

אוסף שאלות מתפתחות

במתמטיקה

מתוך

מחקרי הטימס

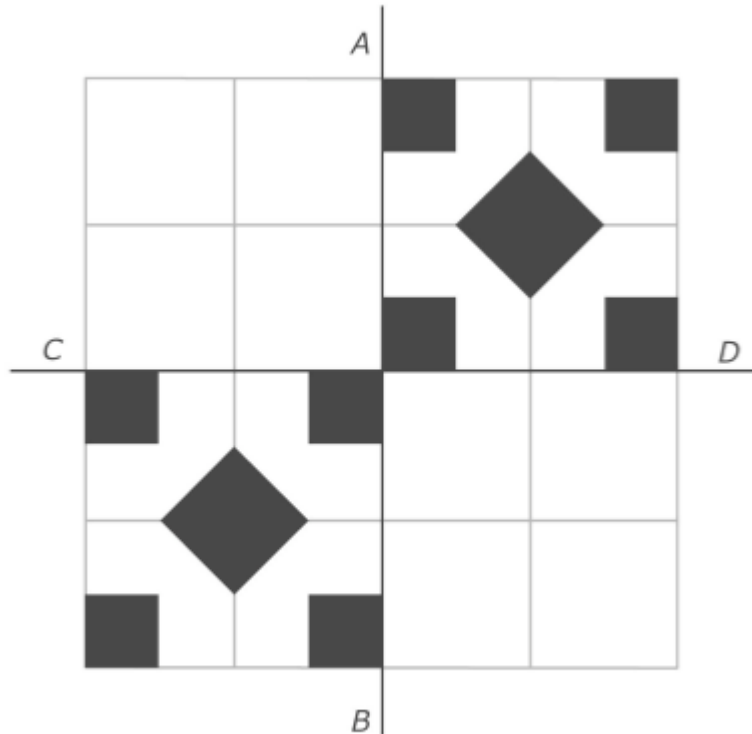
2003-2011

יצירת דגמים בעזרת אריחים¹



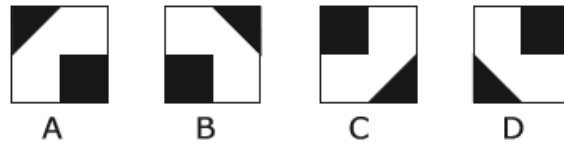
לצורך מילוי המשימה עליכם להשתמש באריחים מהצורה
אתם יכולים להוריד ללוח מספר אריחים כרצונכם.
כל אריח ניתן לסיבוב ולהזזה.

קיימות דרכים שונות ליצירת דגמים בעזרת אריחים. חלק מרשת המשבצות למטה
הושחר, כדי להראות כיצד ניתן לסדר את האריחים בחלק מן המשבצות. אפשר
להמשיך את הדגם, כך ש AB ו- CD יהיו קווי סימטריה.

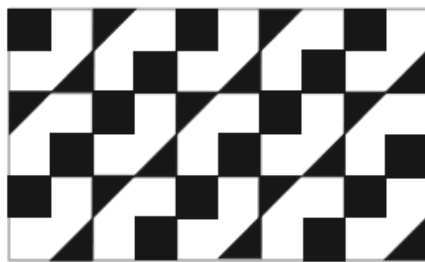


א. השלימו אריחים במשבצות החסרות על ידי הזזה וסיבוב כדי ליצור דגם שהוא סימטרי לגבי הקו AB
וגם לגבי הקו CD .

אפשר לסדר את האריחים בארבע דרכים שונות. ארבע הדרכים מוצגות למטה, ומסומנות באותיות מזהות A, B, C, או D.



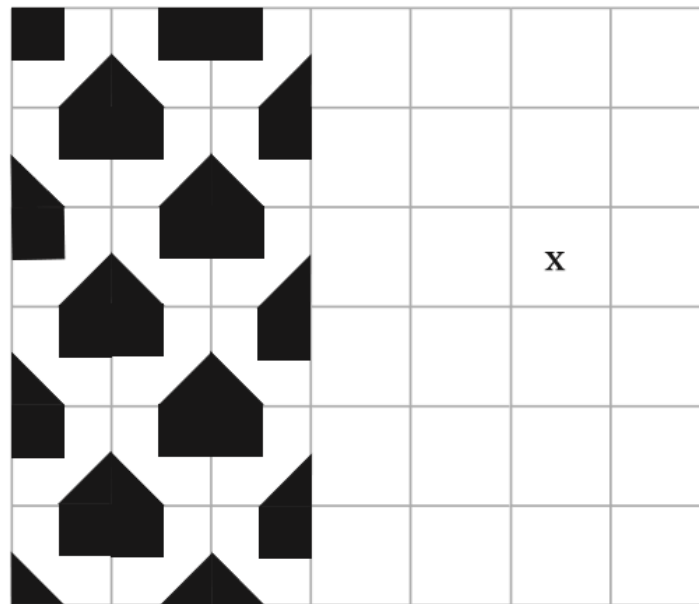
אפשר לתאר דגמים בעזרת האותיות האלה. לדוגמה, אפשר לתאר את הדגם שלמטה על ידי רשת האותיות שליד הדגם.



