הפיקוח על הוראת הפיזיקה

מדינת ישראל
משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' למדעים
הפיקוח על הוראת הפיזיקה

הפיקוח על הוראת הפיזיקה

דגם תשובות בגרות בפיזיקה תשפ"ד

מכניקה, חשמל ומעבדת חקר

כתיבה ועריכה:

יהונתן וייט

ד"ר אריאל אברשקין

ליהי תלם – מרגלית

סייעו בכתיבה:
לילא דפראוי, שוקי זכאי, יונה חלמיש, טל טפר, יפית כהן, דפנה כהן ברנר, דודי כפרי, ש"י לאו, גל מאור, ג'והר מחמד, תומר משה, אורית ניטצקי, אבי רהב, טטיאנה שולדינר, אולגה שוסטרמן, איילת שטראוס, איילת שקד.

מסמך זה מציג "פתרון מורה" לבחינות הבגרות בפיזיקה בשנת תשפ"ד: מכניקה (036361), חשמל ומגנטיות (036371) ומעבדת חקר (036386). התשובות לשאלות הינן בהיקף ורמת העמקה התואמים להוראה ודיון בכיתה ומהווים דגם של פתרון מלא על כל השלבים להם נדרשים התלמידים בבחינות הבגרות.

תוכן עניינים

מכניקה

שאלה 1

סעיף א

את התאוצה נחשב באמצעות שיפוע גרפי מהירות-זמן, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$:

$$a_{\text{א}} = \frac{8-12}{10-0} = -0.4\frac{m}{s^2}$$
$$a_{\text{ב}} = \frac{8-0}{10-0} = 0.8\frac{m}{s^2}$$

סעיף ב

(1) תשובה: המכוניות נעו באותו כיוון.

נימוק: רואים בגרף שברגע $t = 10s$ לשתי המכוניות מהירות חיובית. מכיוון שסימן המהירות של שתיהן זהה אזי הן נעות באותו כיוון.

(2) תשובה: מכונית א' עברה מרחק גדול יותר ממכונית ב'.

נימוק א: השטח מתחת לגרף מבטא את ההעתק שעברה כל מכונית במהלך 10 השניות הראשונות, ורואים שהשטח מתחת לגרף מכונית א' גדול יותר.

נימוק ב: בכל רגע בפרק הזמן $0 \le t \le 10s$ רואים שהמהירות הרגעית של מכונית א' גדולה (או שווה) למהירות הרגעית של מכונית ב', לכן לאורך פרק זמן זה מכונית א' עברה העתק גדול יותר.

סעיף ג

(1) נחשב לפי $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ מתחילת התנועה ועד העצירה בתחנת האוטובוס:

$$\Delta x_{\text{א}} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 12^2}{2 \cdot (-0.4)} = 180m$$

(2) נחשב לפי $v = v_0 + at$ מתחילת התנועה ועד העצירה בתחנת האוטובוס:

$$t_{\text{א}} = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12}{-0.4} = 30s$$

סעיף ד

נחשב את המרחק שעברה מכונית ב' ב-10 השניות הראשונות באמצעות שטח מתחת לגרף (שטח משולש):

$$x_{\text{ב},10s} = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40m$$

לכן המרחק של מכונית ב' מתחנת האוטובוס כשהחלה להאט הוא $\Delta x = 180 - 40 = 140m$,

דרך 1 (חישוב תאוצה): נמצא את תאוצת מכונית ב' באמצעות $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ מהרגע $t = 10s$ ועד שנעצרה:

$$a_{\text{ב, האטה}} = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{0^2 - 8^2}{2 \cdot 140} = -\frac{8}{35} = -0.229\frac{m}{s^2}$$

נמצא באמצעות $v = v_0 + at$ את הזמן שעבר מרגע $t = 10s$ ועד שמכונית ב' נעצרה:

$$t_{\text{ב, האטה}} = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 8}{-0.229} = 35s$$

דרך 2 (חישוב הזמן): נמצא את זמן העצירה של מכונית ב' באמצעות $x_t = x_0 + \frac{v_t + v_0}{2}t$

$$t_{\text{ב, האטה}} = \frac{2\Delta x}{v_t + v_0} = \frac{2 \cdot 140}{8 + 0} = 35s$$

לשתי הדרכים: לכן הזמן שלקח למכונית ב' מתחילת התנועה ועד שנעצרה בתחנת האוטובוס הוא $t_{\text{ב}} = 45s$, הזמן שלקח למכונית א' כפי שראינו בסעיף ג' הוא $t_{\text{א}} = 30s$ ולכן הזמן שעבר הרגע שעצרה מכונית א' בתחנת האוטובוס עד שנעצרה מכונית ב' הוא:

$$\Delta t = t_{\text{ב}} - t_{\text{א}} = 45 - 30 = 15s$$

סעיף ה

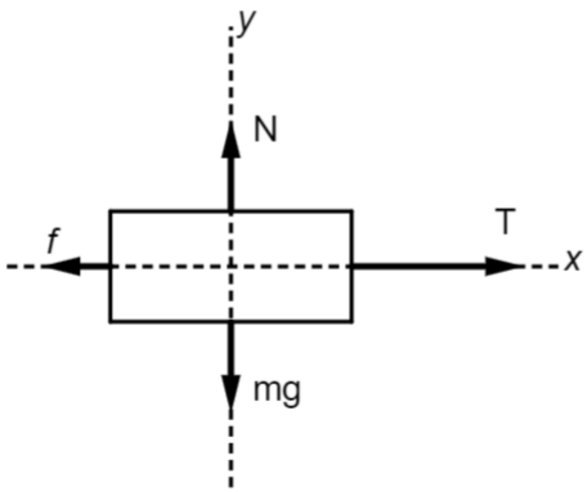
תשובה: איור 4

נימוק: כאשר מהירות המכונית גדלה, המרחק בין עקבות טיפות הצבע גדל. ולהיפך – כאשר מהירות המכונית קטנה, המרחק בין טיפות הצבע קטן. לאורך התנועה, מהירותה של מכונית ב' גדלה במהלך 10 השניות הראשונות ואז קטנה במהלך 35 השניות הבאות. לכן תרשים העקבות אמור להראות טיפות צבע שהמרחק ביניהן הולך וגדל, עד שלב מסוים, ואז המרחק ביניהם הולך וקטן. איור 4 מתאר זאת.

לגבי המסיחים: איור 1 מתאר תנועה שמתחילה ממהירות התחלתית מסוימת, שהולכת וקטנה עד שלב מסוים, ואז המהירות הולכת וגדלה; איור 2 מתאר תנועה קצובה; איור 3 מתאר תנועה במהירות הולכת וקטנה בלבד (למעשה, איור 3 יכול להתאים לתנועת מכונית א').

הערה: בבחינה עצמה המשיבים לא נדרשו לספק נימוק לבחירתם, ולכן הנימוק אינו חלק מתשובה מלאה וניתן לקבל ניקוד מלא לסעיף זה גם ללא נימוק. עם זאת, אנו מאמינים שלצורך דיון והוראה בכיתה, הקשר בין מהירות המכונית למרחק בין עקבות טיפות הצבע הוא הכרחי. אנו ממליצים למורים המשתמשים בבחינת תשפ"ד ובמסמך זה בהוראתם לדרוש נימוק מתלמידיהם ולעודד אותם לדייק את תשובתם.

שאלה 2



סעיף א

T (מתיחות) – מופעל ע"י החוט

N (נורמאל) – מופעל ע"י המשטח

mg (משקל) – מופעל ע"י כדור הארץ

f_k (חיכוך קינטי) – מופעל ע"י המשטח

סעיף ב

משוואת התנועה בכיוון ציר y: $\Sigma F_y = N - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg$

משוואת התנועה בכיוון ציר x: $\Sigma F_x = T - f_k = ma$

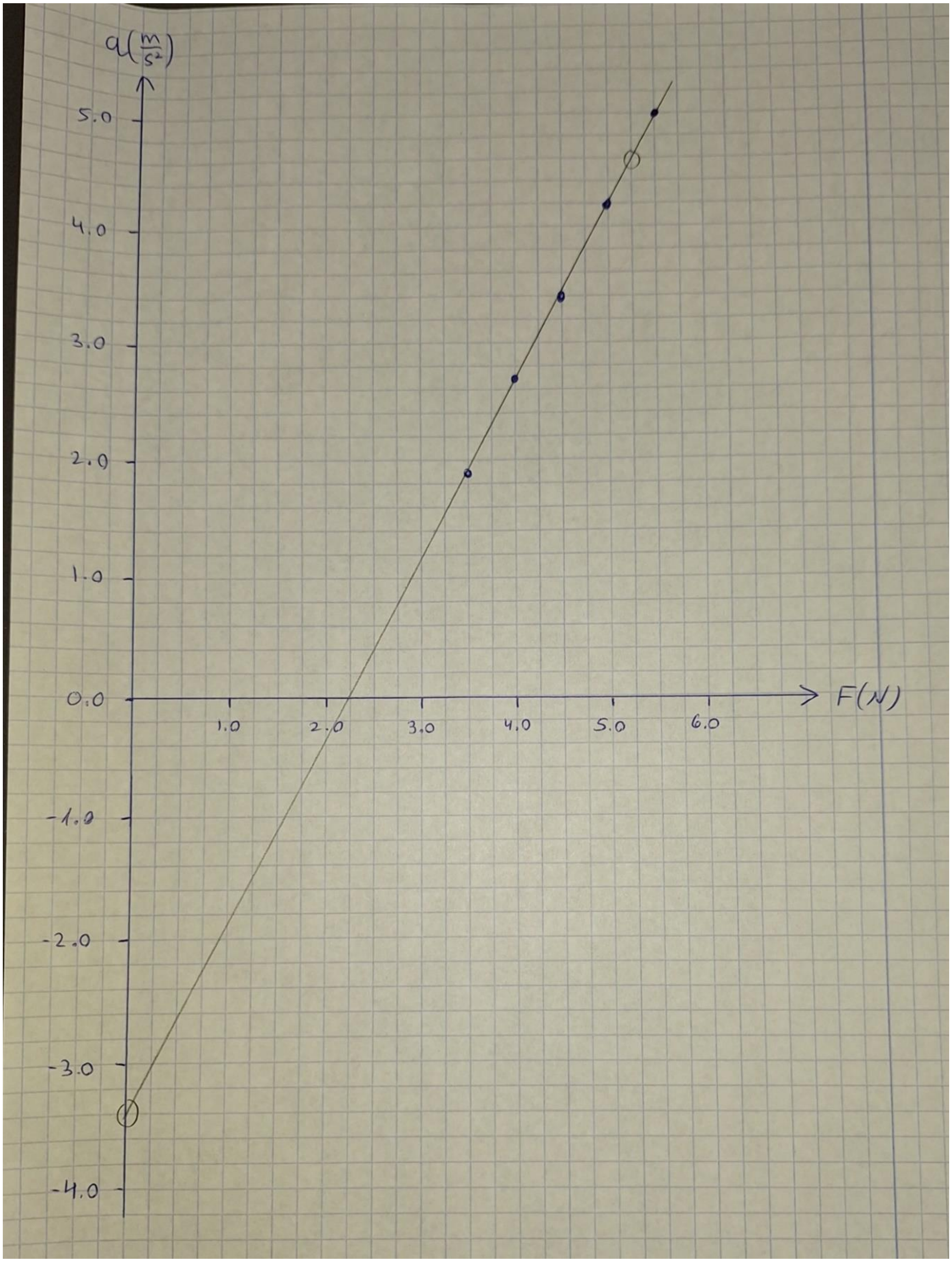
נשים לב ש- $T = F$, מאחר והמתיחות בחוט שווה לכוח הפועל בקצהו.

הביטוי לחיכוך הוא: $f_k = \mu N = \mu mg$

נציב ונקבל: $F - \mu mg = ma$, כלומר:

$$a = \frac{1}{m}F - \mu g$$

סעיף ג (1)+(2)



הערות: (1) בהתאם לגרף שסרטטו העונים עשויות להתקבל תוצאות שונות מעט בסעיף ד'.

(2) ניתן לסרטט גרף, בקנה מידה מתאים, ללא הצד השלילי של הציר האנכי.

סעיף ד

(1) נמצא את שיפוע הגרף בעזרת שתי נקודות מתוך קו המגמה: $(0\,,-3.4)$, $(5.25\,,4.6)$:

$$A=\frac{4.6-(-3.4)}{5.25-0}=1.524\,\frac{1}{kg}$$

על פי הביטוי שפיתחנו עבור התאוצה, המשמעות הפיזיקלית של השיפוע היא $A=\frac{1}{m}$ ולכן:

$$m=\frac{1}{A}=\frac{1}{1.524}=0.656\;kg$$

(2) המשמעות הפיזיקלית של נקודת החיתוך עם הציר האנכי היא $-\mu g$ ולכן:

$$-\mu g=-3.4\quad\Rightarrow\quad \mu=\frac{3.4}{g}=\frac{3.4}{10}=0.34$$

הערה: ניתן כמובן למצוא את נקודת החיתוך עם הציר האנכי באמצעות חישוב מתאים.

סעיף ה

תשובה: התאוצה היא אפס. התיבה לא זזה.

נימוק א (חישוב התאוצה): בסעיף ד קיבלנו שהקשר האמפירי בין התאוצה והכוח F הוא:
$a=1.524F-3.4$, ניתן לראות שכאשר $F=1.5N$ מתקבלת תאוצה של
$a=1.524\cdot 1.5-3.4=-1.11\,\frac{m}{s^2}$, תאוצה שלילית משמע שהגוף מאיץ נגד הכיוון החיובי שהוגדר במשוואת הכוחות, כלומר שמאלה (בכיוון החיכוך). נתון שהחיכוך הסטטי והקינטי זהים. על פי המצב הפיזיקלי כוח החיכוך הקינטי גדול יותר מהכוח שבו התלמידה משכה. משמע החיכוך אינו קינטי אלא סטטי וגודלו יהיה בדיוק $1.5N$. לכן, כיוון שכוח החיכוך זהה לכוח בו התלמידה מושכת, התיבה לא תזוז במצב זה ולכן תאוצתה היא אפס.

נימוק ב (בעזרת הגרף): ניתן לראות בגרף בסעיף ב' שהכוח המינימלי הדרוש לקיומה של התנועה בתאוצה חיובית הוא כ-$2.2N$, רואים בבירור שהתאוצה שלילית כאשר $F=1.5N$. כפי שהוסבר קודם לכן, התיבה לא זזה במצב זה.

נימוק ג (חישוב החיכוך הסטטי המקסימלי): החיכוך הסטטי המקסימלי הוא:

$$f_{s_{max}} = \mu N = \mu mg = 0.34 \cdot 0.656 \cdot 10 = 2.23N$$

נתון שהתלמידה משכה בכוח $F = 1.5\ N$ שהוא נמוך מהחיכוך הסטטי המקסימלי. על פי העקרון שבפעולת כוח שהוא קטן מכוח החיכוך המרבי לא מתרחשת תנועה, התיבה לא תזוז ותאוצתה היא אפס.

שאלה 3

נתונים: $\alpha = 30° \;\; ; \;\; m = 2kg \;\; ; \;\; \ell = 1m \;\; ; \;\; a = 3m$

סעיף א

תשובה: תרשים 2

נימוק: על הגוף הקטן פועלים שני כוחות: המתיחות T והמשקל mg. הכדור מסתובב בתנועה מעגלית אופקית קצובה ולכן הכוח השקול מכוון כלפי מרכז המעגל. המשמעות היא שהכוח השקול הפועל בכיוון האנכי הוא $\Sigma F_y = 0$ (לכוח השקול יש רכיב אופקי בלבד), לכן הרכיב האנכי של המתיחות T_y חייב להיות שווה ל-mg. התרשים שמתאר זאת בצורה הטובה ביותר הוא תרשים 2.

לגבי המסיחים: תרשים 1 מתאר מתיחות גדולה מדי, הרכיב האנכי של המתיחות יותר גדול מהמשקל, ולכן לא תתאפשר באמצעותו תנועה מעגלית אופקית קצובה. תרשימים 3 ו-4 מציגים כוח נוסף הפועל על הגוף מלבד המתיחות והמשקל ועל כן הם שגויים.

הערה: בבחינה עצמה המשיבים לא נדרשו לספק נימוק לבחירתם, ולכן הנימוק אינו חלק מתשובה מלאה וניתן לקבל ניקוד מלא לסעיף זה גם ללא נימוק. עם זאת, אנו סבורים שלצורך דיון והוראה בכיתה, יש לדרוש מהתלמידים נימוק. אנו מאמינים שבשאלה זו ישנה הזדמנות לדיון פורה בכיתה על הערכת תרשימי כוחות בדגש על הגדלים היחסיים של הכוחות.

דגש דידקטי: תרשים 1 מהווה מסיח משמעותי עבור המשיבים מכיוון שהוא מתבסס על ההבנה שהמתיחות חייבת להיות גדולה יותר מהמשקל, צורת חשיבה שכזו אומנם אינה שגויה (הטענה "המתיחות גדולה מהמשקל" היא טענת אמת) אך היא מתעלמת מהפרופורציות של אורך החיצים, כאשר הרכיב האנכי של המתיחות חייב להיות שווה למשקל. אנו ממליצים למורים להדגיש בהוראתם את אורכם של החצים שבתרשים כפרופורציוניים לגדלי הכוחות ולעודד את התלמידים להסיק מסקנות בצורה כמותית תוך התבססות על שני רכיבי הכוח. למשל: בפתרון המדויק של סעיף ב' (בהמשך) נראה שגודל המתיחות הוא כ-15% יותר מהמשקל, ואכן אורך חץ המתיחות בתרשים 2 הוא בכ-15% יותר ארוך מחץ המשקל. למראית העין קשה להבחין בכך, ואין ציפייה מהתלמידים לבדוק עם סרגל את האורך, אך קל לשלול את תרשים 1 מהסיבה שתוארה לעיל.

סעיף ב

משוואת הכוחות בציר האנכי: $\Sigma F_y = T\cos\alpha - mg = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{2\cdot 10}{\cos 30°} = 23.1N$

סעיף ג

תשובה: המתיחות כאשר המתקן אינו מסתובב קטנה יותר

נימוק א (פיתוח אלגברי): כאשר המתקן אינו מסתובב, $T = mg$, כאשר המתקן מסתובב, $T = \frac{mg}{\cos\alpha}$. נשים לב ש- $\frac{mg}{\cos\alpha} > mg$ שכן $\cos\alpha$ קטן בערכו המוחלט מ-1.

נימוק ב (רכיבי מתיחות): כאשר המתקן לא מסתובב, למתיחות רכיב אנכי בלבד השווה ל-mg. כאשר המתקן מסתובב, למתיחות יש רכיב אופקי בנוסף לרכיב אנכי השווה ל-mg. לכן המתיחות גדולה יותר כאשר המתקן מסתובב.

נימוק ג (חישוב): כאשר המתקן אינו מסתובב, $T = mg = 2\cdot 10 = 20N < 23.1N$.

סעיף ד

משוואת הכוחות בציר הרדיאלי: $\Sigma F_R = T\sin\alpha = ma_R = m\omega^2 r = 4\pi^2 f^2 mr$. חלוקת משוואת הכוחות בכל ציר תיתן:

$$\tan\alpha = \frac{4\pi^2 f^2 r}{g}$$

נציב $r = a + \ell\sin\alpha$, נבודד את f ונקבל:

$$f = \sqrt{\frac{g\tan\alpha}{4\pi^2(a+\ell\sin\alpha)}} = \sqrt{\frac{10\cdot\tan 30°}{4\pi^2(3+1\cdot\sin 30°)}} = 0.20Hz$$

הערה: מכיוון שהמתיחות נמצאה בסעיף ב', ניתן גם לפתח את הקשר $f = \sqrt{\frac{T\sin\alpha}{4\pi^2 m(a+\ell\sin\alpha)}}$ ולפתור באמצעותו את סעיפים ד'-ה'.

סעיף ה

כאשר משנים את תדירות הסיבוב, משתנה גם הזווית בין החוט לכיוון האנכי. נמצא את הזווית בין החוט והכיוון האנכי כאשר המתקן מסתובב בתדירות המירבית:

$$T_{max} = \frac{mg}{\cos\alpha_{max}} \Rightarrow \cos\alpha_{max} = \frac{mg}{T_{max}} = \frac{2\cdot 10}{45} \Rightarrow \alpha_{max} = 63.6°$$

ולכן התדירות המירבית היא:

$$f_{max} = \sqrt{\frac{g\tan\alpha_{max}}{4\pi^2(a+\ell\sin\alpha_{max})}} = \sqrt{\frac{10\cdot\tan 63.6°}{4\pi^2(3+1\cdot\sin 36.6°)}} = 0.36Hz$$

שאלה 4

נתונים: $m_A = 0.14kg$

סעיף א

תשובה: גרף 2

נימוק: לפני ההתנגשות, תיבה B נעה שמאלה, נגד הכיוון החיובי. לכן מהירותה שלילית לפני ההתנגשות. גרף 2 מתאים לתיאור זה.

