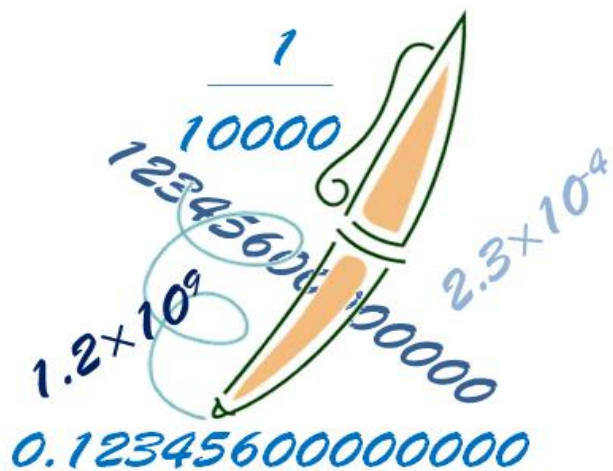


# כתיבה מדעית

## של מספרים



אוגוסט 2013

**פיתוח : המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי**

קישור לקובץ [http://highmath.haifa.ac.il/kita\\_madait/ktiva\\_madait\\_talimid.pdf](http://highmath.haifa.ac.il/kita_madait/ktiva_madait_talimid.pdf)

פורסם באתר מרכז המורים: <http://highmath.haifa.ac.il>

### כתובת המערכת

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

הפקולטה לחינוך אוניברסיטת חיפה

שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל. 04-8288351, פקס: 04-8240757

דוא"ל: [hmathcntr@edu.haifa.ac.il](mailto:hmathcntr@edu.haifa.ac.il)

חלק מהמשימות מבוססות על פעילויות "**מהסביבה הממוחשבת – לראות מתמטיקה:**

**פונקציות**"

בהוצאת מטח, המרכז לטכנולוגיה חינוכית,

<http://www.cet.ac.il/math/function/index.htm>

ומפיוצחים שפותחו על ידי **המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי**.

<http://highmath.haifa.ac.il>

בנוסף יש הפניות לפעילויות באתרים אלו.

יצא לאור במימון האגף למדעים במזכירות הפדגוגית  
ומינהלת מל"מ המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי  
© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך



מינהלת מל"מ  
המרכז הישראלי לחינוך מדעי  
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט



אוניברסיטת חיפה  
הפקולטה לחינוך



משרד החינוך  
המזכירות הפדגוגית  
אגף מדעים

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية

# מהי מתמטיקה?

למתמטיקה יש הגדרות ותיאורים שונים. נעיין בשניים מהם:

**מתמטיקה** היא **המדע** העוסק במושגים כגון **כמות**, **מבנה**, **מרחב** ו**שינוי**. יש המציגים אותה כמדע של דפוסים (תבניות משותפות), וכי המתמטיקאים מחפשים דפוסים: במספרים, במרחב, במדע, במחשבים ובהפשטות דמיוניות (מתוך ויקיפדיה, ערך "מתמטיקה")

מתמטיקה היא שפה. כך למשל ז'אן פוריה (Jean Fourier, 1768-1830) טוען ש: "לא יכולה להיות שפה אוניברסלית יותר... לתאר את היחסים הבלתי משתנים של הטבע".

לתיאור מתמטי של תופעה קוראים לעיתים "מודל מתמטי". מודל מתמטי הוא כלי חיוני לפתרון בעיות קיומיות במדעי הטבע והחברה, בהנדסה, בכלכלה, ואפילו בפסיכולוגיה. לדוגמה, כולנו גאים בהישגיו של המתמטיקאי הישראלי פרופסור ישראל אומן. תחום מחקרו העיקרי הוא תורת המשחקים (תחום מרתק ומאוד רציני במתמטיקה). אך פרופ' ישראל אומן קיבל פרס נובל בכלכלה לשנת 2005, כי בכלכלה היישום של המודל המתמטי שהוא פיתח, התגלה כמהפכני.