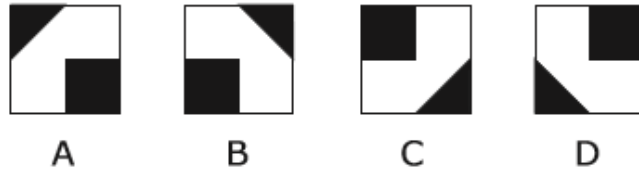
C	A	C	A	C
A	C	A	C	A
C	A	C	A	C

ב.

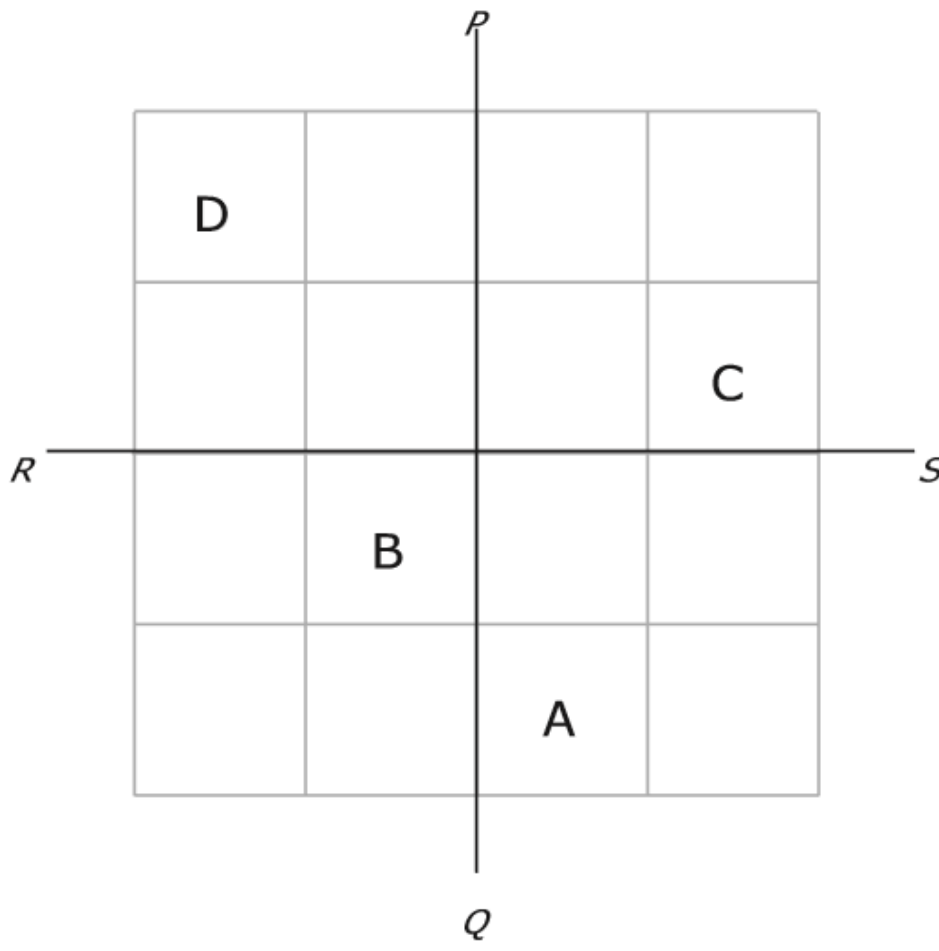
אם נמשיך את הדגם שלמטה, איזו אות תזוהה את כיוון האריחים בתא המסומן ב-X?



תשובה: _____



נמשיך לזהות את האריחים כפי שמוצג למעלה. כתוב/י את האותיות A, B, C, או D על גבי רשת המשבצות כדי ליצור דגם סימטרי שבו PQ ו-RS הם קווי סימטריה. סידור האריחים צריך ליצור דגם.



ג. סדרו את האריחים על הלוח על ידי סיבוב והזזה.

