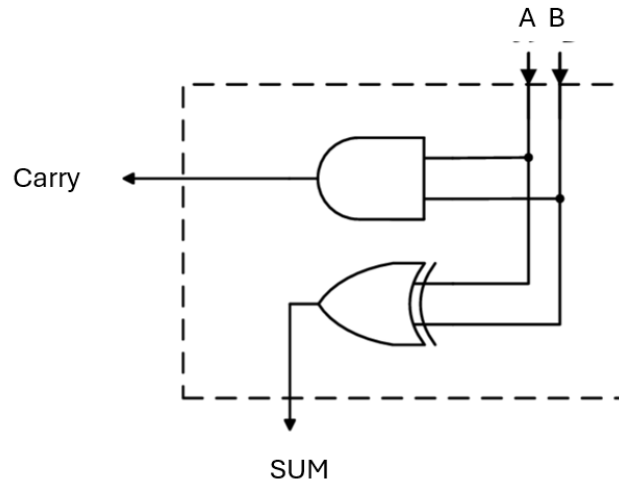
תרשים מלבנים



ביטוי בוליאני

$$sum = A \oplus B ; Carry = AB$$

מימוש מסכם למחיצה:



מהו מסכם מלא (Full Adder) ?

מסכם מלא הוא מעגל לוגי שמבצע חיבור של **שלוש סיביות**: שתי סיביות רגילות A ו-B וסיבית גלישה נכנסת (Cin) ממדרגת החיבור הקודמת.

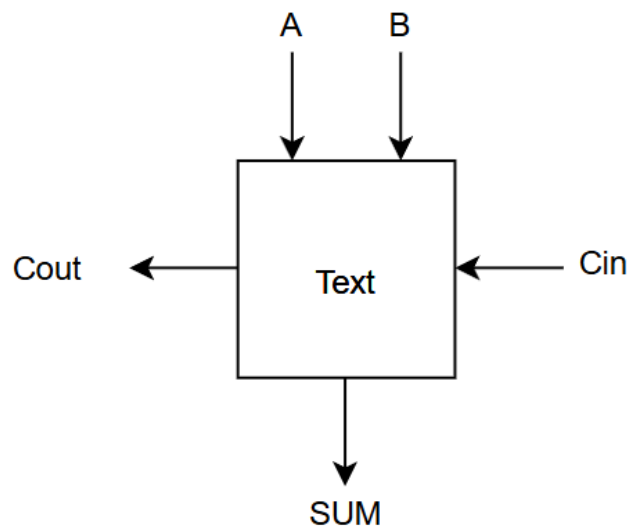
הוא מפיק שני פלטים:

- **Sum (סכום)**: התוצאה של חיבור שני הביטים.
- **Carry (גלישה)** סיבוב החיבור קדימה אם התוצאה עוברת את הערך 1.

טבלת אמת

A	B	Cin	Sum	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

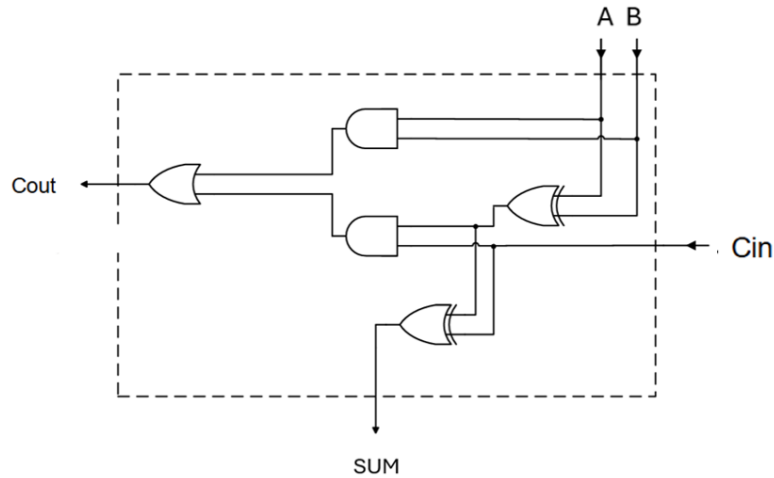
תרשים מלבנים



ביטויים בוליאניים

$$SUM = A \oplus B \oplus cin ; Cout = AB + cin(A \oplus B)$$

מימוש מסכם מלא:

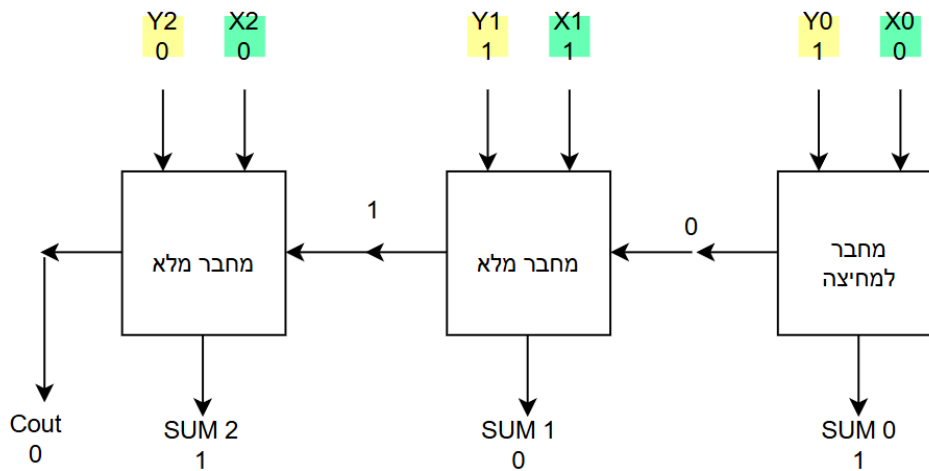


תרגיל דוגמא בנושא מחבר למחיצה ומחבר מלא:

חבר את המספרים הבינאריים $010_2 + 011_2$, באמצעות מחבר למחיצה ומחבר מלא.

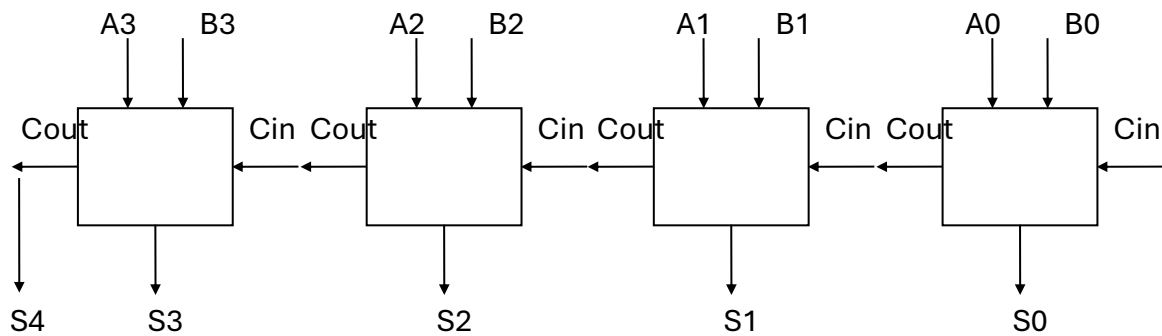
פתרון:

נסמן $x=010_2$, $y=011_2$

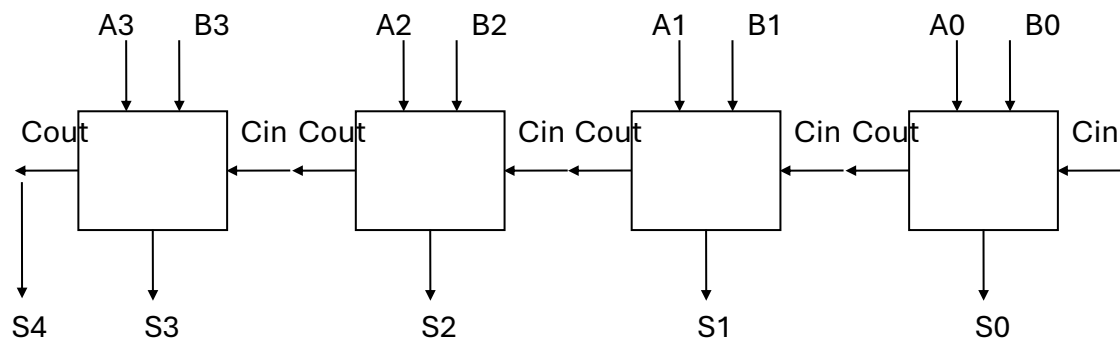


תוצאה: 0101_2

ג. $0011 + 1110$



ד. $1001 + 0110$



ביבליוגרפיה והמלצות

- הפניה לספר לימוד "מערכות ספרתיות".
- הפניה לתוכנת ההדמיה EveryCircuit
- מאגר שאלות במערכות ספרתיות