למתמטיקה ולמדעים אחרים יש קשר הדדי: מחד גיסא בעיות במדעים לעיתים הן סיבה לתגליות מתמטיות חשובות, ומאידך גיסא מתמטיקה חדשה, שהתפתחה בלי קשר למציאות הידועה, מנבאה לפעמים תופעות במציאות שטרם התגלו.

מדענים ומהנדסים לעיתים מתמודדים עם גדלים וכמויות קטנים מאוד או עצומים, כגון אלפית, מיליונית, ומיליארדית, מיליון או מיליארדים. למשל **נוטכנולוגיה** או בקיצור **נוטק** הוא שם כולל לתחום המחקר והטכנולוגיות החדשים יחסית, העוסקים באובייקטים בקנה מידה אטומי ומולקולרי, כלומר מאוד קטנים!

לא נוח לעשות פעולות על מספרים כאלה, הכתיבה היא מסורבלת וצורכת זמן.

גם אם נעביר לטכנולוגיה את החישובים, הכנסת המספרים האלה מצריכה זמן ודיוק רב. כדי להפוך את העבודה לנוחה ומהירה יותר כותבים את המספרים בצורה מדעית, שלפעמים נקראת גם צורה סטנדרטית.

בהמשך נלמד מהי הצורה המדעית של מספר וכיצד כותבים בה מספרים. אך לפני כן תנו דוגמה לשני גדלים או שתי כמויות גדולות מאוד, וכמו כן לשני גדלים או שתי כמויות קטנות מאוד. אין צורך להזכירם שאינטרנט יכול לסייע לכם למצוא דוגמאות מעניינות.

# מספרים גדולים (מאוד)

## כוכבי הלכת

ישנם שמונה כוכבי לכת: כוכב חמה (מרקורי), נוגה, כדור הארץ, מאדים, צדק, שבתאי, אורנוס ונפטון. יש בעיות פיזיקליות שכדי לפתור אותן צריך לבצע פעולות על מסות של כוכבי הלכת. לפי סטנדרטים מדעיים מסוימים המסות של כוכבי הלכת נמדדות בקילוגרמים. הנה הנתונים: מסה של הכדור שלנו – כדור הארץ - היא בקירוב 33020000000000 ק"ג, המסה של כוכב חמה היא בקירוב 33020000000000 ק"ג, של נוגה - 486850000000000000000000 ק"ג, של מאדים - 641910000000000000000000 ק"ג, של צדק - 1899000000000000000000000000 ק"ג, של שבתאי - 5684600000000000000000000000 ק"ג, של אורנוס - 8686000000000000000000000000 ק"ג, ושל נפטון - 1024000000000000000000000000 ק"ג.

## משימה 1:

1. סדרו את המסות של כוכבי הלכת לפי סדר עולה.
2. הציעו דרכים שונות המקלות על השוואת המספרים הגדולים האלה.
3. דונו עם הכיתה ועם המורה על דרכים שונות להשוואת מספרים גדולים.

## משימה 2:

לכתיבת המספרים אסף הציע את השיטה הבאה: במקום לכתוב את המסה של כדור הארץ במספר ארוך כזה 597420000000000000000000 ק"ג, הוא הציע לכתוב:  $59742 \times 10^{20}$  ק"ג.

א. מהי לדעתכם המשמעות של  $10^{20}$ ?

ב. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקה:

- $12 \times 10^5$
- $235 \times 10^4$
- $3.2 \times 10^3$
- $107.23567 \times 10^5$
- $0.87 \times 10^8$

1. ההצעה של אסף נכונה.

א. הסבירו את ההצעה.

ב. כתבו את המסות של כל כוכבי הלכת על פי ההצעה של אסף.

ג. סדרו את המסות של כוכבי הלכת לפי סדר עולה.

האם ההצעה של אסף הופכת את תהליך ההשוואה לקל יותר?

2. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקה:

א.  $10^5$

ב.  $10^4$

ג.  $10^3$

ד.  $10^2$

ה.  $10^1$

ו.  $10^0$

מה המשמעות של המעריך בכל אחד מהמספרים?