סעיף ב

ניעזר בחוק שימור התנע: $m_Av_A + m_Bv_B = m_Au_A + m_Bu_B$:

$$m_B(v_B - u_B) = m_A(u_A - v_A) \quad \Rightarrow \quad m_B = \frac{u_A - v_A}{v_B - u_B} m_A$$

נחלץ את ערכי המהירויות מהגרפים: $u_B = 5.5\frac{m}{s}\ ;\ u_A = 1\frac{m}{s}\ ;\ v_B = -1.5\frac{m}{s}\ ;\ v_A = 3\frac{m}{s}$:

$$m_B = \frac{1 - 3}{-1.5 - 5.5} \cdot 0.14 = 0.04kg$$

סעיף ג

ניעזר במשפט מתקף-תנע: $J = \Delta p$:

$$J_{B,A} = \Delta p_A = m_Au_A - m_Av_A = m_A(u_A - v_A) = 0.14(1 - 3) = -0.28\ Ns$$

גודל המתקף הוא $0.28\ Ns$ לכיוון שמאל (כפי שמבטא הסימן השלילי בחישוב).

סעיף ד

ניעזר בהגדרת מתקף של כוח קבוע, $J = \bar{F}\Delta t$. את משך ההתנגשות נחלץ מתוך הגרף והוא 5 מילישניות: $\overline{F_{B,A}} = \frac{J_{B,A}}{\Delta t} = \frac{-0.28}{5\cdot 10^{-3}} = -56N$, גודל הכוח הוא $56N$ לכיוון שמאל (כפי שמבטא הסימן השלילי בחישוב).

סעיף ה

תשובה: תלמיד ב' צודק.

נימוק: בכל רגע ורגע במהלך ההתנגשות, התיבות הפעילו זו על זו כוחות בגדלים שווים ובכיוונים מנוגדים, לפי החוק השלישי של ניוטון. משך זמן ההתנגשות זהה לשתיהן. לכן לפי הגדרת המתקף, המתקפים יהיו שווים, ללא קשר למסת התיבות.

שאלה 5

<u>נתונים:</u> $m = 2kg$; $\mu = 0.2$; $x_A = 5m$

<u>סעיף א</u>

השטח הכלוא מבטא את עבודת הכוח החיצוני F, גודלו של השטח:

$$W_F = 5 \cdot 3 + \frac{(5+15)\cdot 2}{2} = 35J$$

<u>סעיף ב</u>

עבודת כוח החיכוך היא עבודה של כוח קבוע: $W_f = f \cdot \Delta x \cdot \cos\theta$, גודלו של כוח החיכוך הוא $f = \mu N = \mu mg$ (עקב התמדה בציר האנכי לפיה $N = mg$) והזווית בינו ובין הדרך היא $180°$, לכן:

$$W_f = \mu mg\Delta x_{OA}\cos 180° = -\mu mg\Delta x_{OA} = -0.2\cdot 2\cdot 10\cdot 5 = -20J$$

<u>סעיף ג</u>

ניעזר במשפט עבודה-אנרגיה: $W_{\text{כוללת}} = \Delta E_k$. נשים לב ש-mg ו-N לא מבצעים עבודה בהיותם מאונכים לתנועה:

$$W_F + W_f = E_{k_A} - E_{k_O} = \frac{1}{2}mv_A^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2(W_F+W_f)}{m}} = \sqrt{\frac{2(35-20)}{2}} = 3.87\frac{m}{s}$$

<u>סעיף ד</u>

<u>דרך א:</u> ניעזר במשפט עבודה-אנרגיה מהנקודה A עד הנקודה B:

$$W_{\text{כוללת}} = \Delta E_k$$

$$W_{f_{AB}} = E_{k_B} - E_{k_A} = 0 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$-\mu mg\Delta x_{AB} = -\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Delta x_{AB} = \frac{v_A^2}{2\mu g} = \frac{3.87^2}{2 \cdot 0.2 \cdot 10} = 3.75m$$

$$\Rightarrow \quad x_B = x_A + \Delta x_{AB} = 5 + 3.75 = 8.75m$$

דרך ב: ניעזר במשפט עבודה-אנרגיה מהנקודה O עד הנקודה B:

$$W_{\text{כוללת}} = \Delta E_k$$

$$W_F + W_{f_{OB}} = 0$$

$$W_F - \mu mg\Delta x_{OB} = 0$$

$$\Delta x_{OB} = x_B = \frac{W_F}{\mu mg} = \frac{35}{0.2 \cdot 2 \cdot 10} = 8.75m$$

סעיף ה

תשובה: ביטוי 3: $x_C > x_B$

נימוק א: בתרחיש השני, עקב התמדה בציר האנכי מתקיים ש- $N_2 = mg - F_{1_y}$ ואי לכך גודלו של הנורמאל קטן יותר מאשר בתרחיש הראשון, לכן גודלו של כוח החיכוך קטן יותר. מכאן שב-5 המטרים הראשונים החיכוך מבצע פחות עבודה, והגוף יגיע לנקודה A עם מהירות גבוהה יותר. בקטע AC גודל כוח החיכוך זהה למקרה הראשון אך הגוף מהיר יותר, ולכן הוא ייעצר בנקודה רחוקה יותר.

נימוק ב: בתרחיש השני, עקב התמדה בציר האנכי מתקיים ש- $N_2 = mg - F_{1_y}$ ואי לכך גודלו של הנורמאל קטן יותר מאשר בתרחיש הראשון, לכן גודלו של כוח החיכוך קטן יותר. עם זאת, עבודת הכוח F_1 שווה לעבודת הכוח F, שכן הרכיב האופקי של F_1 שווה לגודל הכוח F. הגוף ייעצר בנקודה C כלשהי שבה העבודה של החיכוך מ-O עד C שווה לעבודת הכוח F, ומכיוון שגודל החיכוך קטן יותר בקטע OA, הדרך היחידה בה העבודות יהיו שוות היא אם כוח החיכוך יפעל למרחק רב יותר, לכן הגוף ייעצר בנקודה רחוקה יותר.

שאלה 6

<u>נתונים (מדף הנוסחאות)</u>: $M_{\text{אורנוס}} = M = 86.98 \cdot 10^{24} kg$; $R_{\text{אורנוס}} = R = 26.1 \cdot 10^6 m$

<u>סעיף א</u>

נתבונן בכוח הכבידה שפועל על גוף דמיוני בעל מסה m הנמצא על פני אורנוס. לפי חוק הכבידה העולמי הכוח שפועל עליו הוא $F_G = G\frac{Mm}{R^2}$, מצד שני, משקלו הוא $F_G = mg^*$. מכאן ש:

$$g^* = G\frac{M}{R^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{86.98 \cdot 10^{24}}{(26.1 \cdot 10^6)^2} = 8.52\frac{m}{s^2}$$

<u>סעיף ב</u>

<u>נתונים:</u> $r_M = 13 \cdot 10^7\ m$; $r_A = 19 \cdot 10^7\ m$

מירנדה נע בתנועה מעגלית בהשפעת הכבידה של אורנוס, ולכן הכוח הפועל עליו לפי חוק הכבידה העולמי הוא $F_G = G\frac{Mm_M}{r^2}$, לפי החוק השני של ניוטון: $\Sigma F_R = F_G = m_M a_R$ ולכן:

$$a_R = G\frac{M}{r_M^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{86.98 \cdot 10^{24}}{(13 \cdot 10^7)^2} = 0.343\frac{m}{s^2}$$

<u>סעיף ג</u>

נחלץ את זמן המחזור מתוך הביטוי לתאוצה הרדיאלית: $a_R = \omega^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$, ולכן:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = G\frac{M}{r^2} \ \Rightarrow\ T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} r^3}$$

$$T_M = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 86.98 \cdot 10^{24}} \cdot (13 \cdot 10^7)^3} = 1.22 \cdot 10^5 s$$

סעיף ד

דרך א (חישוב T_A): נוכל למצוא את זמן המחזור של אריאל באופן דומה לזה של מירנדה:

$$T_A = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} r_A^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 86.98 \cdot 10^{24}} \cdot (19 \cdot 10^7)^3} = 2.16 \cdot 10^5 s$$

ולכן יחס זמני המחזור הוא:

$$\frac{T_A}{T_M} = \frac{2.16 \cdot 10^5}{1.22 \cdot 10^5} = 1.767$$

דרך ב (חוק שלישי של קפלר): לפי החוק השלישי של קפלר $\left(\frac{r_A}{r_M}\right)^3 = \left(\frac{T_A}{T_M}\right)^2$ ולכן:

$$\frac{T_A}{T_M} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_M}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{19 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^6}\right)^3} = 1.767$$

סעיף ה

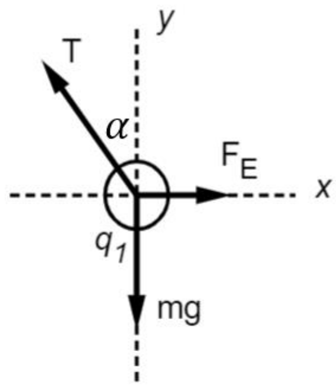
תשובה: היחס יהיה שווה.

נימוק: לפי החוק השלישי של קפלר, עבור שני לוויינים החגים סביב אותה פלנטה בהשפעת כבידה בלבד מתקיים $\left(\frac{r_A}{r_M}\right)^3 = \left(\frac{T_A}{T_M}\right)^2$, ללא קשר למסת הפלנטה שסביבה הירחים נעים. לכן אם יחס הרדיוסים שווה, גם יחס זמני המחזור יהיה שווה. הרדיוסים זהים ולכן יחס זמני המחזור שווה.

חשמל ומגנטיות

שאלה 1

<u>סעיף א</u>



(1) נפרק את המתיחות לרכיבים ונקבל את:

משוואת הכוחות בציר האופקי: $\Sigma F_x = F_E - T\sin\alpha = 0$

משוואת הכוחות בציר האנכי: $\Sigma F_y = T\cos\alpha - mg = 0$

הצבת ביטוי לכוח החשמלי $F_E = q_1 E$ וחלוקת המשוואות תיתן:

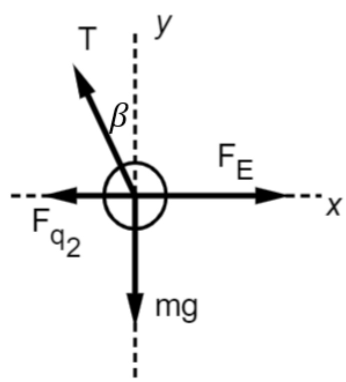
$$\begin{cases} T\sin\alpha = q_1 E \\ T\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{q_1 E}{mg}$$

(2) <u>נתונים:</u> $\alpha = 14°\ ;\ E = 5700\frac{N}{C}\ ;\ m = 0.2gr = 0.2\cdot 10^{-3}kg$

על המטען החשמלי q_1 פועל כוח בכיוון השדה (ימינה) ומכאן שסימן המטען הוא חיובי. נחלץ את q_1 מהביטוי שקיבלנו ונציב את הנתונים:

$$q_1 = \frac{mg\tan\alpha}{E} = \frac{0.2\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot \tan 14°}{5700} = 8.75\cdot 10^{-8}C$$

<u>סעיף ב</u>



T (מתיחות) – מופעל ע"י החוט.

F_E (כוח חשמלי) – מופעל ע"י השדה החשמלי.

F_{q_2} (כוח חשמלי) – מופעל ע"י המטען q_2.

mg (משקל) – מופעל ע"י כדור הארץ.

סעיף ג

נפרק את המתיחות לרכיבים ונקבל את:

משוואת הכוחות בציר האנכי: $\Sigma F_y = T\cos\beta - mg = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{mg}{\cos\beta}$

משוואת הכוחות בציר האופקי: $\Sigma F_x = F_E - F_{q_2} - T\sin\beta = 0 \;\Rightarrow\; F_E = F_{q_2} + T\sin\beta$

הצבת ביטוי לכוח החשמלי שמפעיל q_2 (חוק קולון - $F_{q_2} = \frac{kq_1q_2}{r^2}$), הכוח החשמלי שמפעיל השדה החשמלי ($F_E = q_1E$) והצבת הביטוי למתיחות שהתקבל ממשוואת הכוחות בציר האנכי:

$$q_1E = \frac{kq_1q_2}{r^2} + mg\tan\beta$$

$$E = k\frac{q_2}{r^2} + \frac{mg}{q_1}\tan\beta$$

סעיף ד

נמצא את שיפוע הגרף בעזרת שתי נקודות ברורות שהקו הישר עובר דרכן (**הערה:** אין הכרח לבחור בנקודות שנמדדו): $(20\,,3000)$, $(60\,,5000)$:

$$A = \frac{5000-3000}{60-20} = 50\frac{Nm^2}{C}$$

מתוך הביטוי שפיתחנו עבור השדה, המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף היא kq_2 ולכן:

$$q_2 = \frac{A}{k} = \frac{50}{9\cdot 10^9} = 5.555\cdot 10^{-9}C = 5.56nC$$

נמצא את נקודת החיתוך עם הציר האנכי: $b = y - Ax = 5000 - 50\cdot 60 = 2000\frac{N}{C}$

הערה: ניתן גם למצוא את נקודת החיתוך עם הציר האנכי מתוך הגרף הנתון על ידי המשכת קו המגמה בעזרת סרגל עד לחיתוך עם הציר האנכי, וקריאת הערך המספרי $2000\frac{N}{C}$.

מתוך הביטוי שפיתחנו, המשמעות הפיזיקלית של נקודת החיתוך היא $\frac{mg}{q_1}\tan\beta$ ולכן:

$$\tan\beta = \frac{q_1b}{mg} = \frac{8.75\cdot 10^{-8}\cdot 2000}{0.2\cdot 10^{-3}\cdot 10} = 0.0875 \;\Rightarrow\; \beta = 5°$$

סעיף ה

תשובה: ביטוי 3. כן, במקרה זה $q_2 < q_1$.

נימוק א: תחילה יש לשים לב שבכדי ששני הכדורים יסטו ימינה דרוש ש-q_2 יהיה מטען חיובי (אחרת, על q_2 יפעלו שני כוחות חשמליים לכיוון שמאל, והוא לא יסטה ימינה). בכדי שזווית הסטייה יחסית לאנך תהייה זהה, דרוש שהרכיבים האופקי והאנכי של המתיחות יהיו שווים לשני הכדורים. הרכיב האנכי של המתיחות שווה למשקל $T_y = mg$ ולכן בכל מקרה יהיה שווה בשני הכדורים. הרכיב האופקי של המתיחות שווה לסך הכוחות החשמליים הפועלים ימינה $T_x = \Sigma F_E$.

בכדי שסכום הכוחות החשמליים ימינה יהיה שווה בשני הכדורים דרוש:

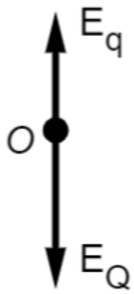
$$F_{E_1} - F_{q_2} = F_{E_2} + F_{q_1}$$
$$q_1 E - F_{q_2} = q_2 E + F_{q_1}$$

נשים לב שלפי החוק השלישי של ניוטון (או לחלופין מהצבה בחוק קולון) $F_{q_2} = F_{q_1}$ ולכן:

$$q_1 = q_2 + \frac{2F_{q_2}}{E} > q_2$$

נימוק ב: כדי ששני הכדורים יסטו ימינה באותה זווית, והם באותה מסה, נדרש שהשדה החשמלי ישפיע יותר על מטען q_1. דבר שיכול להתקיים רק אם מטענו של q_1 יהיה גדול יותר מ- q_2.

שאלה 2



<u>סעיף א</u>

עוצמת שדה חשמלי נתונה לפי $E = \frac{kQ}{r^2}$ וכיוונו נקבע לפי כיוון הכוח שיפעל על מטען בוחן. לכן: המטען Q יוצר שדה כלפי מטה בנקודה O בעוד המטען q יוצר שדה כלפי מעלה. $E_Q > E_q$ מכיוון ש- $Q > q$ בעוד המרחקים שווים. מכאן שגודל השדה החשמלי השקול בנקודה O הוא:

$$E_O = E_Q - E_q = \frac{kQ}{d^2} - \frac{kq}{d^2} = \frac{k(Q-q)}{d^2}$$

וכיוונו כלפי מטה, לכיוון השלילי של ציר y.

<u>סעיף ב</u>

<u>תשובה:</u> לא.

<u>נימוק:</u> פוטנציאל הוא סקלר. לכן בכל נקודה במרחב הפוטנציאל החשמלי יהיה $V = V_Q + V_q$, שני המטענים חיוביים ולכן הפוטנציאל הנוצר מהם הוא חיובי. לא ייתכן שסכום שני מספרים חיוביים יהיה אפס.

<u>סעיף ג</u>

<u>נתונים:</u> $Q = 6 \cdot 10^{-10} C \;\; ; \;\; d = 6cm$

ניתן לראות שקו שווה-פוטנציאל של $72V$ עובר בנקודה $(8cm\,, 0)$. לפי משפט פיתגורס: המרחק של נקודה זו מכל אחד מהמטענים הוא $r = \sqrt{d^2 + x^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10cm = 0.1m$, לכן:

$$V = \frac{kQ}{r} + \frac{kq}{r}$$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{rV}{k} - Q = \frac{0.1 \cdot 72}{9 \cdot 10^9} - 6 \cdot 10^{-10} = 2 \cdot 10^{-10} C$$

<u>**הערה:**</u> ניתן לבחור נקודות אחרות בתרשים בהן הפוטנציאל ידוע, אפילו כאלה שאינן באותו מרחק מ-Q ומ-q (כדוגמת הנקודה $(0\,, 24cm)$ בה הפוטנציאל החשמלי הוא $36V$) ואז הביטוי

עבור המטען עשוי להיראות קצת שונה והערך המתקבל עשוי להיות שונה (למשל: שימוש בנקודה $(0\ ,18cm)$ שהפוטנציאל החשמלי בה $54V$ מוביל לתוצאה $q = 2.4 \cdot 10^{-10}C$).

<u>סעיף ד</u>

<u>נתונים:</u> $q_{e^+} = 1.6 \cdot 10^{-19}C$; $m_{e^+} = 9.11 \cdot 10^{-31}kg$; $v_O = 5.2 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

נמצא תחילה את הפוטנציאל החשמלי בנקודה O:

$$V_O = \frac{kQ}{d} + \frac{kq}{d} = \frac{k(Q+q)}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (6 \cdot 10^{-10} + 2 \cdot 10^{-10})}{0.06} = 120V$$

במהלך תנועת הפוזיטרון הכוח היחיד שמבצע עבודה הוא הכוח החשמלי, שהוא כוח משמר.
ניעזר בחוק שימור האנרגיה כדי למצוא את מהירות הפוזיטרון בנקודה B:

$$E_O = E_B$$

$$E_{k_O} + U_{E_O} = E_{k_B} + U_{E_B}$$

ביטוי לאנרגיה הקינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$; ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית: $U_E = qV$.

$$\frac{1}{2}mv_O^2 + qV_O = \frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B$$

נבודד מהביטוי את מהירות החלקיק בנקודה B, נציב את הנתונים ונקבל:

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_O^2 + \frac{2q(V_O - V_B)}{m}} = \sqrt{(5.2 \cdot 10^6)^2 + \frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}(120 - 72)}{9.11 \cdot 10^{-31}}}$$

$$= 6.63 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

<u>סעיף ה</u>

<u>תשובה:</u> כיוון 2.

נימוק: כיוון התאוצה הוא בכיוון הכוח החשמלי, לפי החוק השני של ניוטון. כיוון הכוח החשמלי הוא בכיוון השדה, משום שהפוזיטרון טעון במטען חיובי. כיוון השדה החשמלי הוא במאונך לקווים שווי-פוטנציאל ובמורד הפוטנציאל. כיוון 2 בשושנת הכיוונים מתאר זאת בצורה הטובה ביותר.