טריאתלון²

טריאתלון היא תחרות שבה הספורטאים שוחים, אחר כך רוכבים על אופניים ולבסוף רצים מרחקים קצובים. הראשון שמסיים את המסלול כולו הוא המנצח. קטיה, ברכה ושוש התחרו ביניהן בטריאתלון. המסלול שאותו עברו כלל 1 ק"מ שחייה, בהמשך, 40 ק"מ רכיבה על אופניים ולבסוף 15 ק"מ ריצה.

א. ברכה הייתה השחינית המהירה ביותר, והיא השלימה את השחייה למרחק 1 ק"מ ב-25 דקות. לקטיה נדרשו 10 דקות יותר מאשר לברכה על-מנת לסיים את פרק השחייה, ולשוש נדרשו 5 דקות יותר מאשר לקטיה. השתמשו במידע זה כדי להשלים את הטבלה הבאה העוסקת בשחיה:

שחייה	קטיה	ברכה	שוש
זמן (בדקות)		25	

ב. קטיה הייתה הרוכבת המהירה ביותר. היא גמאה את מסלול ה-40 ק"מ במהירות ממוצעת של 30 ק"מ בשעה. ברכה רכבה 10 דקות יותר מאשר קטיה, ושוש רכבה 15 דקות יותר מאשר קטיה.

השתמשו במידע זה כדי להשלים את הטבלה הבאה העוסקת ברכיבת אופניים:

רכיבה על אופניים	קטיה	ברכה	שוש
זמן (בדקות)			

ג. שוש הייתה האצנית המהירה ביותר. היא השלימה את מסלול הריצה למרחק 15 ק"מ במהירות ממוצעת של 7.5 ק"מ לשעה. ברכה רצה 10 דקות יותר מאשר שוש, וקטיה רצה 5 דקות יותר מאשר ברכה.

השתמשו במידע זה כדי להשלים את הטבלה הבאה העוסקת בריצה:

שוש	ברכה	קטיה	ריצה
			זמן (בדקות)

ד. השלימו את הטבלה הבאה והראו את הזמן הכולל של כל משתתפת בטריאתלון.

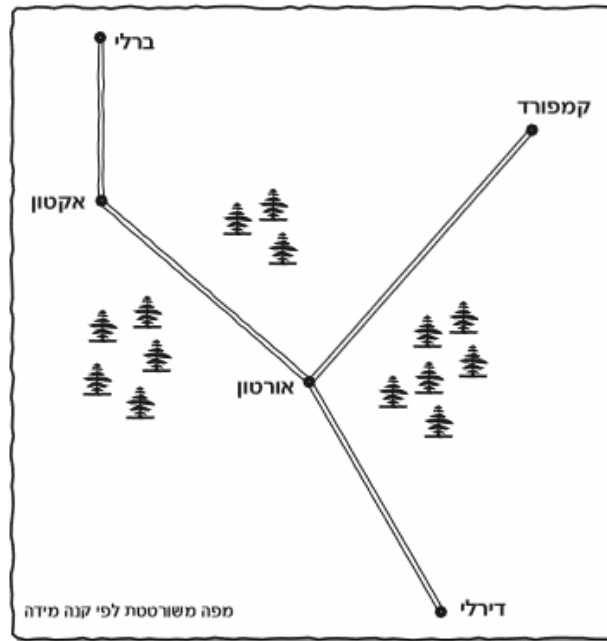
שוש	ברכה	קטיה	טריאתלון
			זמן (בדקות)

מי ניצח בטריאתלון?

תשובה: _____

טיול כיתתי³

מיכאל וקטי מתכננים טיול יומי עבור כיתתם. הם מתכננים לנסוע מבית ספרם שבאורטון לאחת מהערים אקטון, ברלי, קמפורד או דירלי. מיכאל וקטי השתמשו במפה שלמטה לחישוב המרחקים אל ארבע הערים. המפה מראה את כל הדרכים מאורטון.



מאחר שהמורה אמר שהם חייבים לחזור בו ביום, הכיתה אינה יכולה לנסוע לעיר שמרחקה מאורטון יותר מ-80 ק"מ. נתון שהמרחק בין אורטון לקמפורד הוא 80 ק"מ. השתמשו במפה שלעיל כדי להשלים את הטבלה שלהלן על ידי הכנסת **כן** או **לא** במקומות הריקים.