3. מירי טוענת שמהירות ההליכה שלה היא כ-  $4.5 \times 10^0$  ק"מ לשעה.

מהי לדעתכם המשמעות של  $10^0$ ? האם הטענה של מירי הגיונית?

---

### משימה 3:

1. חשבו בעזרת מחשבון מדעי:

א.  $37258 \times 43451$

ב.  $123456789000000 \times 987654321000000$

ג.  $1111111111111000 \times 20202020$

ד.  $54321 \times 10^5 \times 2468 \times 10^8$

ה.  $12.4 \times 10^2 \times 132 \times 10^4$

2. דונו עם הכיתה ועם המורה בשיטות השונות לחישוב שבהן השתמשתם.

3. היכן נתקלתם בקשיים? כיצד התמודדתם איתם?

---

## משימה 4:

בחרו נושא אחד שמעניין אתכם מהרשימה וכתבו סיכום/מצגת והציגו בכיתה. אין הכוונה להעתיק מהאינטרנט אתר מסוים!

- א.** האם יש מתמטיקאים שקיבלו פרס נובל?  
מהם הפרסים החשובים במתמטיקה?  
למי מוקדשת הכותרת "לראשונה: ישראלי זכה ב"פרס נובל למתמטיקה"  
למה זה מופיע במרכאות?
  - ב.** הציגו דוגמאות למודלים מתמטיים שתרומתם גדולה בתחומים אחרים  
(כמובן, בלי תיאור מתמטי מפורט).
  - ג.** מהי תורת המשחקים?
  - ד.** מהם כוכבי הלכת?
  - ה.** כתבו על תחומים נוספים שבהם יש שימוש במספרים מאד גדולים או  
התמקדו בתחום אחד כזה והרחיבו עליו.
  - ו.** כתבו על נושא אחר שקשור לנושא ומעניין אתכם.
-

# הצורה המדעית לכתובת מספרים גדולים

כאשר כותבים מספר גדול או קטן מאוד בצורת מכפלה שבה גורם אחד הוא חזקה של 10, הכתיבה מתקצרת, ונוח יותר לעשות פעולות על מספרים הכתובים בצורה זאת. למשל, כאשר מייצגים את המספר 2468000000 בצורה  $2468 \times 10^6$ , קל יותר לעשות פעולות על המספר הזה.

אך גם כאשר מספרים כתובים בצורת מכפלה שבה גורם אחד הוא חזקה של 10, לא תמיד ביצוע הפעולות (השוואה או פעולות מתמטיות אחרות) על המספרים האלה היא מלאכה פשוטה.

## משימה 1:

1. כתבו סימן  $>$ ,  $<$  או  $=$  בין המספרים בזוגות.

א.  $12.4 \times 10^2$  \_\_\_\_\_  $12.4 \times 10^4$

ב.  $1.57 \times 10^7$  \_\_\_\_\_  $1.57 \times 10^3$

ג.  $12.34 \times 10^2$  \_\_\_\_\_  $5.97 \times 10^2$

ד.  $1.34 \times 10^5$  \_\_\_\_\_  $56.5 \times 10^4$

ה.  $1.17 \times 10^5$  \_\_\_\_\_  $1.2 \times 10^4$

ו.  $0.4 \times 10^7$  \_\_\_\_\_  $1.5 \times 10^4$

2. דונו בשיטות שנעזרתם בהן להשוואה. בחרו את הזוגות שהיה קל להשוות. הסבירו מדוע. בחרו את הזוגות שהיה קשה להשוות. הסבירו מדוע.