שאלה 3

נתונים: $V_1 = 8V\ ;\ I = 1.25A\ ;\ \varepsilon = 12V$

<u>סעיף א</u>

לפי חוק אוהם על המוט העליון: $V_X = I_X R_X \ \Rightarrow R_X = \frac{V_X}{I_X}$. המתח על הנגד V_X הוא המתח שמורה הוולטמטר V_1 והזרם דרך הנגד הוא הזרם שמורה האמפרמטר. נבודד את R_X, נציב את הנתונים ונקבל:

$$R_X = \frac{V_1}{I} = \frac{8}{1.25} = 6.4\Omega$$

<u>סעיף ב</u>

מכיוון ששני המוטות זהים, בעלי התנגדות זהה ומפל המתח עליהם זהה (מאחר והם מחוברים במקביל זה לזה), הרי שהזרם החשמלי דרכם זהה, מכאן שהזרם החשמלי דרך הסוללה ודרך הנגד R כפול מהזרם שזורם דרך כל אחד מהמוטות, כלומר: $I_0 = 2I = 2.5A$. המתח על הנגד R הוא I_0R (לפי חוק אוהם) ולכן:

$$V_1 + I_0 R = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{\varepsilon - V_1}{I_0} = \frac{12 - 8}{2.5} = 1.6\Omega$$

<u>סעיף ג</u>

<u>נתונים:</u> $V_2 = 6V\ ;\ L = 40cm = 0.4m$

נמצא את התנגדות הקטע MP של הנגד באופן דומה לסעיף א' (המתח הוא V_2): $R_{MP} = \frac{V_2}{I}$, התנגדות זו מקיימת את הקשר $R_{MP} = \lambda L$ ולכן:

$$\lambda = \frac{V_2}{LI} = \frac{6}{0.4 \cdot 1.25} = 12\,\frac{\Omega}{m}$$

סעיף ד

דרך 1 (התנגדות שקולה): הזרם דרך מקור המתח הוא $I_0 = \frac{\varepsilon}{R_T}$, כפי שראינו בסעיף ב', הזרם דרך כל הנגדים זהה ולכן הזרם דרך מקור המתח הוא $I_0 = nI$. ההתנגדות השקולה של כל הנגדים היא $R_{X_T} = \frac{R_X}{n}$ משום שהם מחוברים במקביל, ולכן $R_T = \frac{R_X}{n} + R$. נציב ונקבל:

$$I_0 = nI = \frac{\varepsilon}{\frac{R_X}{n} + R}$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R_X + nR}$$

דרך 2 (הוריית הוולטמטר V_1): כפי שהוסבר בסעיף ב', הזרם דרך כל הנגדים זהה ולכן הזרם דרך מקור המתח הוא $I_0 = nI$. הקשר שפיתחנו בסעיף ב' $V_1 + I_0 R = \varepsilon$ עדיין תקף. נשים לב ש-V_1 הוא המתח על כל מוט ולכן $V_1 = R_X I$. נציב ונקבל:

$$R_X I + nRI = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R_X + nR}$$

סעיף ה

תשובה: היגד 1. ההוריות של שני מדי-המתח קטנות.

נימוק: נתייחס ל-V_1: ככל שנוסיף נגדים במקביל, ההתנגדות השקולה במעגל קטנה, הזרם יגדל ולכן לפי הביטוי $V_1 = \varepsilon - I_0 R$, הוריית V_1 תקטן.
נתייחס ל-V_2: בביטוי שבסעיף ד' קיבלנו שהזרם הנמדד במד הזרם קטן ככל ש-n גדל. מאחר ומד המתח V_2 מודד את המתח על חלק מהנגד, $V_2 = R_{MP} I = \lambda L I$, כאשר הזרם קטן, הוריית V_2 תקטן.

שאלה 4

סעיף א

תשובה: הוריית מד-המתח V גדלה.

נימוק: בהזזת הגררה הניידת לכיוון הקצה L, ההתנגדות במעגל גדלה. לפי חוק אוהם ($I = \frac{\varepsilon}{R_T+r}$) עוצמת הזרם במעגל קטנה, ולפי $V = \varepsilon - Ir$ מתח ההדקים הנמדד על ידי V גדל.

סעיף ב

הנקודה המתאימה למצב בו ההתנגדות היא מקסימלית היא הנקודה בה הזרם הוא הנמוך ביותר, קרי הנקודה M_1. ההספק של הנגד נתון לפי הגדרת הספק וחוק אוהם: $P = VI = I^2R$.
נקרא מהגרף את ערכי ההספק והזרם בנקודה M_1 ונציב:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{3.5}{0.5^2} = 14\Omega$$

סעיף ג

דרך 1 (לפי המתחים): נשתמש בקשר $V = \varepsilon - Ir$ ובשתי נקודות מהגרף בכדי לפתור מערכת משוואות. נבחר בנקודות M_1 ו-M_2 (**הערה:** ניתן לבחור בכל שתי נקודות מהגרף), תחילה נמצא את המתח בכל נקודה ונציב בביטוי עבור מתח ההדקים:

$$V = \frac{P}{I} \Rightarrow V_1 = \frac{3.5}{0.5} = 7V\,; V_2 = \frac{6}{1} = 6V$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7 = \varepsilon - 0.5r \\ 6 = \varepsilon - 1r \end{cases}$$

חיסור בין המשוואות: $7 - 6 = 0.5r \Rightarrow r = 2\Omega$, הצבה לאחת המשוואות: $\varepsilon = 8V$

דרך 2 (לפי הספקים): נפתח ביטוי להספק: $P = VI = (\varepsilon - Ir)I = \varepsilon I - I^2r$. נציב שתי נקודות מהגרף (M_2 ו-M_3) בכדי לפתור מערכת משוואות:

$$\begin{cases} 6 = \varepsilon \cdot 1 - 1^2 \cdot r = \varepsilon - r \\ 8 = \varepsilon \cdot 2 - 2^2 \cdot r = 2\varepsilon - 4r \end{cases}$$

הכפלת המשוואה הראשונה פי 2 וחיסור בין המשוואות: $r = 2\Omega$ $\Rightarrow$ $12 - 8 = 2r$, הצבה לאחת המשוואות: $\varepsilon = 8V$

<u>דרך 3 (נקודת מקסימום):</u> הביטוי להספק הוא $P = \varepsilon I - I^2 r$, נקודה M_3 היא נקודת המקסימום בגרף, בה הנגזרת של ההספק לפי הזרם מתאפסת: $P' = \varepsilon - 2Ir$. נציב את ערכי נקודת המקסימום בכדי לקבל מערכת משוואות:

$$\begin{cases} 8 = \varepsilon \cdot 2 - 2^2 \cdot r = 2\varepsilon - 4r \\ 0 = \varepsilon - 2 \cdot 2r = \varepsilon - 4r \end{cases}$$

חישוב בין המשוואות: $\varepsilon = 8V$. הצבה לאחת המשוואות: $r = 2\Omega$ $\Rightarrow$ $0 = 8 - 4r$

<u>סעיף ד</u>

ההספק המבוזבז בסוללה נתון לפי $P_{\text{מבוזבז}} = (\varepsilon - V)I = I^2 r$. כלומר ההספק המבוזבז גדול יותר ככל שהזרם גדול יותר. מכאן שההספק המבוזבז במדידה M_4 גדול יותר. נחשב פי כמה:

$$\frac{P_{M_4}}{P_{M_2}} = \frac{I_4^2 r}{I_2^2 r} = \left(\frac{I_4}{I_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9$$

<u>סעיף ה</u>

<u>תשובה:</u> היגד 3. ההוריות של מכשירי המדידה זהות להוריות עבור הנקודה M_5.

<u>נימוק:</u> המדידה M_5 בגרף מתארת מצב של קצר. מד המתח מורה על $V = 0$ ומד הזרם מורה על זרם הקצר $I_{\text{קצר}} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{8}{2} = 4A$. במעגל בתרשים 3 מכשירי המדידה אידיאליים (התנגדות האמפרמטר היא אפס והתנגדות הוולטמטר "אינסופית"), מד הזרם מקצר את הסוללה בעוד מד המתח מנתק את שאר המעגל מהסוללה. מכאן שהאמפרמטר מורה על זרם הקצר והוולטמטר מורה על מתח הדקי הסוללה (אין מפל מתח בנגד KL משום שלא זורם זרם דרכו) שהוא $V = 0$.

שאלה 5

<u>נתונים:</u> $v_0 = 2 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$; $q = 1.6 \cdot 10^{-19}C$; $B_1 = 0.05T$; $t_1 = 3.279 \cdot 10^{-7}s$

<u>סעיף א</u>

המטען הוא חיובי. בנקודת הכניסה M – כיוון המהירות הוא ימינה (כיוון האצבעות), כיוון הכוח הוא כלפי מרכז המעגל, דהיינו למעלה (כיוון האגודל). לכן לפי כלל יד ימין כיוון השדה $\overrightarrow{B_1}$ הוא לתוך הדף (יוצא מכף היד).

<u>**הערה:**</u> אפשר להוסיף תרשים המתאר את כיווני הווקטורים של הכוח, המהירות והשדה במקום התיאור המילולי של ווקטורים אלה, אך <u>חובה</u> לפרט את אופן היישום של כלל יד ימין.

<u>סעיף ב</u>

נפתח ביטוי עבור זמן המחזור: חוק שני של ניוטון עבור תנועה מעגלית: $\Sigma F_R = F_B = ma_R$.
ביטוי לכוח המגנטי הוא $F_B = qvB\sin\alpha$, ביטוי לתאוצה הרדיאלית הוא $a_R = \frac{v^2}{R}$ והזווית בין המהירות לשדה היא $90°$, לכן: $qvB = \frac{mv^2}{R}$, דהיינו $R = \frac{mv}{qB}$, נציב ביטוי עבור המהירות בתנועה מעגלית $v = \frac{2\pi R}{T}$ ונקבל $R = \frac{2\pi Rm}{qBT}$, כלומר, $T = \frac{2\pi m}{qB}$. נשים לב שמסלול החלקיק הוא רבע מעגל ולכן $t_1 = \frac{1}{4}T = \frac{\pi m}{2qB_1}$. נבודד מכאן את מסת החלקיק, נציב את הנתונים ונקבל:

$$m = \frac{2qB_1t_1}{\pi} = \frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.05 \cdot 3.279 \cdot 10^{-7}}{\pi} = 1.67 \cdot 10^{-27}kg$$

(ככל הנראה החלקיק בשאלה הוא פרוטון, שכן מטענו ומסתו זהים לאלו של פרוטון).

<u>סעיף ג</u>

<u>נתון:</u> $KP = 62.6cm = 0.626m$

ראינו בסעיף הקודם שהקשר בין רדיוס הסיבוב, עוצמת השדה המגנטי ומהירות החלקיק הוא $R = \frac{mv}{qB}$, לכן נציב את הביטוי ל-NP: $KN = R_1 = \frac{mv_0}{qB_1}$ ו- $NP = 2R_2 = \frac{2mv_0}{qB_2}$.

חשוב לציין שהמהירות זהה בשני המלבנים מכיוון שהשדה המגנטי לא מבצע עבודה (הכוח המגנטי תמיד מאונך לכיוון התנועה). הביטוי ל-KP הוא:

$$KP = \frac{2mv_0}{qB_2} + \frac{mv_0}{qB_1}$$

נבודד את B_2, נציב את הנתונים ונקבל:

$$\frac{2mv_0}{qB_2} = KP - \frac{mv_o}{qB_1}$$

$$\frac{qB_2}{2mv_0} = \left(KP - \frac{mv_0}{qB_1}\right)^{-1}$$

$$B_2 = \frac{2mv_0}{q}\left(KP - \frac{mv_0}{qB_1}\right)^{-1}$$

$$B_2 = \frac{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19}}\left(0.626 - \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.05}\right)^{-1} = 0.2T$$

כיוון השדה המגנטי $\overrightarrow{B_2}$ נקבע לפי כלל יד ימין: בנקודה N כיוון המהירות הוא למעלה (אצבעות), כיוון הכוח הוא ימינה (אגודל) ולכן כיוון השדה הוא החוצה מהדף (יוצא מכף היד).

הערה: אפשר להוסיף תרשים המתאר את כיווני הווקטורים של הכוח, המהירות והשדה במקום התיאור המילולי של ווקטורים אלה, אך חובה לפרט את אופן היישום של כלל יד ימין.

סעיף ד

על מנת שהמטען ינוע בקו ישר, דרוש לפי החוק הראשון של ניוטון ש- $\Sigma F = 0$. לכן, כיוון הכוח החשמלי הוא במנוגד לכיוון הכוח המגנטי. כיוון הכוח המגנטי לפי כלל יד ימין הוא ימינה [מהירות – למטה (אצבעות), שדה – לתוך הדף (יוצא מכף היד) ולכן הכוח ימינה (אגודל)], לכן כיוון הכוח החשמלי הוא שמאלה. מכיוון שהמטען חיובי, פועל עליו כוח בכיוון השדה. לכן השדה החשמלי $\vec{E}$ מכוון שמאלה. נחשב את עוצמת השדה החשמלי באמצעות משוואת הכוחות:

$$\Sigma F = qE - qv_0B_1 \sin 90° = 0 \quad \Rightarrow E = v_0B_1 = 2 \cdot 10^6 \cdot 0.05 = 10^5 \frac{N}{C}$$

סעיף ה

תשובה: כן, הפכו את הכיוונים של השדות המגנטיים $\overrightarrow{B_1}$ ו-$\overrightarrow{B_2}$. לא החליפו את הכיוון של $\vec{E}$.

נימוק: נתבונן בכל אחד מהשדות בנפרד:

עבור השדה $\overrightarrow{B_1}$: בכל נקודה במסלול $M \to N$ כיוון המהירות התהפך בהשוואה למקרה הראשון, אך כיוון הכוח נשאר זהה. הדבר אפשרי רק אם הוחלף הכיוון של $\overrightarrow{B_1}$.

עבור השדה $\overrightarrow{B_2}$: בכל נקודה במסלול $N \to P$ כיוון המהירות התהפך בהשוואה למקרה הראשון, אך כיוון הכוח נשאר זהה. הדבר אפשרי רק אם הוחלף הכיוון של $\overrightarrow{B_2}$.

עבור השדה $\vec{E}$: לאורך המסלול $P \to Z$ התהפכו גם כיוון המהירות וגם כיוון השדה המגנטי, בהשוואה למקרה הראשון. לכן כיוון הכוח המגנטי לא השתנה. לכן, על מנת ש-$\Sigma F = 0$ כמו בסעיף ד', גם כיוון הכוח החשמלי לא השתנה. מכאן שלא הוחלף הכיוון של $\vec{E}$.

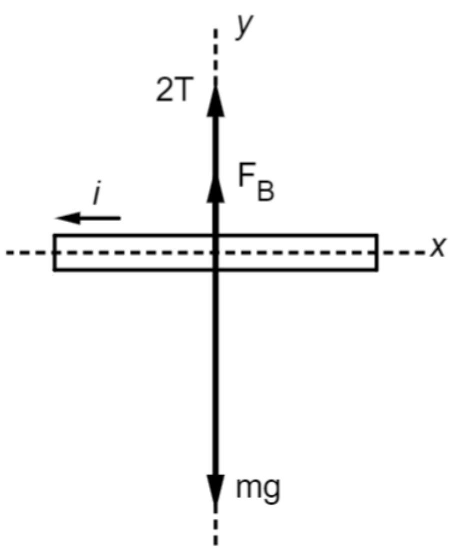
שאלה 6

<u>נתון:</u> $L = 10cm = 0.1m$

<u>סעיף א</u>

<u>תשובה:</u> כיוון השדה המגנטי מ-Q ל-P.

<u>נימוק:</u> ככל שעוצמת הזרם גדלה, הכוח המגנטי שמפעיל המגנט על המוט גדל לפי $F_B = BIL$. רואים בטבלה שככל שעוצמת הזרם גדלה, המתיחות קטנה. משמע כיוון הכוח המגנטי הוא כלפי מעלה (אגודל). כיוון הזרם הוא מימין לשמאל (אצבעות). לכן לפי כלל יד ימין, כיוון השדה המגנטי הוא מ-Q ל-P (יוצא מכף היד).



<u>סעיף ב</u>

משוואת הכוחות הפועלים על המוט המוליך בציר האנכי:

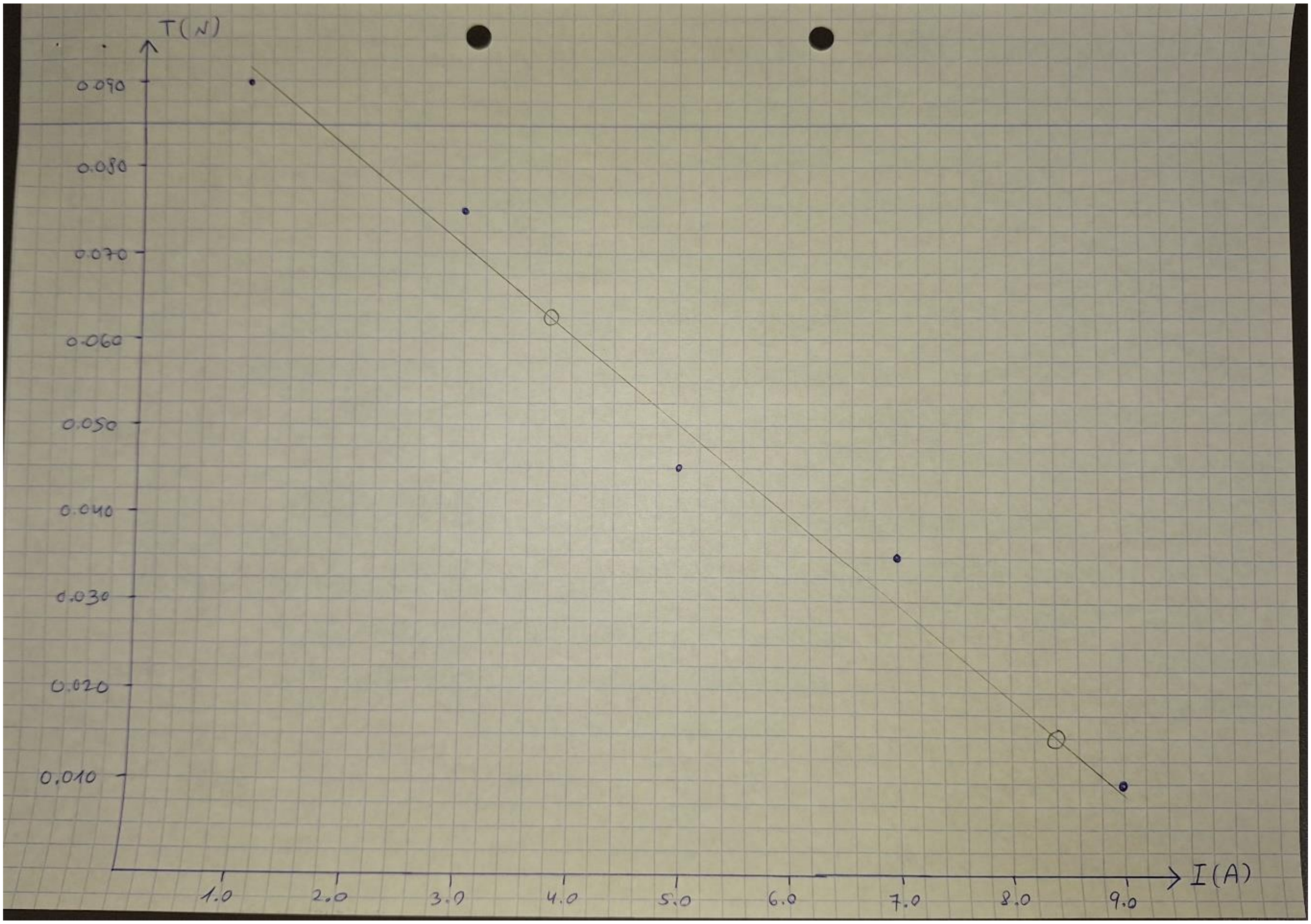
$$\Sigma F = 2T + F_B - mg = 0$$

$$\Rightarrow T = -\frac{F_B}{2} + \frac{mg}{2}$$

נציב את הביטוי עבור הכוח המגנטי $F_B = BIL$ ונקבל את הביטוי למתיחות כפונקציה של הזרם:

$$T = -\frac{BL}{2}I + \frac{mg}{2}$$

סעיף ג (1)+(2)



הערה: בהתאם לגרף שסרטטו העונים עשויות להתקבל תוצאות שונות מעט בסעיף ד'.

סעיף ד

נמצא את שיפוע הגרף בעזרת שתי נקודות מתוך קו המגמה: $(8.4\,, 0.015)$, $(3.8\,, 0.0625)$:

$$A = \frac{0.015 - 0.0625}{8.4 - 3.8} = -0.0103 \approx -0.01\,\frac{N}{A}$$

לפי הביטוי שקיבלנו עבור המתיחות, המשמעות הפיזיקלית של שיפוע הגרף היא $-\frac{BL}{2}$ ולכן:

$$B = -\frac{2A}{L} = -\frac{2 \cdot (-0.01)}{0.1} = 0.2T$$

נמצא את נקודת החיתוך עם הציר האנכי: $b = y - Ax = 0.015 - (-0.01) \cdot 8.4 = 0.1N$

__הערה:__ ניתן גם למצוא את נקודת החיתוך עם הציר האנכי ישירות מתוך הגרף, על ידי המשכת קו המגמה בעזרת סרגל עד לחיתוך עם הציר האנכי, וקריאת הערך המספרי $0.1\ N$.

לפי הביטוי שקיבלנו עבור המתיחות, המשמעות הפיזיקלית של נקודת החיתוך היא $\frac{mg}{2}$ ולכן:

$$m = \frac{2b}{g} = \frac{2 \cdot 0.1}{10} = 0.02kg$$

__סעיף ה__

__תשובה:__ גרף 1.

__נימוק:__ לפי כלל הבורג, השדה המגנטי שנוצר בסילונית מקביל לציר הסילונית (לאורכו). גם הזרם מקביל לציר הסילונית ומכאן שהשדה המגנטי והזרם החשמלי מקבילים זה לזה (הזווית ביניהם $0°$ או $180°$), כתוצאה מכך לא יפעל כוח מגנטי על המוט ($F_B = BIL \sin\alpha = 0$) ולכן לא תהייה השפעה של הזרם על המתיחות. כלומר המתיחות תישאר קבועה כתלות בזרם. גרף 1 מתאר זאת בצורה הטובה ביותר.