דירלי	קמפורד	ברלי	אקטון	
	כן			מתקיים התנאי של 80 ק"מ או פחות

המחיר הכולל של הטיול עבור כל התלמידים חייב להיות 500 זדים או פחות.
בכיתה 30 תלמידים.
להלן המחירים לביקור בכל עיר:

ביקור בברלי ובדירלי
תעריף תלמיד

כרטיס הלוך ושוב: 20 זדים
10% הנחה לקבוצות
של 15 תלמידים או יותר

ביקור באקטון ובקמפורד
תעריף תלמיד

כרטיס הלוך ושוב: 25 זדים
הנחה עבור קבוצה
 $\frac{1}{3}$
של 25 תלמידים או יותר

באילו ערים התלמידים יכולים להרשות לעצמם לבקר? הראה/י חישוביך.

המורה הוסיפה ואמרה צריכים להתקיים שלושה תנאים לתכנון הטיול מבחינת התזמון:

1. יש לעזוב את העיר שלנו ב- 9:00 בבוקר או מאוחר יותר
2. יש לחזור לעיר שלנו ב- 17:00 אחר הצהריים
3. חייבים להישאר בעיר שבה נבקר לפחות 3 שעות.

מיכאל וקטי השתמשו בלוחות הזמנים של האוטובוסים כדי לעמוד בתנאים שהמורה הציבה בפניהם.

הם התחילו למלא את המידע בטבלה אך לא השלימו אותה.

א. השתמשו בלוחות הזמנים של האוטובוסים כדי להשלים את הטבלה עבור הנסיעה לאקטון.

ב. השתמשו בלוחות הזמנים של האוטובוסים כדי להשלים את הטבלה עבור הנסיעה לקמפורד.

טיול ל...	לוח הזמנים הטוב ביותר של האוטובוס					תנאי המורה		
	עוזב את העיר שלנו ב...	מגיע ליעד ב....	עוזב בחזרה את היעד ב...	מגיע לעיר שלנו ב....	זמן אפשרי לשהייה בעיר	עוזב ב: 9:00 או מאוחר	נשארים בעיר לפחות 3 שעות	חוזרים ב: 17:00
אקטון	9:00	11:15						
ברלי	9:15	12:20	14:30	17:35	2 שעות ו-10 דקות	כן	לא	לא
קמפורד	9:25							
זרלי	9:10	11:15	14:40	16:45	3 שעות ו-25 דקות	כן	כן	כן

לוח זמני אוטובוס – אקטון

לוח זמנים מאקטון לעיר שלנו	
שעת הגעה לעיר שלנו	שעת יציאה מאקטון
10:45	8:30
11:45	9:30
12:45	10:30
13:45	11:30
14:45	12:30
15:45	13:30
16:45	14:30
17:45	15:30
18:45	16:30

לוח זמנים מהעיר שלנו לאקטון	
שעת הגעה לאקטון	שעת יציאה מהעיר שלנו
10:15	8:00
11:15	9:00
12:15	10:00
13:15	11:00
14:15	12:00
15:15	13:00
16:15	14:00
17:15	15:00
18:15	16:00

לוח זמני אוטובוס – קמפורד

לוח זמנים מקמפורד לעיר שלנו	
שעת הגעה לעיר שלנו	שעת יציאה מקמפורד
10:50	8:35
11:50	9:35
12:50	10:35
13:50	11:35
14:50	12:35
15:50	13:35
16:50	14:35
17:50	15:35
18:50	16:35

לוח זמנים מהעיר שלנו לקמפורד	
שעת הגעה לקמפורד	שעת יציאה מהעיר שלנו
10:40	8:25
11:40	9:25
12:40	10:25
13:40	11:25
14:40	12:25
15:40	13:25
16:40	14:25
17:40	15:25
18:40	16:25

ג. איזו עיר מתאימה לשתושת התנאים של המורה?

תשובה: _____

ד. אם לוקחים בחשבון את כל הדרישות – מרחק, מחיר ותנאי התזמון.

באיזו עיר אפשר לבקר?

תשובה: _____

תוכניות טלפון⁴

בטי, רן ודורית עברו לגור בזדלנד. כל אחד מהם נזקק לשירותי טלפון. הם השיגו מחברת הטלפונים את המידע הבא אודות שתי תוכניות טלפון מוצעות.

הם צריכים לשלם תשלום קבוע כל חודש ויש תעריפים שונים עבור כל דקת שיחה. התעריפים תלויים בשעת היום או הלילה שבה הם משתמשים בטלפון ובסוג התוכנית של התשלום שבה הם בוחרים. שתי התוכניות כוללות זמן שיחה חופשי ללא תשלום. פרטי שתי התוכניות בטבלה שלהלן.

דקות שיחה חופשיות לחודש	תעריף לדקה		תשלום חודשי	תוכנית
	לילה (6 בערב עד 8 בבוקר)	יום (8 בבוקר עד 6 בערב)		
180	1 זד	3 זדים	20 זדים	תוכנית א
120	2 זדים	2 זדים	15 זדים	תוכנית ב

א.