מעבדת חקר

- הפתרון המוצג מסתמך על תוצאות המדידות כפי שהופיעו בשאלון החקר תשפ"ד. במדידות התלמידים בפועל התקבלו כמובן תוצאות בטווח מסוים, ובהתאם לכך הערכים המחושבים, שיפועי גרפים וכיוצא בזאת.
- הפתרון להלן מציג מספר היבטים:
  - פתרון מלא ומפורט ברמת פתרון מורה.
  - דגשים דידקטיים להוראה בכיתה.
  - העמקה והרחבה של הדיון בהיבטים מסוימים בנספחים.
- לאור טעויות נפוצות מאוד של תלמידים שעלו בהערכת הבגרות, ניכרים פערים בהבנת התלמידים במספר סוגיות מפתח. לאור זאת אנו ממליצים למורים להיעזר בדגשים הדידקטיים, המופיעים במסמך זה, במהלך הוראת המעבדה. בפרט בכל הנוגע לסוגים של אי-ודאות במדידה ומקורן, תכנון ניסוי והפעלת שיקול דעת בביצועו, הקשר בין חקר אמפירי ומודל, הסקת מסקנות והערכת תוקפן.
- נדגיש שמסמך זה מיועד עבור מורים. התשובות לשאלות, ההערות, הדגשים הדידקטיים והנספחים מתאימים לדיון והוראה בכיתה וכתוצאה מכך רמת הפירוט בהם רבה ביותר. רמה זו של פירוט והכללה אינה בהכרח מייצגת את הרמה המצופה מתלמידים במענה על התשובות בזמן בחינת הבגרות. אנו ממליצים למורים להיעזר במסמך זה במהלך הוראת המעבדה תוך הפעלת שיקול דעת בהתאמתו לכיתתם.

חלק א – שאלות 1-10

שאלה 1

סעיף א

מרכז המקבץ נקבע כממוצע פשוט של 5 המדידות, זאת מאחר ואין עדיפות למדידה מסוימת. ערכי המדידות בסעיף זה הינן:

מס'	1	2	3	4	5
$x\ [cm]$	20.2	20.3	20.6	20.6	20.9

הממוצע הוא:

$$\bar{x} = \frac{20.2 + 20.3 + 20.6 + 20.6 + 20.9}{5} = 20.5\ cm$$

<u>הערה</u>: ניתן גם לקבוע את הממוצע באופן גאומטרי ע"י סימון מעגל סביב המקבץ וקביעת מרכז המעגל כממוצע, בדומה לניסוי "התנגשות בשני ממדים".

<u>דגשים דידקטיים</u>:

- למעשה, אי הוודאות בפועל בקביעת מרכז המקבץ גדולה יותר, עקב סטיית התקן[1] של מיקומי הנקודות סביב הממוצע (שגיאה סטטיסטית), אך לא הייתה לכך התייחסות בשאלה. יש לציין כי במידה וקיימת שונות רבה בין ערכי המדידות במקבץ, הרי ששימוש בממוצע כמייצג שלהן הינו בעייתי, ויש להפעיל שיקול דעת בניתוח התוצאות ואולי אף לחזור על הניסוי במידת הצורך.
- כמו כן יש לזכור כי אי הוודאות במדידה היא המקסימום מבין אי הוודאות של מכשיר המדידה (שנתות הסרגל) וסטיית התקן, כך שגם גם במידה וסטיית התקן במדידות קטנה מאי הוודאות של מכשיר המדידה, הרי שאי הוודאות בפועל הינה הגדולה מבין השתיים – שנתות הסרגל.

  נקודה חשובה זו מהווה היבט אחד של סוגיה רחבה יותר, והיא – התייחסות כמותית או דיון איכותי מעמיק הנוגע לכל גורם אי ודאות במדידה ספציפית, והשפעת כלל הגורמים על אי הודאות הכוללת. אנו ממליצים למורים להעמיק ולדייק בהוראתם בנושא אי ודאויות, בדגש על דיון כמותי.
- בהקשר לכך, תשובה מקובלת בקרב תלמידים רבים הינה כי מספר מדידות גבוה יותר עבור אותו ערך של גובה שחרור מקטין את השגיאה היחסית. טענה זו אינה נכונה מאחר ואין כאן רצף הנמדד פעם אחת בלבד (כמו למשל מדידה אחת של מספר זמני מחזור, כפי שהופיע במעבדת חקר תשפ"ג). מיקום כל הטלה נמדד בנפרד, והשגיאה, כפי שנידון לעיל, היא המקסימלית מבין אי הוודאות במכשיר המדידה (למדידת מיקום בהטלה בודדת) וסטיית התקן במקבץ.

[1] מקובל להשתמש בשתי סטיות תקן, מאחר וכ- 95% מהתפלגות המדידות הינה בתחום זה (עבור מודל של התפלגות נורמלית)

סעיף ב

הסיבה לביצוע מספר מדידות (במקום מדידה אחת) היא שהאופי האקראי של שגיאות המדידה גורם לכך שממוצע מספר מדידות יוביל לתוצאה האמורה להתאים למודל בקירוב טוב, זאת בסבירות גבוהה יותר מאשר מדידה אחת.

דגשים דידקטיים:

- המודל התאורטי לחישוב המרחק מכיל מספר רב של הנחות פישוט, לדוגמא, שהכדור משוחרר תמיד מאותה נקודה ובמנוחה. הנחות אלה כמובן אינן מתקיימות במלואן בתנאי הניסוי ולא ניתן להעריך אותן. הסטייה הנגרמת כתוצאה מתנאי הניסוי במציאות לעומת המודל התאורטי המפושט מכונה "שגיאה אקראית". בביצוע כל מדידה תהיה שגיאה אקראית אחרת, חלק יקטינו את התוצאה לעומת הערך שמציג המודל (יתרמו לה ערך שלילי) וחלק יגדילו אותה (יתרמו לה ערך חיובי). מכיוון שאין עדיפות בתנאי הניסוי לשגיאה אקראית שלילית או חיובית, נובע שבממוצע השגיאה האקראית היא אפס. כלומר, בחישוב ערך ממוצע של מספר מדידות, אנו מצפים כי השגיאות האקראיות יבטלו זו את זו בקירוב והתוצאה שנקבל תהיה קרובה וברת השוואה למודל התאורטי, על הנחות הפישוט שבו.
- תלמידים רבים מתייחסים לביצוע מספר מדידות כגורם המקטין את השגיאה היחסית. זה אינו נכון. הגדלת הערך הנמדד מקטינה את השגיאה היחסית ולא הגדלת מספר המדידות (לדוגמא: אם במעבדת חקר תשפ"ג היו מבוצעות 10 מדידות נפרדות של זמן מחזור אחד במקום מדידה אחת של 10 זמני מחזור, השגיאה היחסית לא הייתה קטנה בהשוואה למדידה אחת של זמן מחזור).

סעיף ג

על פי נוסחה 1, מתקיים הקשר:

$$v^2 = \frac{g}{2y}x^2$$

נציב את הערכים ביחידות המתאימות:

$$y = 0.102\ m$$
$$x = 0.205\ m$$

ונקבל:

$$v^2 = \frac{g}{2y}x^2 \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{g}{2y}x^2} = \sqrt{\frac{9.8}{2 \cdot 0.102} \cdot 0.205^2} = 1.42\frac{m}{s}$$

שאלה 2

<u>סעיף א</u>

על פי הנוסחה לאנרגיה פוטנציאלית כובדית: $U_p = mgy$, נציב את הנתונים:

$$m = 13.6\ gr = 0.0136\ kg$$

$$h = 0.2\ m$$

ונקבל :

$$U_p = mgh = 0.0136 \cdot 9.8 \cdot 0.2 = 0.026\ J$$

<u>סעיף ב</u>

על פי הנוסחה לאנרגיה קינטית: $E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2$. נציב את הנתונים

$$v = 1.42\frac{m}{s}$$

$$m = 0.0136\ kg$$

ונקבל:

$$E_{k1} = 0.5mv^2 = 0.5 \cdot 0.0136 \cdot 1.42^2 = 0.014\ J$$

בחישובי האנרגיה בחרנו ברמת דיוק של 3 ספרות אחרי הנקודה ועיגלנו את התוצאה בהתאם.

שאלה 3

סעיף א

הפרש האנרגיה הוא:

$$\Delta E = U_p - E_{k1} = 0.026 - 0.014 = 0.012\ J$$

סעיף ב

סיבות מרכזיות אפשריות להפרש האנרגיה (כמובן שיתכן שילוב של מספר גורמים):

1. חיכוך בין הכדור למסילה
2. גלגול הכדור – חלק מהאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית מומר לאנרגיה סיבובית של הכדור סביב מרכזו, ולא לאנרגיה קינטית של תנועת מרכז הכדור.

דגשים דידקטיים:

- תלמידים רבים ייחסו את הפרש האנרגיות לאי ודאות במדידה. חלקם אף טען כי ההפרש אמור להיות 0 (אנרגיה מכנית נשמרת) אך אי הודאות במדידה גורמת לכך שהתקבל הפרש אנרגיות שונה מאפס. בהקשר לטענה זו נשים לב להיבטים הבאים:
  - בנוגע לטענה כי כל ההפרש נובע מאי ודאות במדידה, נציין כי ערך ההפרש באנרגיות שווה כמעט לאנרגיה הקינטית עצמה, כך שבמידה והוא נובע מאי ודאות במדידה, הרי שמדובר באי ודאויות של כמעט 100% באנרגיה הקינטית (או 50% מהאנרגיה הפוטנציאלית). אם ניקח כסדר גודל את אי הודאות היחסית במדידת המיקום (כ – 1 ס"מ עבור שתי סטיות תקן) עדיין נקבל שגיאה יחסית במדידת האנרגיה הקינטית של כ–10%. באופן שקול, סטייה יחסית של 100% פירושה מקבץ המתפרש על כ- 10 – 20 ס"מ, דבר שבוודאי אינו מתקבל בתנאי הניסוי.
  - יתרה מכך, החיכוך בניסוי הוא מאפיין ולא מקור שגיאה (החיכוך אינו "bug" אלא "feature"). ללא חיכוך הכדור לא יכול להתגלגל כלל, והניסוי יהיה עקר מתוכן.
  - בנוגע לטענה כי ההפרש קשור באופן חלקי לאי הוודאות במדידה, וציון שלה כאחד הגורמים לו, הרי שהטענה הזו גנרית ונכונה לכל תוצאה בכל ניסוי, ועל כן אינה

ייחודית (ומהדיון לעיל גם אינה משמעותית) להסבר פיזיקלי של הפרש האנרגיות שהתקבל.

- תלמידים רבים ייחסו את הפרש האנרגיות להזנחת התנגדות האוויר. שהינה הנחת פישוט גנרית המבוצעת כמעט בכל ניסוי במכניקה. אמנם, ההתייחסות להנחות פישוט והשפעתן האפשרית על ניבוי המודל היא תפיסה ביקורתית שברצוננו לפתח בקרב התלמידים, אך לא באופן שיעשה בה שימוש גנרי ו"אוטומטי". כלומר, אנו ממליצים לחדד בפני התלמידים כי יש לבחון את תקפות הנחות הפישוט בהתאם למערכת ותנאי הניסוי הספציפיים, ולנסות להעריך האם ובאיזו מידה הן אכן משפיעות על המודל.

עבור מערכת הניסוי הנוכחי, ניתן להעריך באופן פשוט למדי את השפעת כוח הגרר על תנועת הכדור: הביטוי לכוח הגרר תלוי בריבוע המהירות, שטח פני הכדור וצפיפות האוויר. בחינת סדרי הגודל של אלמנטים אלה בניסוי מאפשרת להעריך את כוח הגרר ולמצוא כי הוא זניח בהשוואה לכוחות אחרים הפועלים על הכדור[2]. ואכן, הערכה כמותית של כוח הגרר (המבוססת על קשרים שמחוץ לתוכנית הלימודים בפיזיקה) מראה שכוח הגרר שפועל על הכדור קטן פי 1,000 ממשקלו. ניתן גם להבין באופן קונספטואלי ובאופן אמפירי שהתנגדות האוויר אינה גורם משמעותי, מכיוון שההפרש בין האנרגיות הוא כ-50% מגודל האנרגיה הפוטנציאלית.

אנו ממליצים כי דיון עם תלמידים בדבר תקפותן של הנחות פישוט והצדקתן יתבסס על בחינה כמותית הכוללת הערכת סדרי גודל של השפעת הנחות אלה בהקשר הניסוי הספציפי. באופן זה תלמידים יכולים להיחשף להיבטים של חשיבה ביקורתית ומיומנויות הערכה בבואם לבחון את הנחות הפישוט במודלים שונים.

---

[2] המעוניינים בהצגת החישוב וכן בהשוואה להשפעות אפשריות אחרות על הכדור – כגון כוח צנטריפוגלי כתוצאה מסיבוב כדור הארץ, מוזמנים לפנות ליהונתן וייט (פרטי תקשורת מופיעים ברשימת המדריכים בחוזר מפמ"ר)

שאלה 4

<u>סעיפים א + ב בטבלה</u>

הגובה h [m]	המרחק האופקי x [m]	ריבוע המרחק האופקי x^2 $[m^2]$	ריבוע מהירות השיגור $v^2=\frac{g}{2y}x^2$ $[(m/s)^2]$	אנרגיה פוטנציאלית כובדית $U_p=mgh$ [J]	אנרגיה קינטית כוללת $E_k=0.7mv^2$ [J]
0.200	0.205	0.042	2.019	0.027	0.019

התוצאות בטבלה מעוגלות לדיוק של 3 ספרות אחרי הנקודה, בהתאם להנחיה בשאלה.

שאלה 5

<u>סעיפים א+ג+ד בטבלה</u>

הגובה h [m]	המרחק האופקי x [m]	ריבוע המרחק האופקי x^2 $[m^2]$	ריבוע מהירות השיגור $v^2=\frac{g}{2y}x^2$ $[(m/s)^2]$	אנרגיה פוטנציאלית כובדית $U_p=mgh$ [J]	אנרגיה קינטית כוללת $E_k=0.7mv^2$ [J]
0.200	0.205	0.042	2.019	0.027	0.019
0.175	0.195	0.038	1.827	0.023	0.017
0.150	0.175	0.031	1.471	0.020	0.014
0.125	0.155	0.024	1.154	0.017	0.011
0.100	0.142	0.020	0.969	0.013	0.009
0.075	0.122	0.015	0.715	0.010	0.007
0.050	0.102	0.010	0.500	0.007	0.005
0.025	0.072	0.005	0.249	0.003	0.002

התוצאות בטבלה מעוגלות לדיוק של 3 ספרות אחרי הנקודה, בהתאם להנחיה בשאלה.

סעיף ב

(1) החשוב בשאלה הוא השיקול/ים העומדים בבסיס הבחירה. קיימים שיקולים לכאן ולכאן. בחרנו לבצע מדידות עבור 8 ערכי גובה.

השיקול בבחירת מספר הגבהים הוא למדוד מספר ערכים בטווח הנתון (החל מ- $h = 0.02\ m$) שיוכלו לספק קו מגמה בעל מהימנות גבוהה. ככל שמספר הגבהים הנמדדים גדול יותר, כך השפעת כל נקודת מדידה על קו המגמה (שיפוע, נקודת חיתוך) קטנה יותר[3]. באופן זה, השפעת השגיאה האקראית בכל מדידה על הפרמטרים הנגזרים מתוך קו המגמה קטנה יותר. על פי שיקול זה, נשאף למדוד עבור מספר גדול של ערכי גובה.

שיקול נוסף, אופרטיבי, הוא הזמן העומד לרשותנו לביצוע המדידות. מאחר וכאן כל מדידה כוללת ביצוע מקבץ של 5 הטלות, הרי שמספר ההטלות ומכאן מספר מדידות המיקום שעלינו לבצע עבור n ערכי גובה הוא $5n$. מאידך, יש לבצע מדידות עבור 5 ערכי גובה לפחות כדי לקבל קו מגמה מהימן שניתן לבחון את התאמתו לקו ליניארי. בפתרון מוצגות מדידות המתאימות ל- 8 ערכי גובה, בהתאם לנתון בשאלון החקר.

דגשים דידקטיים:

- הגדלת מספר ערכי המדידה (ובהתאם, צמצום הטווח בין שני גבהי שחרור סמוכים) הוא הליך הגיוני כל עוד הגודל התלוי בניסוי (מיקום הכדור) משתנה באופן בו ההבדל בערכיו עבור שתי נקודות שחרור שונות הוא מחוץ לתחום אי הודאות של מדידה בודדת (אי הודאות של מכשיר המדידה או סטיית התקן של מקבץ). אחרת, לא נוכל למעשה לומר כי המדידות בגבהים שונים נבדלות זו מזו, ובהתאם, קו המגמה יאבד ממשמעותו.
- תלמידים רבים טועים וטוענים כי הגדלת מספר המדידות מקטינה את השגיאה.
  הדבר אינו נכון, ומהווה טעות במספר היבטים:
  - הגדלת מספר נקודות המדידה (גבהי שחרור) אינה קשורה לשגיאה יחסית במדידה בודדת (עבור גובה שחרור מסוים), ובכך אינה תורמת להקטנתה.
  - גם הטענה כי מספר מדידות גבוה יותר עבור אותו ערך של גובה שחרור מקטין את השגיאה היחסית אינה נכונה, כפי שנידון בשאלה 1.

[3] להוציא את נקודת הקצה. ההשפעה של המדידות על קו המגמה אינה זהה ביניהן, באופן כזה שהקצוות תמיד ישפיעו יותר. להרחבה על נקודה זו ראו הצעה לפעילות בנספח א

- הגדלת מספר נקודות המדידה אינה מקטינה את השגיאה האקראית עצמה במדידה אחת, אלא עשויה להקטין את השפעתה על הערכים הנגזרים מקו המגמה, כמוסבר למעלה.

(2) בחרנו טווח ערכים רחב לאורך המסילה בניסוי שלנו ובפיזור גבהים אחיד. גרמו לכך שני שיקולים עיקריים:

- המודל התאורטי לתלות האנרגיה הקינטית בפוטנציאלית אינו מוגבל בתחום[4]. בהתאם, נשאף לבצע ניסוי על פני טווח ערכים גדול ככל האפשר, כך שנוכל לקבל מידע בר השוואה למודל, ולהסיק מסקנות על שחרור הכדור מכל נקודה כלשהי על המסילה. פיזור לא אחיד של המדידות מרכז מספר גבוה יחסית שלהן בתחום מצומצם ואינו מתאים לכך.
- אנו מצפים (על פי המודל התאורטי) להתנהגות דומה של תלות האנרגיה הקינטית בפוטנציאלית בכל תחום המדידות. כלומר, אין תחום מצומצם שבו חלים שינויים מהירים ("חדים") יותר ועל כן כדאי לרכז בו מספר מדידות גבוה.

עם זאת, קיימים גם שיקולים לפיזור לא אחיד של נקודות המדידה. לדוגמא:

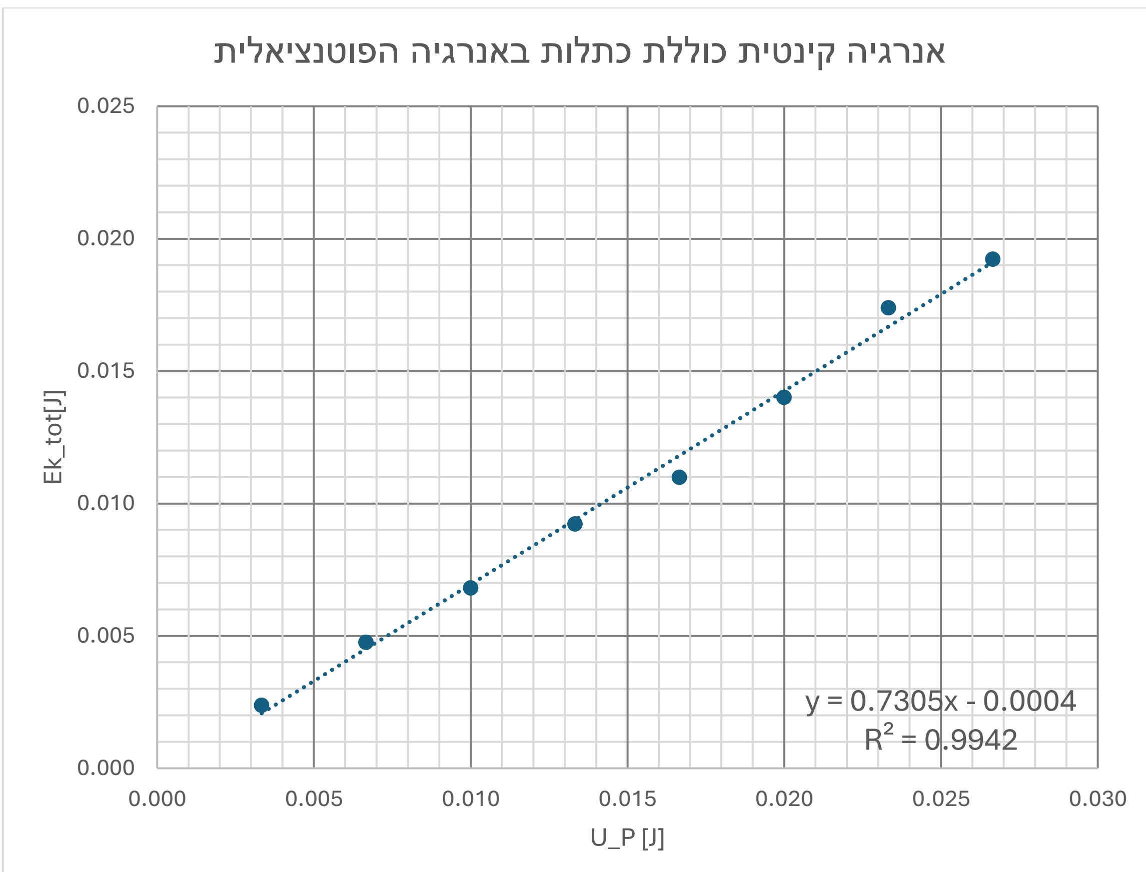
- השגיאה היחסית בקביעת מיקום הכדור קטנה ככל שהמיקום גדול יותר, כלומר למדידות בהן נקודת השחרור הייתה גבוהה יותר. במלים אחרות, גבהי השחרור הנמוכים מהווים מדידות עם שגיאה יחסית גדולה יותר – מדידות פחות מדויקות.
- אמפירית, גובה השחרור h קשור (בקירוב טוב) לריבוע מיקום נקודת הפגיעה, שהוא הגודל הנמדד. פיזור אחיד של גבהי השחרור יתבטא על כן בפיזור לא אחיד של מיקום נקודות הפגיעה. בכך הוא מהווה העדפה למרחקי פגיעה קצרים[5], שבהם השגיאה היחסית במדידת המיקום היא גבוהה יותר. אם מסיבה זו או מסיבה אחרת כלשהי יעדיף הנסיין לקבל פיזור אחיד של מיקום נקודות הפגיעה, הדבר חייב להתבטא בפיזור לא אחיד של גובה השחרור.
- שיקול נוסף, אופרטיבי, הוא לבחור פיזור אחיד של נקודות המדידה על פי השנתות בסרגל הצמוד למסילה. במידה והמסילה ישרה לחלוטין הדבר יתבטא גם בפיזור אחיד של גבהי השחרור, אך עבור מסילה קעורה פיזור הגבהים לא יהיה אחיד. פיזור אחיד של נקודות על פי שנתות המסילה קל יותר לביצוע מפיזור אחיד של גבהים ובכך עשוי לחסוך בטעויות בעת המדידה.

[4] כמובן שבאופן מציאותי, הנחות הפישוט במודל מגבילות את תקפותו.
[5] למשל, עבור ריבועי המספרים 1-10, חצי מהערכים הינם בין 1-25, וחציים במרווח גדול פי 3 – בין 25 ל – 100.

<u>הערה:</u> החשיבות המרכזית בשאלה זו היא ההתייחסות לטווח מדידה רחב שיאפשר הסקת מסקנות לגבי שחרור הכדור מנקודה כלשהי לאורך כל מסילת השיגור. ההתמקדות בפיזור הערכים היא משנית. הסוגייה המתייחסת לפיזור אחיד או לא אחיד בתשובה <u>אינה</u> בעלת חשיבות לרמת הדיוק במדידות (אם למשל הכדור היה משוחרר מגובה $h = 0.160\ m$ במקום $h = 0.150\ m$, הדבר <u>לא</u> היה מהווה גורם של אי-וודאות) אלא בעלת חשיבות <u>טכנית בלבד</u> לסרטוט קו המגמה באמצעות Excel. קו המגמה עשוי להיות מושפע מאוד מערכים קיצוניים ולכן מרווח אחיד או בקירוב אחיד מצמצם את האפשרות שמדידות קיצוניות ישפיעו על קו המגמה באופן לא פרופורציונאלי. <u>בנספח א</u> מתוארת הצעה לפעילות בכיתה שממחישה נקודה זו.

שאלה 6

<u>סעיפים א+ב</u>



הערות: (1) בשאלה זו ניתן גם לשרטט גרף ידני על גבי הנייר המילימטרי המצורף לבחינה. דוגמא לפתרון באמצעות גרף ידני מוצג בנספח ב. עם זאת אנו ממליצים למורים ללמד ולעודד את תלמידיהם לשרטט גרף ממוחשב ולהקפיד על כל כללי השרטוט גם בגרף ממוחשב, לרבות גודל הגרף שצריך להיות לפחות חצי עמוד לאחר ההדפסה. (2) הגרפים לעיל מתבססים על חישובי המיקום הממוצע בהתאם למקבצי המדידות בשאלון החקר. כמובן שבשרטוט גרפים ידניים או ממוחשבים על פי מדידות התלמידים בפועל, יתכן שיתקבלו ערכים שונים של שיפועים ונקודות חיתוך. (3) בחרנו להציג את ערך R^2 למרות שהתלמידים אינם נדרשים לכך בבחינת הבגרות. הסיבה לכך היא שערך R^2 יכול להוות נורת אזהרה במקרה שמשהו לא תקין התרחש בניסוי. אם ערכו של R^2 קטן בהרבה מ-1, הרי שההתאמה הלינארית אינה טובה, ואז יש להתבונן בתוצאות, להפעיל שיקול דעת ולקבל החלטות בהתאם (אולי יש מדידה אחת חריגה, אולי יש צורך לחזור על הניסוי). חשוב להדגיש שאם ערכו של R^2 מאוד קרוב ל-1, **אין בכך אישור שהניסוי "הצליח"**, אלא רק התאמה טובה של קו המגמה הלינארי. יש להתייחס למדידות עצמן ולערכי השיפוע ונקודת החיתוך עם הציר האנכי כדי להסיק מסקנות על אודות הצלחת או אי הצלחת הניסוי. דוגמאות שבהן R^2 קרוב ל-1 אך ההתאמה הלינארית אינה טובה מופיעות בין היתר בפעילות שהוצעה בנספח א.

שאלה 7

הפתרון הינו עבור גרף ממוחשב.

סעיף א

משוואת הישר (דיוק 4 ספרות אחרי הנקודה) היא:

$$E_{k,tot} = 0.7305U_p - 0.0004$$

נקודת החיתוך של ישר זה עם הציר האופקי הינה:

$$U_{p,\text{חיתוך}} = \frac{0.0004}{0.7305} = 5.4 \cdot 10^{-4} J$$

כתיב החזקות כאן נועד לשמר ספרה משמעותית נוספת.

הערה: המקדם החופשי בקו המגמה קטן מאוד ורגיש לשיפוע, כך שאי הודאות במיקום הנקודות (אי הודאות של מכשיר המדידה, או סטיית תקן במקבץ) עשויה להשפיע עליו במידה רבה.

סעיף ב

אם האנרגיה המכנית נשמרת הרי שנצפה, על פי נוסחה 3, לגרף ששיפועו 1 ונקודת החיתוך שלו עם הציר האנכי היא 0:

$$0 = W_f = E_{k,tot} - U_p \rightarrow E_{k,tot} = U_p$$

יש לציין כי על פי נוסחה זו, שימור אנרגיה לא יתבטא בשיפוע הגרף בלבד, אלא גם בהתאפסות המקדם החופשי.

סעיף ג

שיפוע הקו שהתקבל הינו 0.7305 שהוא קטן מ – 1. על פי סעיף ב' משמעות הדבר היא כי לא מתקיים שימור אנרגיה מכנית. האנרגיה הקינטית גדלה בקצב קטן יותר מזה שבו האנרגיה הפוטנציאלית קטנה (על כל $1J$ של תוספת אנרגיה פוטנציאלית לכדור בהתחלה, הוא צובר תוספת של $0.7305J$ של אנרגיה קינטית בסוף).

לדיון מקיף יותר בקשר אפשרי בין שיפוע הגרף לשימור אנרגיה מכנית, וכן לדגשים דידקטיים הנובעים מכך, ראו נספח ג.

שאלה 8

סעיף א

על פי התוצאות בטבלה, היחס בין האנרגיה הקינטית הכוללת והאנרגיה הפוטנציאלית הוא:

$$\frac{E_{k,tot}}{U_p} = \frac{0.019}{0.027} = 0.704$$

סעיף ב

ההיבט החשוב בתשובה לשאלה זו הוא הצדקת השיקולים בהסקת המסקנות בניסוי (דהיינו, האם האנרגיה המכנית נשמרת או לא). קיימים שיקולים בעד ונגד בחירת האמצעים להסקה זו: על פי קו המגמה או על פי מדידה מסוימת.

בניסוי הנוכחי נבחר לקבוע האם אנרגיה מכנית נשמרת על פי קו המגמה, ולא על פי יחס האנרגיות ממדידה אחת, מאחר וקו המגמה מהימן יותר במספר היבטים:

- קו המגמה מבטא קשר בין משתנים שנבדק עבור טווח ערכים נרחב.
  לצורך המחשה, נשאל האם האנרגיה המכנית תישמר במידה והכדור היה משוחרר מגובה $h = 0.11\ m$? קשה להסיק מסקנות מתוך יחס האנרגיות שחושב בסעיף א', בעוד קו המגמה מכסה מקרה זה.
  דוגמא נוספת: האם האנרגיה נשמרת במידה והכדור היה משוחרר מגובה $h = 0.3\ m$?
  כמובן שלא ניתן לדעת (יתכן שמדידה זו היא מחוץ לתחום התוקף של קו המגמה) אך הסקה מקו המגמה, המצביע על קשר בין המשתנים, עדיפה.
- קו המגמה מסתמך על מספר נקודות מדידה בטווח ערכים מסוים, והוא חשוף פחות לשגיאה אקראית אפשרית במדידה אחת.
  <u>הערה:</u> מבחינת הסקת מסקנות כמותיות על בסיס השיפוע: במידה והוא קטן מ – 1 ניתן להסיק כי האנרגיה המכנית אינה נשמרת, אך ההיפך אינו נכון – אם שיפוע קו המגמה שווה או גדול מ – 1, אין משמעות הדבר בהכרח כי האנרגיה המכנית נשמרת (ראו גם נספח ד).

<u>דגשים דידקטיים:</u>

1. התשובה לעיל הסתמכה על הגרף בשאלה 6, בו קו המגמה היה בעל מהימנות גבוהה, תרם היטב למכלול תוצאות המדידה, וייצג בצורה נאותה את הקשר בין האנרגיות. אולם, תלמידים רבים בבחינת הבגרות הציגו גרף שאינו כזה. לדוגמא:
   - בחירה הפוכה של הציר האופקי והאנכי מובילה לקו מגמה ששיפועו גדול מ – 1.
   - בחירת גבהי שחרור הכדור בה ההפרש בין הגבהים יוצר מצב בו נקודות הפגיעה קרובות מדי זו לזו ונמצאות בתחום השגיאה אחת של השנייה. דבר זה גרם בחלק מהמקרים לשיפוע גדול מ – 1.
   - מדידה חריגה (נגרמת למשל מביצוע לקוי, טעות חישוב, או רשלנות בשרטוט הגרף) הגורמת לקו מגמה שאינו תואם כלל לאף אחת מהמדידות. ואז, קו המגמה אינו מייצג נכונה את הקשר בין האנרגיות, גם אם השיפוע קטן מ – 1.

אנו סבורים כי חשוב וחיוני לדון בכיתה במשמעות של סעיף זה, תוך הסתכלות הוליסטית על תוצאות המדידות. זאת מאחר ובהחלט יתכנו מצבים בהם עדיף לבחון את נושא אי שימור האנרגיה המכנית בהתייחס ליחס האנרגיות במדידה או מספר מדידות, לעומת שימוש בקו המגמה. נציין בנוסף כי במידה וקו המגמה אינו מהימן לתוצאות הניסוי, יש לבדוק זאת ולתקן במידת הצורך.

2. בשאלה זו תלמידים רבים ענו באופן נחרץ כי עדיף להסיק מסקנות על פי שיפוע הקו בנימוק של הקטנת השגיאה היחסית ככל שמספר המדידות גדל, כפי שתואר בתשובה לשאלה 1. פרט לכך שהטענה בנימוק שגויה, היא אינה קשורה כלל לשיקול הדעת שהתלמידים התבקשו להפעיל בהסקת המסקנות בניסוי (שימור או אי שימור אנרגיה).
3. באופן כללי, לאו דווקא למעבדה זו, קיימים היבטים שונים לבחינת תוצאות ניסוי ויש להפעיל שיקול דעת רחב בבואנו להסיק מסקנות מהתוצאות שהתקבלו. בנספח ה נביא כדוגמא מספר שיקולים כלליים ואת אופן יישומם בניסוי זה.

שאלה 9

סעיף א

משמעות נקודת החיתוך עם הציר האופקי היא האנרגיה הפוטנציאלית בראש המסלול, עבורה האנרגיה הקינטית הכוללת בתחתיתו מתאפסת. זהו ביטוי עקיף לגובה השחרור המינימלי שהחל ממנו הכדור ייזרק החוצה מהמסילה ולא יעצור במהלך תנועתו בה (מהירותו אפס בקצה המסילה), או באופן שקול, הגובה המרבי עבורו הכדור ייעצר במסילה, לפני הגיעו לקצה.

סעיף ב

לפי נוסחה 3, הקשר בין האנרגיה הקינטית, הפוטנציאלית ועבודת כוח החיכוך הוא

$$E_k = U_p + W_f$$

הקשר שהתלמידה מצאה הוא $E_k = 0.8U_p - 0.003$. מכאן ניתן להסיק שעבודת כוח החיכוך אינה קבועה (מאחר והיא משפיעה גם על שיפוע הגרף), אלא בעלת שני מרכיבים – אחד תלוי באנרגיה הפוטנציאלית והשני קבוע. למעשה לפי הקשר שמצאה התלמידה

$$W_f = -0.2U_p - 0.003$$

מכאן שהמשמעות הפיזיקלית של נקודת החיתוך של קו המגמה עם הציר האנכי היא המרכיב בעבודת כוח החיכוך שאינו תלוי באנרגיה הפוטנציאלית, כלומר שאינו תלוי בגובה השחרור.

<u>דגשים דידקטיים</u>:

1. תלמידים רבים ענו כי משמעות נקודת החיתוך עם הציר האנכי היא האנרגיה הקינטית כאשר האנרגיה הפוטנציאלית (או גובה השחרור) היא 0. משמע, ענו באופן התבניתי ביותר על פי הגרף מבלי לייחס משמעות פיזיקלית לתוצאות או אף לבדוק את היתכנותן. מובן כי נקודת

החיתוך של קו המגמה עם הציר האנכי אינה יכולה להתקיים פיזיקלית (לא תתכן כנקודת מדידה) מאחר ובנקודה זו ערך האנרגיה הקינטית הוא שלילי, בעוד שאנרגיה קינטית היא גודל אי שלילי בהגדרתו. הדבר נכון לכל הנקודות בהן לקו המגמה ערך שלילי. הערכים המדידים האפשריים מתחילים בנקודת החיתוך של הגרף עם הציר האופקי.
בכך מהווה נקודת החיתוך עם הציר האנכי אקסטרפולציה של קו המגמה מעבר לתחום הנמדד, ואף לתחום שבו המדידה אינה אפשרית.

2. תלמידים אחרים אכן ענו כי משמעות נקודת החיתוך היא עבודת כוח החיכוך, אך ללא אבחנה בין המרכיב בעבודת כוח החיכוך התלוי באנרגיה הפוטנציאלית (כלומר בגובה השחרור) והמרכיב שאינו תלוי בה. נחדד כי בקשר המובא בנוסחה 3:

$$E_k = U_p + W_f$$

W_f אינו חייב להיות בהכרח פונקציה ליניארית של האנרגיה הפוטנציאלית (כפי שהובא בדוגמא האמפירית בסעיף זה) אך שני המרכיבים בעבודה עודם קיימים – היינו מרכיב התלוי באנרגיה הפוטנציאלית ומרכיב שאינו תלוי בה. משמעות נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האנכי היא המרכיב הבלתי תלוי <u>בלבד</u>, גם במידה וגרף זה אינו ליניארי[6] (ראו <u>בנספח ו</u> מודל לדוגמא של המערכת, בו הקשר אכן ליניארי).

<u>סעיף ג</u>

על פי סעיף א', ערך זה מתקבל בנקודת החיתוך של הגרף עם הציר האופקי:

$$0 = 0.8U_{p,max} - 0.003 \rightarrow U_{p,max} = \frac{0.003}{0.8} = 0.00375J$$

הגובה המתאים:

$$U_{p,max} = mgh_{max} \rightarrow h_{max} = \frac{U_{p,max}}{mg} = \frac{0.00375}{0.0136 \cdot 9.8} = 0.028\,m = 2.8\,cm$$

שאלה 10

בפתרון המוצג נניח לשם פשטות (ובהתאם לניסוח השאלה המדגיש שהשיפוע מתחיל <u>בקצה</u> המסילה) כי פרט לשינוי זווית השיגור, אין לשיפוע השפעה על מרכיבים אחרים בתנועה, ובפרט

[6] ליתר דיוק, המרחק בין ראשית הצירים בגרף לנקודת החיתוך עם הציר האנכי שווה בגודלו (ובסימנו השלילי) לעבודת כוח החיכוך שאינה תלויה בגובה השחרור. הדיוק הסמנטי נועד להבהיר כי נקודת החיתוך היא נקודה על ציר האנרגיה הקינטית ואיננה עבודת כוח החיכוך, אלא רק שווה לה בגודלה, כפי שמבטאת הנוסחה לעיל.

על עבודת כוח החיכוך. מכאן, על פי נוסחה 3, הוא אינו משפיע על גודל המהירות בה שוגר הכדור.

סעיף א

המרחק האופקי יקטן, משתי סיבות:

- גובה השיגור נותר זהה. זווית השיגור כלפי מטה גורמת לרכיב מהירות אנכי כלפי מטה של הכדור, כך שזמן המעוף יקטן ביחס לשיגור אופקי.
- רכיב המהירות האופקי קטן יותר ביחס למסילה המסתיימת אופקית, עקב זווית השיגור והעובדה כי גודל המהירות נותר ללא שינוי: $v_x = v_0 cos\alpha < v_0$

סעיף ב

האנרגיה הקינטית הכוללת נמדדת בניסוי זה על פי המרחק האופקי הנמדד x. היות והמרחק קטן, האנרגיה הקינטית הכוללת המחושבת ממנו קטנה אף היא (נכנה אנרגיה זו, "האנרגיה הקינטית ה**נמדדת**"). נשים לב כי האנרגיה הקינטית הכוללת **בפועל** בעת שחרור הכדור אינה אמורה להשתנות ביחס לניסוי המקורי.

השינוי באנרגיה הקינטית **הנמדדת** נובע מהקשר בין המרחק האופקי x לאנרגיה הקינטית (למעשה למהירות השיגור) השונה עתה מהנוסחה שפותחה עבור שיגור אופקי. נוסחה זו כמובן כבר אינה תקפה למצב החדש.
הערה: הדבר מצביע על גבולות תקפות המודל, ולמגבלות של הנחות פישוט (כגון ההנחה שהזריקה אופקית) לעומת המצב במציאות, ויתרה מכך עשוי להוות גורם אי ודאות בניסוי.

סעיף ג

היות והגרף המשורטט הוא של האנרגיה הקינטית **הנמדדת**, הרי ששיפוע הגרף יקטן מאחר וכל ערכי האנרגיה הקינטית קטנים באותו יחס (המשקלל את זמן התעופה ואת זווית השיגור) בהשוואה לניסוי בו הכדור משוגר אופקית מהמסילה.

חלק ב – שאלה 11

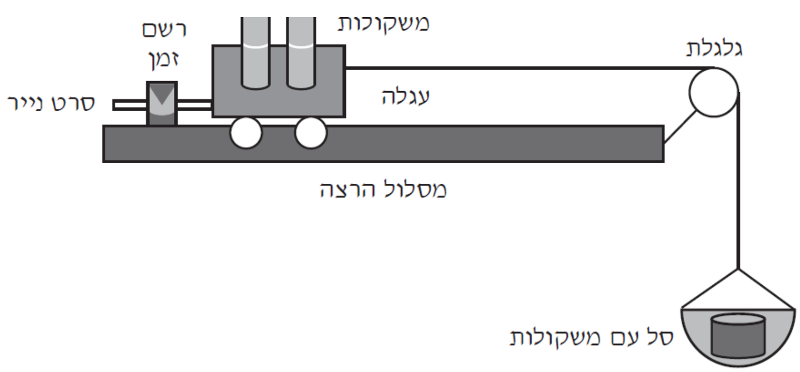
נתייחס בפתרון ל – 4 דוגמאות, שני ניסויים במכניקה (החוק השני של ניוטון; התנגשות בשני ממדים) ושניים בחשמל ומגנטיות (כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית; גלוונומטר טנגנטי).