בטי משוחחת פחות מ-2 שעות בחודש. איזו תוכנית תהיה הפחות יקרה עבורה? הסבר/י את תשובתך.

התוכנית הפחות יקרה היא _____

הסבר/י תשובתך במונחים של תשלום חודשי וזמן שיחה חפשי.

ב.

רן משוחח 5 שעות בחודש בשעת תעריף לילה בלבד. כמה תעלה לו בחודש כל תוכנית? הראה/י את חישוביך.

המחיר החודשי בתוכנית א _____ זד

המחיר החודשי בתוכנית ב _____ זד

ג.

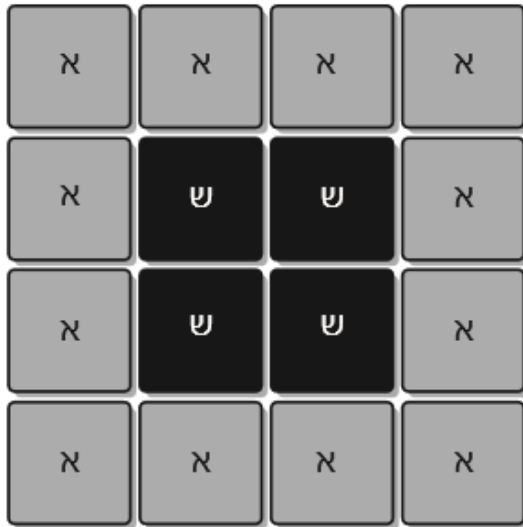
דורית בחרה בתוכנית ב' והחשבון שלה עבור חודש אחד של השירות היה 75 זדים.
כמה דקות היא שוחחה באותו חודש? הראה/י את החישובים שהובילו אותך לתשובה.

דקות שיחה _____

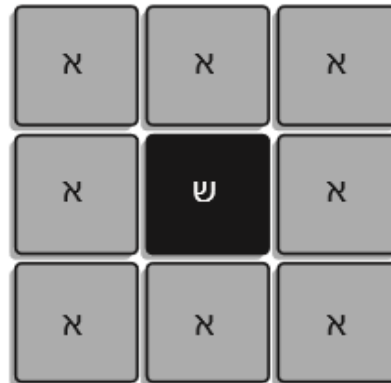
אבני משחק אדומות ושחורות⁵

לרותי יש אבני משחק אדומות ואבני משחק שחורות. היא בונה מאבני המשחק דגמים ריבועיים.

בדגם של 4×4 יש 4 אבני משחק שחורות ו-12 אבני משחק אדומות.



בדגם של 3×3 יש אבן שחורה אחת ו-8 אבני משחק אדומות.



ש = אבן משחק שחורה

א = אבן משחק אדומה

הטבלה שלמטה מציגה את מספר אבני המשחק עבור שלושת הדגמים הראשונים שרותי בנתה. רותי המשיכה לבנות דגמים בעלי אותה תבנית. השלימו את הלוח עבור הדגמים 6×6 ו- 7×7 .

מספר כולל של אבני משחק	מספר אבני המשחק האדומות	מספר אבני המשחק השחורות	דגם
9	8	1	3×3
16	12	4	4×4
25	16	9	5×5
		16	6×6
		25	7×7

השתמשו בתבניות שבטבלה כדי לענות על השאלות האלה.

א. רותי בנתה דגם ובו מספר **כולל** של 64 אבני משחק.
כמה מהן היו שחורות וכמה מהן היו אדומות?

תשובה: _____ אבני משחק שחורות _____ אבני משחק אדומות

ב. רותי בנתה דגם ובו 49 אבני משחק **שחורות**.
בכמה אבני משחק **אדומות** השתמשה רותי בדגם זה?

תשובה: _____ אבני משחק אדומות

ג. לאחר מכן רותי בנתה דגם ובו 44 אבני משחק **אדומות**. כמה אבני
משחק שחורות תצטרך רותי כדי להשלים את החלק השחור שבדגם?

תשובה: _____ אבני משחק שחורות

רותי רצתה להוסיף שורה לטבלה, המראה את מספר אבני המשחק הדרושות לריבוע בכל גודל שהוא. היעזרו בחוקיות שבטבלה בעמוד הקודם כדי להשלים בטבלה שלפניכם את השורה עבור הדגם $n \times n$.

מספר כולל של אבני משחק	מספר אבני המשחק האדומות	מספר אבני המשחק השחורות	דגם
		$(n - 2)^2$	$n \times n$