<u>סעיף א</u>

1. **שם הניסוי:** החוק השני של ניוטון.
   מטרת הניסוי: חקירת הקשר בין תאוצת גוף, הכוחות הפועלים עליו, ומסתו.
2. **שם הניסוי:** התנגשות בשני ממדים.
   מטרת הניסוי: בדיקת אופיו הווקטורי של חוק שימור התנע.
3. **שם הניסוי:** כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית.
   מטרות הניסוי:
   א. מציאת הקשר בין מתח ההדקים של סוללה לבין עוצמת הזרם במעגל.
   ב. מציאת הכא"מ וההתנגדות הפנימית של הסוללה.
4. **שם הניסוי:** גלוונומטר טנגנטי
   מטרות הניסוי:
   א. חקירת הקשר בין השדה המגנטי במרכז לולאה נושאת זרם, עוצמת הזרם בלולאה, ומספר הכריכות בלולאה.
   ב. מציאת הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ.

<u>סעיף ב</u>

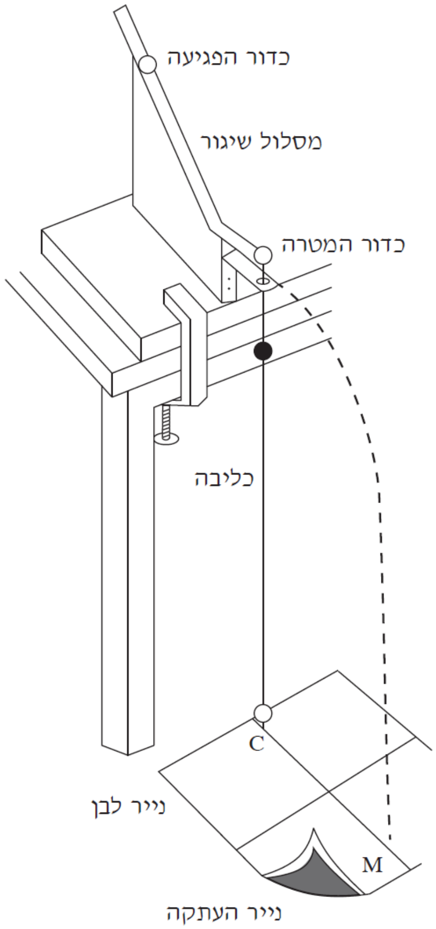
1. **החוק השני של ניוטון:**
   ציוד:
   - חיישן תנועה סיבובית / רשם זמן / מד מרחק (סונאר)
   - עגלת דינמיקה
   - משקולות
   - מתלה משקולות / סל
   - מסילה / לוח הרצה + גלגלת
   - כליבה



2. **התנגשות בשני ממדים:**

ציוד:

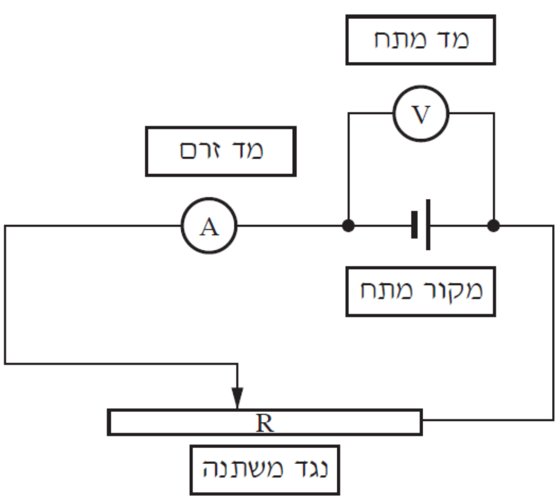
- מסלול שיגור משופע
- שני כדורי פלדה זהים
- גולת זכוכית
- אנך (חוט + משקולת)
- כליבה
- גיליון נייר לבן
- ניירות העתקה (קופי)
- סרגל באורך מטר
- עפרונות / טושים בצבעים שונים
- נייר דבק



3. **כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית:**

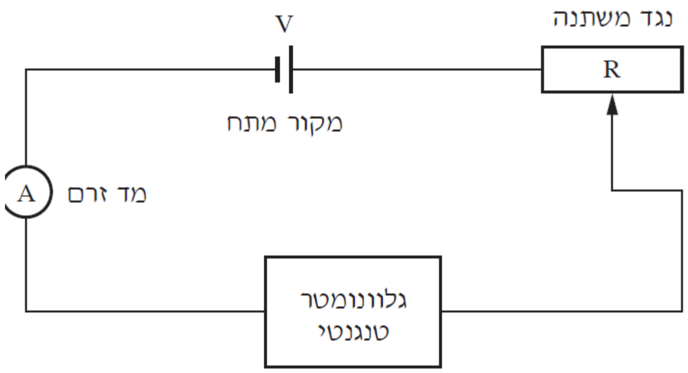
ציוד:

- סוללה / מקור מתח ישר
- מד מתח
- מד זרם
- נגד משתנה
- תילים מוליכים



4. **גלוונומטר טנגנטי:**

ציוד:



- מקור מתח ישר
- לולאת אלומיניום אנכית בעלת לוח אופקי במישור העובר דרך מרכזה (גלוונומטר טנגנטי).
  לולאת האלומיניום עשויה לכלול כריכות של חוט מוליך סביב היקפה
- מצפן
- מד זרם
- נגד משתנה
- תילים מוליכים

<u>סעיף ג</u>

- **החוק השני של ניוטון:**

1. הניסוי חולק לשני חלקים כדי לבצע בידוד משתנים, היינו, לבדוק תלות במשתנה אחד בעוד כל השאר קבועים. הדבר נועד לאמת את הקשר בין תאוצת הגוף לבין שני משתנים: מסת הגוף, והכוח השקול הפועל עליו.
   קשר זה בא לידי ביטוי בחוק השני של ניוטון: $\sum F = ma$.
2. בחלק הראשון נמדדה תלות תאוצת המערכת בכוח השקול הפועל עליה, עבור מסת מערכת קבועה. בחלק השני נמדדה תלות תאוצת המערכת במסה (למעשה בהופכי למסה) עבור כוח שקול קבוע הפועל עליה.

<u>הערה</u>: הגודל הנמדד ישירות היה מיקום העגלה כתלות בזמן, ומתוכו חושבה התאוצה בכל אחד מחלקי הניסוי.

- **התנגשות בשני ממדים:**

1. הניסוי חולק לשני חלקים כדי לבדוק את תקפות חוק שימור התנע הווקטורי עבור שני מקרים של התנגשות בין שני כדורים: מסות זהות ומסות שונות.
2. בחלק הראשון נמדדו מרחקי הפגיעה האופקיים של שני כדורים זהים (כדורי פלדה) ומתוכם חושב התנע של הכדורים לפני ואחרי ההתנגשות. באופן זה נבדקה תקפותו של

חוק שימור התנע (ווקטורי) עבור מסות זהות. החלק השני היה זהה לראשון פרט לשימוש בשני כדורים בעלי מסה שונה (כדור פלדה וגולת זכוכית).

- **כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית:**

1. הניסוי חולק לשני חלקים כדי למדוד את כא"מ הסוללה בשני אופנים – בנתק, ומתוך תלות מתח ההדקים בזרם (נקודת חיתוך בגרף). יש לציין כי שני החלקים בניסוי שונים במהותם – המדידה הישירה מאפשרת את מציאת הכא"מ, והמדידה העקיפה בוחנת קשר בין שני גדלים פיזיקליים – תלות מתח ההדקים בזרם. מתוך התאמת קו המגמה בחלק זה למודל התאורטי ניתן להסיק את כא"מ הסוללה ואת התנגדותה הפנימית.
2. בחלק הראשון נמדד מתח ההדקים בנתק, שהוא כא"מ הסוללה. בחלק השני נמדד מתח ההדקים של הסוללה כתלות בעוצמת הזרם במעגל. מתוך קו המגמה בגרף ניתן לחשב את כא"מ הסוללה ואת התנגדותה הפנימית: $V_{ab} = \varepsilon - Ir$.

- **גלוונומטר טנגנטי:**

1. קיימות שתי תשובות שונות ובלתי תלויות לתת-סעיף זה:
   א. הניסוי חולק לשני חלקים כדי לבצע בידוד משתנים, היינו, לבדוק תלות במשתנה אחד בעוד כל השאר קבועים. הדבר נועד לאמת את הקשר בין השדה המגנטי במרכז לולאה מעגלית לבין הזרם בלולאה ומספר הכריכות בה.
   ב. בכל אחד מחלקי הניסוי חושב הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדור הארץ בהתחשב בתנאים הסביבתיים בהם בוצע הניסוי (שדות מגנטיים נוספים). במצב כזה, השגת מטרות הניסוי ניכרת יותר בהשוואת תוצאות החלקים זה לזה, ולא לערך התאורטי (שני החלקים מהווים מעין ביקורת פנימית זה לזה). בהקשר זה נציין כי ביצוע שני חלקים חשובה עקב אי הוודאויות בניסוי שעשויות להיות גדולות (הניסוי רגיש מאוד לתנאים סביבתיים).

   <u>הערה:</u> ציון אחת מהסיבות לעיל הוא מספיק כתשובה מלאה.
2. בחלק הראשון נמדדה תלות זווית הסטייה של מחט המצפן בזרם העובר בלולאה, עבור מספר כריכות קבוע (כריכה אחת). בחלק השני נמדדה תלות זווית הסטייה של מחט המצפן במספר הכריכות, עבור עוצמת זרם קבועה.

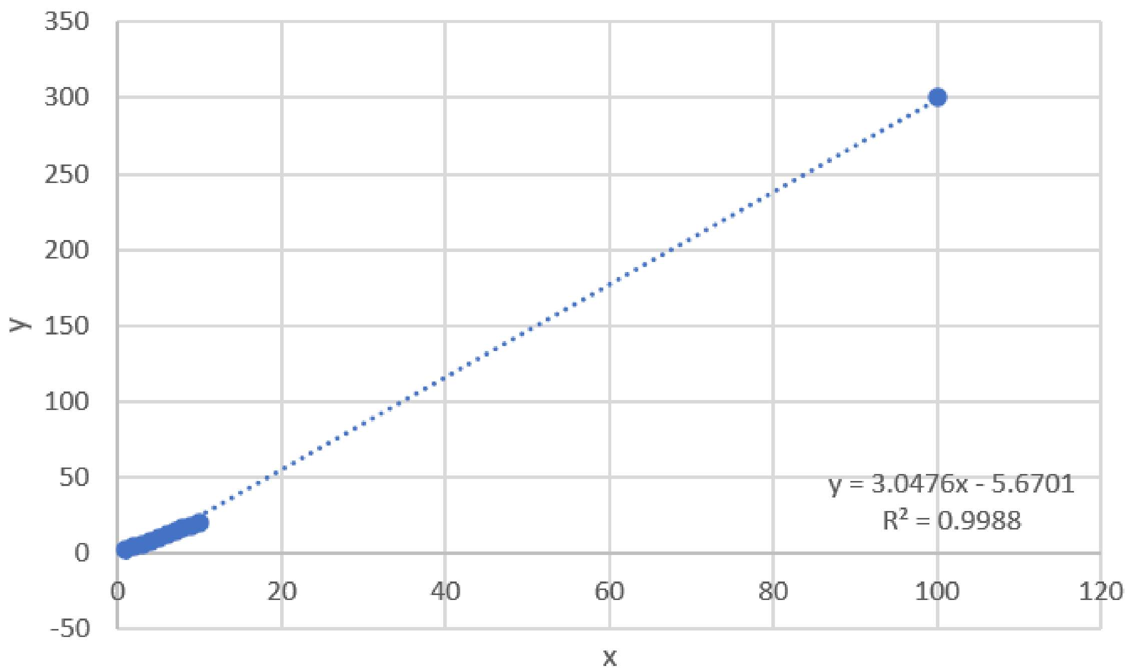
נספח א: הצעה לפעילות בכיתה הממחישה השפעת נקודות קיצוניות על קו המגמה

נתבונן בסט המדידות של שני משתנים x, y הבא:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100
y	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	300

בסט המדידות מתוארות 10 מדידות שבהן הקשר הוא $y = 2x$ ומדידה אחת (צבועה באדום) בה הקשר הוא $y = 3x$. נשאל את עצמנו – אם עבור 10 מדידות השיפוע הוא 2, ועבור מדידה אחת השיפוע הוא 3, מה יהיה השיפוע של קו המגמה הלינארי של כל המדידות?

ההיגיון עשוי לכוון אותנו לתשובות קרובות ל-2 או 2.1 שהיא מעין ממוצע משוקלל של כל המדידות. נבדוק זאת ב-Excel ונופתע. קו המגמה שמתקבל הוא:



השיפוע שהתקבל יותר גדול מ-3! כיצד זה ייתכן? וגם ערך R^2 קרוב מאוד ל-1. מה זה אומר?

ההסבר לכך נובע מאופן החישוב של Excel את קו המגמה הטוב ביותר. Excel מבצע רגרסיה לינארית. באופן אלגברי קו המגמה הטוב ביותר הוא זה שסכום ריבועי המרחקים של המדידות ממנו הוא <u>מינימלי</u>. כלומר: לכל מדידה של המשתנה הבלתי תלוי x מותאם ניבוי לפי קו המגמה, $y' = mx + b$, וכמובן קיימת עבורה המדידה בפועל של המשתנה התלוי, y. מה ש-Excel עושה הוא למצוא את m, b הגורמים לביטוי $\Sigma(y' - y)^2 = \Sigma(mx + b - y)^2$ להיות מינימלי. נשים לב

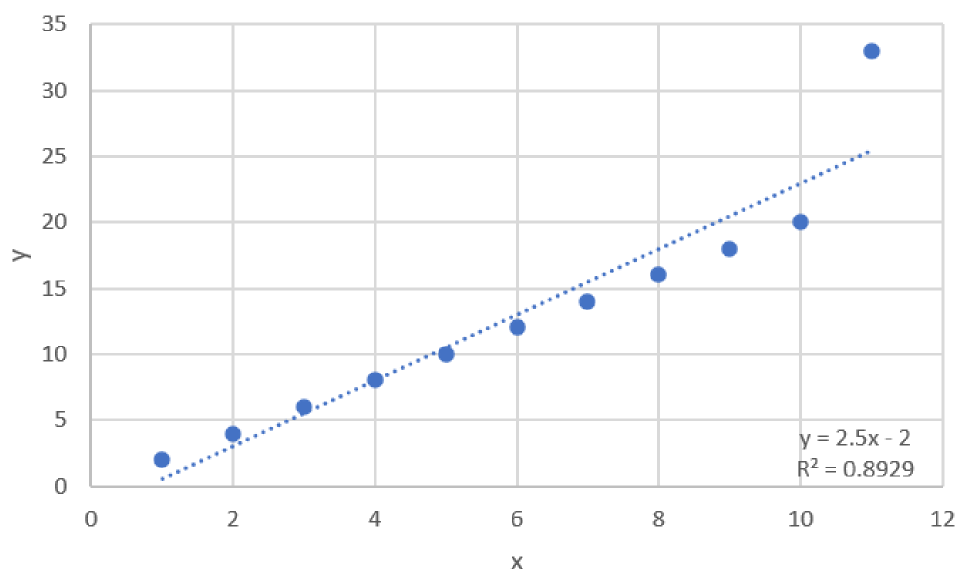
שביטוי זה הוא פונקציה של שני משתנים, m,b, שכן סט המדידות x,y נתון מספרית. למעשה, זוהי מעין בעיית ערך קיצון בשני משתנים (אופן החישוב המדויק מתבצע אחרת, על ידי מציאת מקדם המתאם, אך אין לכך חשיבות). שיטה זו נקראת <u>שיטת הריבועים המינימליים</u> (או: שיטת הריבועים הפחותים)

מדוע אם כן קיבלנו שיפוע השווה ל-3? נדמיין מה היה קורה אילו השיפוע היה קרוב יותר ל-2. אזי קו המגמה היה עובר קרוב לנקודה $(10,200)$, נקודה זו רחוקה 100 יחידות מהמדידה הנתונה, אז ברור שסכום ריבועי המרחקים לא היה מינימלי במקרה זה. מבחינה אלגברית – התקרבות של קו המגמה למדידה $(100,300)$ על חשבון המדידות האחרות משפרת מאוד את המינימליות של ריבועי המרחקים. בצד השני של קו המגמה, כל המדידות כל כך קרובות זו לזו, כך שתזוזות קטנות בקו המגמה כמעט ולא משפיעות על המרחק. כלומר: למדידה האדומה יש השפעה מוגברת על קו המגמה. כל 10 המדידות האחרות מתפקדות כמעין נקודה אחת, קו המגמה הותאם דה-פקטו לשתי נקודות: "מדידה 1-10" ומדידה 11. לא מפתיע אם כן ש-R^2 כל כך קרוב ל-1. תמיד ניתן לבצע התאמה לינארית מושלמת לשתי נקודות.

נבצע ניסיון דומה עבור פיזור אחיד של ערכי x:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	33

הקשר בין המשתנים מייצג אותו תרחיש: 10 מדידות שבהן השיפוע הוא 2 ומדידה אחת בה השיפוע הוא 3, רק שהפעם ההפרשים בערכי x הם אחידים. הגרף שמתקבל הוא:

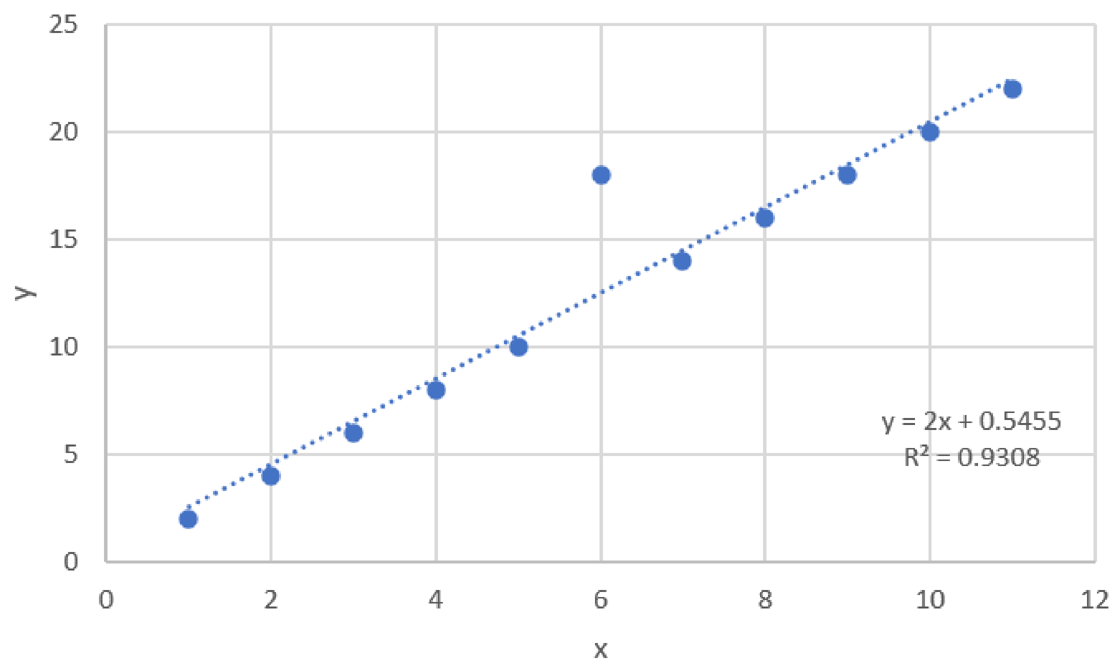


הפעם השיפוע הוא 2.5, שהוא ממוצע אלגברי של 2 ו-3. אין שום חשיבות לכך שיש 10 מדידות בעלות שיפוע 2, המדידה האחרונה (האדומה) למעשה מקהה את כל הקודמות. נשים לב גם שנוספה נקודת חיתוך עם הציר האנכי, שאינה מתאימה לאף אחת מהמדידות, ושערך R^2 ירד משמעותית, מה שמעיד על התאמה לינארית לא טובה. התבוננות בתוצאות והפעלת שיקול דעת מובילים בקלות למסקנה שמדובר במדידה חריגה ויש לשקול לבצע את הניסוי פעם נוספת.

האם מדידה קיצונית תשפיע כל כך כשהיא באמצע טווח הערכים? נבדוק זאת:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	2	4	6	8	10	18	14	16	18	20	22

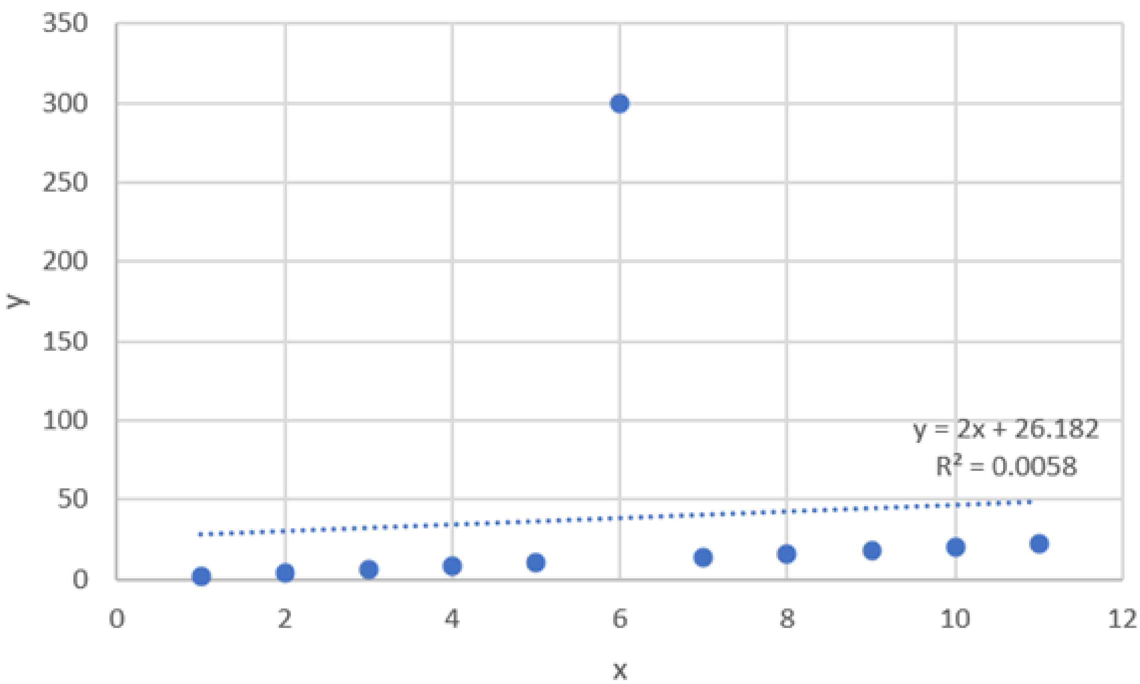
בדיוק כמו קודם, 10 מדידות בהן השיפוע הוא 2 ומדידה אחת בה השיפוע הוא 3, אך הפעם המדידה היא באמצע הטווח. הגרף שמתקבל הוא:



לא הייתה שום השפעה על השיפוע! הוא שווה בדיוק ל-2. קל להבין זאת באמצעות חוק המנוף: נדמיין שקו המגמה הוא מוט קשיח שמחובר לציר סיבוב שממוקם בנקודה ששיעור ה-x שלה הוא 6. כל זווית מעבר לשיפוע השווה ל-2 יוצרת מרחקים מהמדידות, מרחקים שנהיים גדולים יותר ככל שמתרחקים מציר הסיבוב. אז למרות שסכום הריבועים הוא גדול, רק בשיפוע השווה ל-2 הוא מינימלי. כלומר: השפעתה של מדידה חריגה מאמצע הטווח מסתכמת בנקודת החיתוך עם הציר האנכי ובטיב ההתאמה. ניתן להבחין באי-השפעה זו גם במדידה יותר קיצונית:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	2	4	6	8	10	300	14	16	18	20	22

עכשיו יש 10 מדידות שהשיפוע שלהן הוא 2 ומדידה אחת שהשיפוע שלה הוא 50, אך מאמצע הטווח. הגרף שמתקבל הוא:

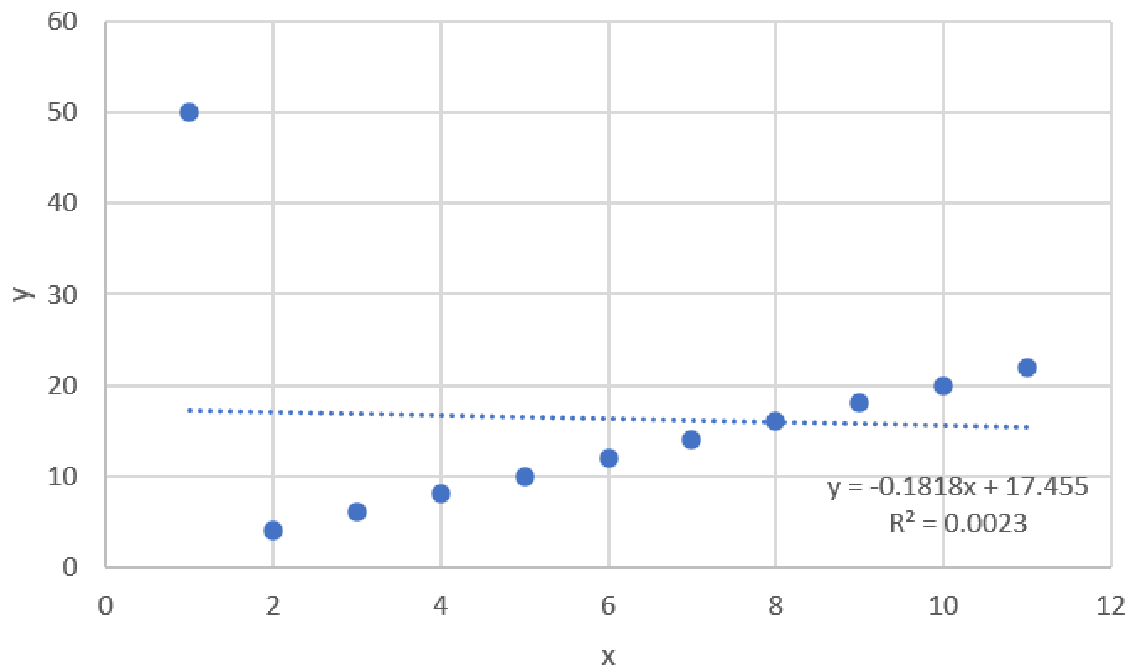


אין כל השפעה על השיפוע! הוא עדיין שווה ל-2. ההשפעה הקיצונית היא על נקודת החיתוך עם הציר האנכי ועל טיב הקירוב R^2. שוב, העקרון המכוון הוא שיטת הריבועים המינימליים.

מה היינו מקבלים אם המדידה הקיצונית הייתה בערכים הנמוכים? נבדוק את סט המדידות הבא:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	50	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

כמו בדוגמא הקודמת, 10 מדידות בהן השיפוע הוא 2 ומדידה אחת בה השיפוע הוא 50. אך הפעם המדידה החריגה היא בעלת ערך y שיותר גדול מזה של כל המדידות האחרות, בעוד ערך ה-x שלה הוא הקטן ביותר. לפי שיטת הריבועים המינימליים, מה אנו צפויים לקבל? ייתכן שהתוצאות לא מפתיעות:



הפעם התקבל קו מגמה עם שיפוע שלילי!

מה הגורם המרכזי שהשפיע על התוצאות שקיבלנו? ש-Excel הוא רובוט שמבצע חישוב מתמטי קר בכדי למצוא את m, b שעבורם סכום ריבועי המרחקים הוא מינימלי. אין כל הבטחה ש- m, b מייצגים איזושהי משמעות פיזיקלית מעמיקה סביב המשתנים שנמדדו, ואין כל הבטחה שסכום הריבועים שיתקבל יהיה בכלל מספר קטן. ההבטחה היחידה היא שסכום הריבועים יהיה המינימלי האפשרי בהתחשב בתוצאות. התובנות המרכזיות מהתנסות זו הן:

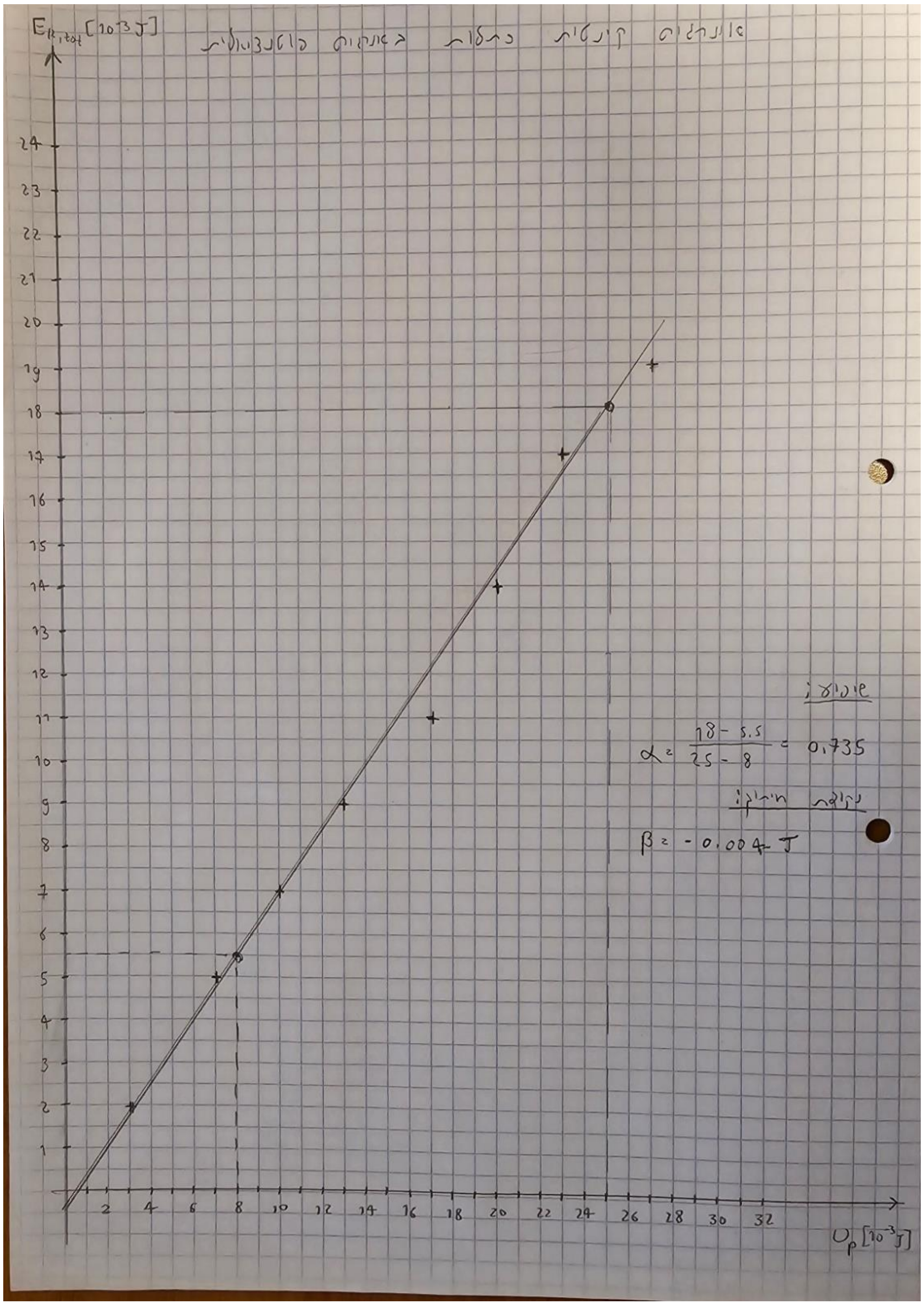
1) מדידות קיצוניות בקצות טווח המדידות משפיעות על שיפוע קו המגמה באופן לא פרופורציונאלי בהשוואה למדידות ממרכז טווח המדידות.
2) פיזור לא אחיד של המדידות לאורך הטווח גורם למעין קיבוץ למאגד אחד של חלק מהמדידות באופן שמפחית את השפעתן על קו המגמה. מדידות קרובות מדי זו לזו שקולות למדידה אחת ותורמות באופן מוקטן לסכום הריבועים. בכך השפעתן על קו המגמה פחותה.
3) בהחלט ייתכנו מקרים בהם R^2 קרוב ל-1, אך קו המגמה על כל היבטיו אינו תואם כלל את המדידות מבחינה תיאורטית. ולהיפך – מקרים בהם R^2 רחוק מאוד מ-1, אבל שיפוע קו המגמה תואם מבחינה תיאורטית לרוב המוחלט של המדידות.
4) <u>בכל</u> סרטוט קו מגמה עם Excel מומלץ להתבונן היטב בקו המגמה והמדידות שהתקבלו: להסתכל על האיור, על השיפוע שהתקבל, על נקודת החיתוך עם הציר האנכי, ועל ערך R^2. אם אחד או יותר מהיבטים אלה לא מתאים למודל, אז יש לבדוק זאת בעיון, להפעיל שיקול דעת ולפעול בהתאם.

נספח ב: גרף ידני

מצורף להלן גרף ידני. ניתן היה לבחור גם קו מגמה בעל שיפוע מתון יותר.

שימו לב לבחירת קנה המידה בשני הצירים ($10^{-3}J$) שמאפשר רישום נוח של הערכים.

התוצאות בגרף הידני קרובות לגרף הממוחשב. בפתרון השתמשנו בתוצאות הגרף הממוחשב.



נספח ג: קשר בין שיפוע הגרף לעבודת כוח החיכוך

בנספח זה נרחיב אודות הקשר בין עבודת כוח החיכוך W_f לבין שיפוע גרף האנרגיה הקינטית הכוללת כפונקציה של האנרגיה הפוטנציאלית. הקשר שנפתח מתאים למגוון רחב של מודלים; הנחת הפישוט העיקרית בו היא כי קיימת תלות (ישירה ו / או עקיפה) של עבודת כוח החיכוך רק בגובה השחרור של הכדור, כלומר הנחה כי גורמים אחרים העשויים להשפיע על עבודה זו נותרים קבועים בסדרת המדידות בה משוחרר הכדור מגבהים שונים[7].

משוואה 3 במעבדת החקר, עליה מבוססות השאלות הדנות בתוצאות המדידות ומשמעותן, הינה:

$$W_f = E_{k,tot} - U_p$$

שימור אנרגיה מכנית מתבטא ביחס ישר בין האנרגיות: $E_{k,tot} = U_p$. עם זאת, אי שימור אנרגיה מכנית עשוי להתבטא באופנים שונים, בהתאם לעבודת כוח החיכוך. כיצד יבואו אופנים אלה לידי ביטוי בגרף? מה משמעותם?
לאור תשובות תלמידים בבגרות ומקרים רבים בהם ניתנה על ידם פרשנות שגויה לתוצאות המדידות או הוסקו מהן מסקנות מוטעות[8], אנו סבורים כי יש מקום להרחבת והעמקת הדיון בהיבטים הנוגעים למידול, ובפרט לאלה העולים ממשוואה 3 המקשרת בין האנרגיות לעבודה כוח החיכוך. בהתאם לכך מובא הפיתוח להלן והמסקנות ממנו.

נבחן את משוואה 3:

$$W_f = E_{k,tot} - U_p$$

- $E_{k,tot}$ היא האנרגיה המכנית ה"סופית" של הכדור, כלומר האנרגיה שלו בקצה המסילה (הגובה נמדד מנקודה זו, ועל כן האנרגיה הפוטנציאלית שם היא 0)
- U_p היא האנרגיה המכנית ה"התחלתית" של הכדור בנקודת השיגור בגובה h. אנו מניחים כי הכדור במנוחה בנקודה זו ועל כן האנרגיה הקינטית הכוללת שלו היא 0.

---

[7] העבודה W_f מציינת סימון לעבודה כוחות לא משמרים והיא אינה בהכרח עבודת כוח חיכוך בלבד. הקשרים שנפתח אינם מכילים תלות מפורשת בחיכוך. ההתייחסות לעבודה זו כאל עבודת כוח החיכוך הינה בהתאם לדגם התשובות, בו אי שימור האנרגיה המכנית מקושר לחיכוך בלבד.

[8] דוגמא לכך היא מקרים בהם התקבל גרף בעל התאמה נמוכה לקו מגמה ליניארי. תלמידים ביצעו התאמה ליניארית לתוצאות אך התעלמו או התקשו מאוד בהסקה ממנה. הבנה מעמיקה יותר של נוסחה 3 וההיבטים הנגזרים ממנה, כמתואר בנספח זה, עשויה הייתה לסייע להם לבקר ולהעריך את התוצאות שקיבלו ואת תקפות ההתאמה אותה ביצעו.

- W_f היא עבודת כוח החיכוך עבור הכדור. גם היא תלויה, בין השאר, בגובה נקודת השיגור h, ועשויה להיות תלויה גם בצורת המסילה ובגורמים נוספים.

נוסחה זו נכונה לכל מדידה, כלומר לכל גובה h בו שוגר הכדור. מאחר וקיים קשר חד ערכי בין h ל - U_p $(U_p = mgh)$ הרי שניתן להציג את העבודה המכנית והאנרגיה הקינטית הכוללת כפונקציות של האנרגיה הפוטנציאלית U_p :

$$E_{k,tot}(U_p) = U_p + W_f(U_p)$$

בהמשך הפיתוח להלן אנו מניחים כי כל ההשפעות על עבודת כוח החיכוך מגולמות בתלותו בגובה השחרור h, כלומר באנרגיה הפוטנציאלית U_p.

נבחן שתי מדידות הנבדלות זו מזו בהפרש גבהים קטן (אינפיניטסימלי) dh. הפרש הגבהים גורר בעקבותיו שינוי אינפיניטסימלי באנרגיה הפוטנציאלית בנקודת השחרור dU_p, באנרגיה הקינטית הכוללת בתחתית המסילה $dE_{k,tot}$, ובעבודת כוח החיכוך dW_f. על פי הנוסחה למעלה מתקיים:

$$dE_{k,tot} = dU_p + dW_f$$

מהקשר בין דיפרנציאל לנגזרת נקבל את המשוואה

$$\frac{dE_{k,tot}}{dU_p} = 1 + \frac{dW_f}{dU_p}$$

<u>**הערה:**</u> את הקשר הזה ניתן גם לפתח ישירות על ידי גזירת המשוואה

$$E_{k,tot}(U_p) = U_p + W_f(U_p)$$

שיפוע גרף האנרגיה הקינטית הכוללת כתלות באנרגיה הפוטנציאלית הוא: $\frac{dE_{k,tot}}{dU_p}$

זהו אגף שמאל במשוואה

$$\frac{dE_{k,tot}}{dU_p} = 1 + \frac{dW_f}{dU_p}$$

כך שהיא מקשרת בין שיפוע הגרף לעבודת כוח החיכוך.

נבחן מספר מקרים אפשריים לגרף התאורטי המתקבל (היינו לתלות $E_{k,tot}(U_p)$ כפי שבאה לידי ביטוי מהמודל):

- במידה ועבודת כוח החיכוך היא 0, מתקבל <u>יחס ישר</u> בין האנרגיה הקינטית הכוללת והאנרגיה הפוטנציאלית, עם שיפוע 1 ומקדם חופשי 0 (מתקבל גם ישירות מנוסחה 3).
- במידה ועבודת כוח החיכוך שונה מ – 0, אך קבועה ואינה תלויה בגובה השחרור (מודל לא סביר עבור מערכת הניסוי הנוכחית) שיפוע הגרף יהיה 1. עבודת כוח החיכוך הקבועה תתבטא בהפרש קבוע בין האנרגיה הפוטנציאלית בנקודת השחרור ובין האנרגיה הקינטית הכוללת בתחתית המסילה.
- במידה ועבודת כוח החיכוך תלויה ליניארית באנרגיה הפוטנציאלית (כלומר בגובה השחרור), הרי שאמור להתקבל גרף ליניארי עם שיפוע שונה מ – 1, ויתכן שגם עם מקדם חופשי.
  דוגמא למודל כזה מובאת בנספח ו.
  - לגרף המתקבל יהיה שיפוע קטן מ – 1 במידה וגודלה המוחלט של עבודת כוח החיכוך גדל עם האנרגיה הפוטנציאלית (היינו, גובה השחרור). זאת מאחר ועבודה זו היא שלילית, ותהפוך יותר ויותר שלילית עם הגדלת U_p, כך שהנגזרת $\frac{dW_f}{dU_p}$ היא שלילית[9].
  - המקדם החופשי, במידה וקיים, אמור לבטא מרכיב של עבודת כוח החיכוך שאינו תלוי בגובה השחרור. מכאן שאנו מצפים למקדם חופשי אי-חיובי (שלילי או אפס). נשים לב שהמקדם החופשי, הבא לידי ביטוי בנקודת החיתוך של הגרף הליניארי עם הציר האנכי <u>אינו מבטא</u> את כלל עבודת כוח החיכוך אלא מרכיב שלה בלבד.
- יתכן שעבודת כוח החיכוך תלויה באנרגיה הפוטנציאלית באופן לא ליניארי. זהו מצב סביר עבור מערכת הניסוי בפועל, עקב השפעות כגון צורת מסילה קעורה, מקדם חיכוך לא אחיד, תחילתו של גלגול ללא החלקה וכדומה. במצב זה שיפוע הגרף ($\frac{dE_{k,tot}}{dU_p} = 1 + \frac{dW_f}{dU_p}$) לא יהיה קבוע, ועל כן גרף האנרגיה הקינטית הכוללת כתלות באנרגיה הפוטנציאלית <u>לא יהיה ליניארי</u>.
  נציין כי באופן אמפירי התקבל כי במערכת הניסוי הגרף היה ליניארי בקירוב טוב.
  למקדם חופשי בגרף כזה תהיה גם הפעם משמעות של מרכיב עבודת כוח החיכוך שאינו תלוי בגובה השחרור.

---

[9] זהו מצב סביר עבור מערכת הניסוי מפני שהגדלת גובה השחרור מגדילה עקרונית את אורך המסילה ובעקיפין את החיכוך. עם זאת, יתכן וקיים גם גלגול ללא החלקה בעת תנועת הכדור, שעבורו עבודת כוח החיכוך מתאפסת. יתכן והמקטע בו מתקיים גלגול ללא החלקה תלוי גם הוא בגובה השחרור ועל כן התלות של עבודת כוח החיכוך בגובה השחרור, או באופן שקול, באנרגיה הפוטנציאלית, אינו פשוט.

הערה: לצורך הוראה בכיתה ניתן להשתמש בפיתוח לעיל באופן מקורב עבור הפרשים קטנים באנרגיות ובעבודת כוח החיכוך במקום דיפרנציאלים. נקבל את הקשר:

$$\Delta E_{k,tot} = \Delta U_p + \Delta W_f$$

וממנו את הנוסחה המקורבת לשיפוע הגרף:

$$\text{שיפוע} = \frac{\Delta E_{k,tot}}{\Delta U_p} = 1 + \frac{\Delta W_f}{\Delta U_p}$$

רציונל הפיתוח והמסקנות בעקבותיו הינן ללא שינוי.

בנספח ד להלן נביא מספר דוגמאות לבעיות בפרשנות התוצאות הנובעות מכשלים וטעויות בביצוע הניסוי, עיבוד התוצאות, או שילוב שלהם. העמקה במודל התאורטי עשויה לסייע לתלמידים לבקר את תהליך עבודתם, לפרש את התוצאות שקיבלו ולהתמודד עם בעיות כפי שעולות בדוגמאות אלה וברבות אחרות.

נספח ד: דוגמאות לבעיות בפירוש תוצאות המדידות

(1) תלות עבודת כוח החיכוך בגובה השחרור אינו ליניארי (מצב המתקבל לדוגמא עבור מסילה קעורה). בהתאם, הגרף שיתקבל עשוי לחרוג מליניאריות במידה משמעותית. במקרה כזה קו מגמה ליניארי לא יבטא היטב את התוצאות, והפרשנות הנגזרת ממנו (לדוגמא משיפועו) עלולה להטעות.

זו אינה בהכרח טעות בביצוע הניסוי, אך עשויה גם לנבוע מהתרשלות בבניית המערכת

(2) בחירה של נקודות מדידה במרווחים קטנים מדי זו מזו, הגורמת, עקב אי הוודאות במדידה, לחפיפה בין מקבצי נקודות מדידה שונות. באופן כזה קיימת אפשרות כי הגרף המתקבל יהיה רחוק מליניאריות, כך שהתאמת קו מגמה ליניארי עבורו תהיה בעייתית בדומה ל (1).

זוהי טעות הנובעת מתכנון המדידות

(3) מדידה מוטעית או רישום מוטעה של תוצאה (לרוב, טעות במספר האפסים אחרי הנקודה) הגורמים לכך שאחת מנקודות המדידה בגרף סוטה במידה רבה משאר המדידות. כתוצאה מכך היא "מושכת" את קו המגמה אליה (הוא נקבע כזכור, על פי שיטת הריבועים המינימליים), כך שהוא אינו מייצג נאמן של מרבית המדידות. הדבר משמעותי במיוחד בנקודות מדידה קיצוניות בגרף, שלהן השפעה גדולה על קו המגמה. הפרמטרים והמסקנות הנגזרים מקו המגמה יהיו שגויים בהתאם. (ראו הצעה לפעילות בנספח א)

זוהי בעיה הנובעת מרשלנות בביצוע הניסוי, רישום ועיבוד התוצאות, או שילוב שלהם.

(4) בחירה מוטעית של מישור הייחוס למדידת האנרגיה הפוטנציאלית, כך שמתקבל גרף עם מקדם חופשי חיובי. מקדם כזה עומד בסתירה למשוואה 3, מאחר והוא מבטא עבודה חיובית כלשהיא[10] שאין לה אחיזה בתנאי הניסוי.

זוהי בעיה הנובעת מרשלנות בביצוע הניסוי, רישום ועיבוד התוצאות, אי-ודאות במדידת גובה המסילה, או שילוב שלהם.

כתוצאה מטעויות אלה, וטעויות רבות אפשריות אחרות, התלמידים עשויים לקבל גרפים שקו המגמה שלהם והערכים הנגזרים ממנו, אינם תואמים לפרשנות פשוטה לפיה אי שימור אנרגיה מכנית מתבטא בהכרח בגרף ליניארי עם שיפוע קטן מ – 1. יתכנו מקרים שונים, כגון:

- גרף בעל התאמה ליניארית נמוכה, כנדון בסעיף (1)
- גרף התואם לקו מגמה ליניארי, אך בעל שיפוע גדול מ -1 ונקודת חיתוך שלילית.

<u>הערה</u>: בגרף כזה יתכן וכל נקודות המדידה אכן מבטאות אי שימור אנרגיה מכנית (יחס

[10] המעניקה לכדור אנרגיה קינטית גם כאשר גובה השחרור הוא אפס

$E_{k,tot}/U_p$ קטן מ – 1) אולם לא ניתן להסיק זאת משיפוע קו המגמה: האנרגיה הקינטית אכן קטנה מהפוטנציאלית, אך גדלה, בתחום המדידות, בקצב מהיר ממנה[11].
בהקשר זה חשוב לציין כי בנוסף לקו המגמה, יש לבחון את הערכים עצמם.

- גרף בעל נקודת חיתוך חיובית עם הציר האנכי (מקדם חופשי חיובי). כאמור בסעיף (4), הדבר אינו מתיישב עם עבודת כוח החיכוך במשוואה 3. עם זאת, עבור שיפוע גרף קטן מ 1, ובפרט במידה ולתלמיד הבנה טובה הנוגעת לקשר בין שיפוע הגרף לעבודת כוח החיכוך, ניתן לאתר את מקור השגיאה או לכל הפחות להעריך את שימור או אי שימור האנרגיה המכנית מתוך שיפוע קו המגמה.

נשים לב כי בגרפים אלה יתכנו תחומים בהם $E_{k,tot} > U_p$, תחומים בהם $E_{k,tot} < U_p$ ונקודות בהן $E_{k,tot} = U_p$. הפרשנות לשאלת שימור האנרגיה במקרים אלה עשויה להיות בעייתית או אף בלתי אפשרית, במידה ולא מופעל שיקול דעת הנוגע להיבטים שונים של הגרף (מידת התאמה לקו מגמה ליניארי, מדידות חורגות וכדומה).

[11] קווי מגמה כאלה התקבלו לחלק מהנבחנים בבגרות, ככל הנראה עקב רישום מספר מועט מדי של ספרות משמעותיות, ובחירה לא מוצלחת של הגבהים מהם שוחרר הכדור (גבהים קרובים מדי זה לזה וקטנים מדי, כך שתחומי השגיאה במיקום נקודת הפגיעה היו גדולים וחפפו זה לזה).

נספח ה: שיקולים בהסקת מסקנות מקו מגמה

בבואנו לבחון תוצאות מדידות ולהסיק מסקנות על פיהן יש להפעיל שיקול דעת בהתאם לניסוי ולתוצאות שהתקבלו. כדאי לדון בכך בהרחבה עם תלמידים בבואנו לנתח תוצאות ניסוי, ולהציג בפניהם מספר שיקולים לכאן ולכאן, כתלות בסיטואציה.

הדיון להלן מציג מספר שיקולים באופן עקרוני. הטקסט בכחול מתייחס לשיקול עבור ניסוי מעבדת החקר בשאלון זה. השיקולים מצוינים ללא חשיבות לסדר.

1. מדידה בודדת רגישה לשגיאה אקראית, סטיות הנובעות מגורמים בלתי ניתנים לכימות ושליטה. ההסתברות כי גורמים אלה ישפיעו באופן דומה על כל המדידות הקובעות את קו המגמה היא נמוכה (האופי האקראי שלהן תורם דווקא לביטול חלקי של השפעתן).
באופן זה, גדלים הנגזרים מקו המגמה אמורים להיות מושפעים פחות מהשגיאות האקראיות של מדידות בודדות בניסוי.
זהו שיקול לגיטימי עבור הניסוי במעבדה זו, אך הוא תלוי בין השאר במידה ובאופן בו מתאים מודל עם קו מגמה ליניארי לתנאי הניסוי. במידה וההתאמה נמוכה (ראו לדוגמא דיון בנספח ד) הסתמכות על קו המגמה עלולה להוביל לפרשנות מוטעית של התוצאות.
כמו כן נציין כי בניסוי זה כל מדידה היא ממוצע מקבץ של 5 תוצאות הטלה, דבר האמור להקטין את ההסתברות לסטייה אקראית גדולה במדידה בודדת.
2. קו המגמה מבטא <u>קשר בין משתנים</u>, ובכך מאפיין את התנהגות המערכת עבור טווח ערכים מסוים. בהתאם, ניתן לאמת באמצעותו חוק פיזיקלי (דוגמת ניסוי החוק השני של ניוטון או גלוונומטר טנגנטי), ו / או להסיק ממנו ערכי פרמטרים המאפיינים את מערכת הניסוי.
נשים לב כי מדידה בודדת אינה מצביעה על קשר בין משתנים מאחר והיא תקפה רק לזוג ערכים אחד. כתוצאה מכך, לא ניתן להשתמש בה כדי לאמת או לעצב מודל (ניתן עקרונית להתאים לה אינסוף מודלים שונים). נכון הדבר שגם בהתאמת מודל לקו מגמה, קיימות, עקרונית, אינסוף אפשרויות. באופן מעשי, עקב האילוצים הפיזיקליים, המתמטיים והלוגיים שעל המודל לקיים, מספר המודלים שניתן להתאים לקו מגמה נתון הוא מצומצם, ולמדידה אחת – רחב בהרבה.
במעבדת החקר אפיון המערכת המבוקש היה שימור או אי שימור אנרגיה מכנית, כאשר הקריטריון לכך היה שוויון בין ערכי האנרגיה הקינטית והפוטנציאלית בטווח גבהים מסוים של נקודת שחרור הכדור. לפי האמור לעיל, מדידה אחת אינה מספקת תשובה מהימנה מספיק מאחר והיא אינה בוחנת את <u>הקשר</u> בין האנרגיות אלא רק שוויון ביניהן עבור ערך אחד של אנרגיה (גובה שחרור אחד). קו המגמה מספק תשובה מהימנה יותר מאחר והוא יבטא את

הקשר בין המשתנים (אנרגיות פוטנציאלית וקינטית) עבור טווח של גבהים ובכך יאפיין את התנהגות המערכת בתחום זה.

3. עם זאת, קו המגמה עשוי להיות מוטה במידה רבה על ידי גורמים שונים, כגון מדידות חריגות (עקב טעות במדידה, טעות בעיבוד התוצאות, חריגה מתחום תקפות של הנחות הנוגעות לתנאי הניסוי וכדומה). בפרט, תוצאות חריגות בקצה תחום המדידה יטו אותו במידה רבה לכיוון עקב שיטת הריבועים המינימליים. הדבר עשוי להוביל לטעויות ניכרות במסקנות הנגזרות מקו המגמה, מאחר והוא אינו מייצג היטב את מרבית תוצאות המדידות.
תלמידים לא מעטים קיבלו קווי מגמה שהסקת המסקנות מהם הייתה בעייתית, כפי שנדון בנספח ד ובדגם התשובות. עם זאת, לא בכל המקרים הסתמכות על מדידה בודדת במקום על שיפוע הקו הייתה עדיפה. לדוגמא, קו מגמה בעל שיפוע גדול מ – 1 אשר יצר תחומים בהם האנרגיה הקינטית הייתה גדולה מהפוטנציאלית ותחומים אחרים בהם היא הייתה קטנה ממנה. במצב זה לא ניתן להסיק מסקנות עקביות תוך הסתמכות על מדידה אחת.

4. לעתים, מדידה יחידה מתאימה למציאת הפרמטר הפיזיקלי המבוקש, ואילו על קו המגמה משפיעות מדידות התורמות דווקא לשגיאה שיטתית במציאת הפרמטר. דוגמא לכך היא בניסוי כא"מ ומתח הדקים, בה, פרט למדידה בנתק, הזרם בסוללה משפיע על הטמפרטורה בה ובעקבות כך על התנגדותה הפנימית ועל הכא"מ שלה, כך שהם אינם קבועים (בדרך כלל קיימת התאמה טובה בניסוי זה בין המדידה הישירה לבין הערכים המתקבלים מקו המגמה, אך ניתן לבחון גם מקרים בהם הכא"מ השתנה במידה משמעותית[12]).
כאמור בנספחים ג ו- ד, הביטוי $E_{k,tot} = U_p$ רגיש מאוד לאי וודאויות אמפיריות ולטעויות בביצוע הניסוי/ עיבוד התוצאות, ועל כן שיפוע הקו לבדו עלול להוות מייצג לא מהימן מספיק לשימור או אי שימור אנרגיה מכנית.
לעומת זאת, מדידה יחידה של היחס, ובפרט אם הוא רחוק מאוד מ – 1, עשויה להצביע על אי שימור, מאחר ויהיה קשה ליישב אותה עם מצב בו האנרגיה המכנית נשמרת. כמובן שעדיף לבחון את היחס עבור <u>כל</u> המדידות, מאחר ומדידה בודדת אינה מהימנה מספיק ואינה מייצגת את התנהגות המערכת בכל התחום הנמדד.

[12] ניתן לראות השפעה ניכרת של הזרם על הכא"מ (למעשה של הטמפרטורה עקב ההתנגדות פנימית) במידה ויוצרים מעגל עם זרם גבוה (כ 2A) במשך מספר דקות, ומיד לאחר מכן מודדים את כא"מ הסוללה, בעודה בטמפרטורה גבוהה. כדאי לבצע הדגמה כזו (בזהירות, הטמפרטורות כאמור גבוהות) בדיון עם התלמידים על השיקולים במדידה ישירה של הכא"מ או קביעתו על פי קו המגמה.

5. ניתן להתאים לעתים קו מגמה ליניארי לגרף לא ליניארי, וההתאמה תהיה, על פניו, טובה. באופן כללי, יש לנסות לבחון האם מודל תאורטי המנבא קשר ליניארי בין משתנים הינו סביר בתנאי הניסוי, האם הנחות הפישוט בו אינן מרחיבות יתר על המידה, האם תחום המדידות מאפשר לזהות בסבירות גבוהה חריגה מהתנהגות ליניארית (לדוגמא, גרף מעריכי, עבור ערכים קטנים מספיק, נראה ליניארי בקירוב טוב) וכדומה. במקרים כאלה הסתמכות על קו המגמה עלולה להוביל למסקנות שגויות. כלל לא בטוח שהסקת מסקנות ממדידה בודדת בתנאים אלה עדיפה. כל מקרה לגופו.

במעבדת החקר לא ניתן מודל תאורטי המנבא חד משמעית קשר ליניארי בין המשתנים (ראו נספח ג). במצב כזה, הסקה ישירה מתוך יחס האנרגיות עשויה להיות עדיפה מאחר והיא רגישה פחות למאפיינים פרטניים של המודל, לדוגמא, מידת התאמתו להתנהגות ליניארית. גם כאן כמובן רצוי מאוד לבחון את יחס האנרגיות עבור <u>כל</u> המדידות, מאחר ומדידה אחת אינה משקפת מהימנה של התנהגות המערכת בתחום מסוים.

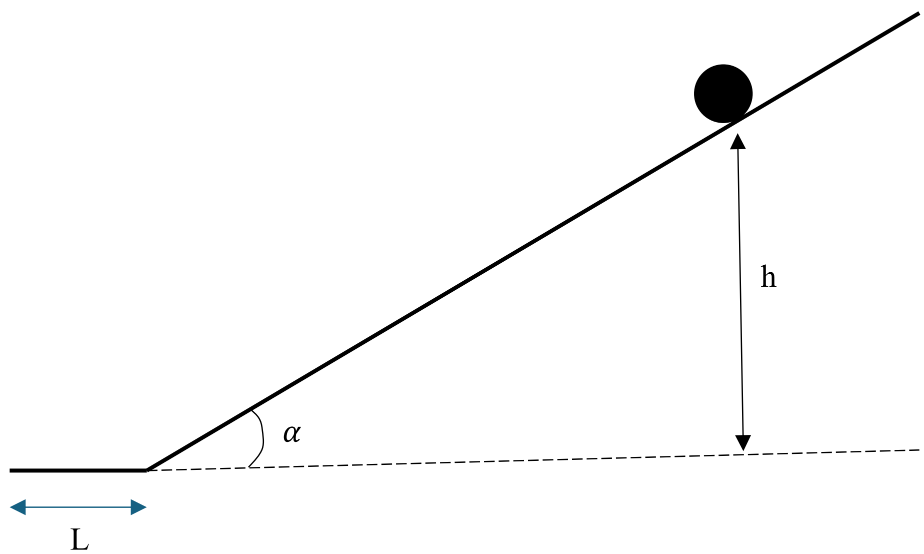
ככלל, נשאף להנחות את התלמידים להפעיל שיקול דעת ולבחון היטב את התוצאות שקיבלו, את המודל עימו הם עובדים, תחום התקפות שלו והנחות הפישוט שבו, לשים לב לתוצאות חריגות והשפעתן האפשרית, ולהיות מודעים לשיקולים השונים בתכנון וביצוע הניסוי, כמו גם לאופן עיבוד התוצאות שלו.

נספח ו: מודל לדוגמא, עבורו מתקיים קשר ליניארי בין האנרגיות

להלן נציג בקצרה מודל אפשרי למערכת בו הקשר בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הקינטית הכוללת הוא ליניארי, ועבודת כוח החיכוך תלויה גם היא באנרגיה הפוטנציאלית (גובה השחרור). אין הכרח שהמודל המוצע כאן הוא המודל שמתאר בצורה הטובה ביותר את ממצאי הניסוי.

המודל המתואר אינו תואם בהכרח את המערכת עימה עבדו התלמידים באופן מעשי, והוא לא נדרש לפתרון השאלות בבחינה. הוא מובא כדוגמא כדי להמחיש ולסייע בהבנת מספר דגשים דידקטיים, בפרט בשאלות 7 ו- 9, ובאופן כללי בכדי לסייע למורים להביא את תלמידיהם לרמה גבוהה יותר של הבנה.

המודל מניח כי המערכת בנויה ממסילה ישרה בזווית נטייה קבועה α, המסתיימת במקטע אופקי באורך L, כמתואר באיור. מקדם החיכוך הקינטי במסילה קבוע ומסומן μ_k. אנו מניחים כי היחס בין מקדם החיכוך וזווית הנטייה הוא כזה המאפשר את תנועת הכדור.



<u>במקרה של החלקה בלבד (ללא גלגול)</u>: עבודת כוח החיכוך לכדור המשוחרר מגובה h ועד קצה המסילה היא:

$$W_f = -\mu_k(mgcos\alpha)\left(\frac{h}{sin\alpha}\right) - \mu_k mgL = -\mu_k cot\alpha \cdot U_p - \mu_k mgL$$

כאשר השתמשנו בקשר: $U_p = mgh$. על פי נוסחה 3, האנרגיה הקינטית הכוללת תהיה:

$$E_{k\prime tot}=U_p+W_f=(1-\mu_k cot\alpha)\cdot U_p-\mu_k mgL$$

זהו קשר ליניארי תאורטי בין האנרגיה הקינטית הכוללת בתחתית המסלול לאנרגיה הפוטנציאלית בנקודת השחרור, בו שיפוע הגרף קטן מ – 1, וקיים מקדם חופשי שלילי.

<u>בניסוי הנוכחי, במקרה של גלגול</u>: מודל אחד **אפשרי** הוא מודל על פיו החיכוך יבצע רק חלק מהעבודה שחושבה במקרה בו קיימת החלקה בלבד, כלומר קיים A כלשהו $(0<A<1)$ כך שעבודת כוח החיכוך היא:

$$W_f=A\cdot W_{f\ \text{החלקה}}$$

יש לשים לב ש-A הוא מקדם אפקטיבי. כלומר, הוא משקלל יחדיו את השפעת הגלגול בכל אחד מחלקי המסלול. נקבל מכאן:

$$E_{k\prime tot}=U_p+W_f=(1-\mu_k Acot\alpha)\cdot U_p-\mu_k AmgL$$