כדי לפשט את הייצוג ואת השימוש בו עוד יותר, נקבעה צורה מדעית – סטנדרטית – לייצוג מספרים חיוביים קטנים או גדולים.  
הצורה המדעית היא צורת מכפלה, שבה **הגורם הראשון גדול מ-1 וקטן מ-10, והגורם השני הוא חזקה של 10.**

**דוגמה:** נחזור לזוג המופיע במשימה 1 בסעיף ד':  $56.5 \times 10^4$  \_\_\_\_\_  $1.34 \times 10^5$ .

המספר הראשון מופיע בצורה המדעית: הגורם הראשון 1.34 גדול מ-1 וקטן מ-10, והגורם השני הוא חזקה של 10. לעומתו המספר  $56.5 \times 10^4$  איננו מוצג בצורה המדעית, כי  $56.5 > 10$  (ולפי הקביעה הוא אמור להיות קטן מ-10).

נציג את המספר  $56.5 \times 10^4$  בצורה המדעית: כדי שהגורם הראשון יהיה גדול או שווה ל-1 וקטן מ-10, נחלק אותו ב-10 ונקבל 5.65. מצד שני כדי לשמור על גודל המספר, נכפול את הגורם השני ב-10, ונקבל  $10^5$  (במקום  $10^4$ ). עכשיו נכתוב את המספר  $56.5 \times 10^4$  בצורה המדעית:  $5.65 \times 10^5$ . אם נשווה עכשיו את שני המספרים, נראה בקלות ש  $5.65 \times 10^5 < 1.34 \times 10^5$ .

## משימה 2:

1. הסבירו מדוע קל להשוות את המספרים  $1.34 \times 10^5$  ו-  $5.65 \times 10^5$ .

2. סמנו את המספרים שאינם מיוצגים בצורה המדעית. הסבירו.

א. 123,000      ב.  $5.33 \times 10^2$       ג.  $27.3 \times 10^5$

ד.  $4.02 \times 5^2$       ה.  $123 \times 10^{15}$       ו.  $0.214 \times 10^7$

ז.  $1.00 \times 10^6$       ח.  $9.30003 \times 10^4$       ט.  $10.32 \times 10^2$

3. כתבו בצורה המדעית את המספרים הבאים:

א. 25,000      ב. 423,000      ג. 95,500

ד. 3,687      ה. 560,000,000      ו. 52.79

ז. 234.178      ח. 1.005      ט. 123.64

4. נתונים מספרים בצורתם המדעית. כתבו את המספרים בלי שימוש בחזקות של 10:

א.  $1.23 \times 10^6$       ב.  $5.33 \times 10^2$       ג.  $9.157 \times 10^4$

ד.  $1.01 \times 10^2$       ה.  $9.101 \times 10^8$       ו.  $6.0002 \times 10^5$

ז.  $0.8 \times 10^0$       ח.  $2.00203 \times 10^3$       ט.  $8.1 \times 10^9$

5. תנו שלוש דוגמאות של גדלים פיזיקליים (מסה, מרחק, משקל, מהירות...) גדולים מאוד.

כתבו אותם בשתי צורות: בלי שימוש בחזקות של 10 ובצורה המדעית. אפשר כמובן לחפש את הגדלים באינטרנט.

# עשר בחזקת מספר שלילי

נביא דוגמאות של גדלים קטנים: מסה של כנף של זבוב היא 0.00000005 ק"ג. קוטר של נגיף השפעת הוא 0.0000103 מ'. גם את המספרים הקטנים אפשר לייצג בצורה המדעית. כדי לעשות זאת נלמד קודם מה זה עשר בחזקת מספר שלילי. נציג כמה דוגמאות של שימוש בחזקות שליליות של 10:

$$\frac{1}{10} = 10^{-1} \quad \text{א.}$$

$$\frac{1}{100} = 10^{-2} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{1000} = 10^{-3} \quad \text{ג.}$$

דונו: האם עשר בחזקת מספר שלילי הוא מספר חיובי או שלילי? האם לדעתכם 10 בחזקת מספר שלילי יכול להיות שווה לאפס?

## משימה 1:

1. כתבו את המספרים על ידי חזקות של 10:

$$\frac{1}{1000000} \quad \text{א.}$$

$$\frac{1}{1000000000000} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{10000000000000} \quad \text{ג.}$$

2. העלו השערה כיצד צריך לייצג את המספרים הבאים בעזרת חזקות שליליות של 10:

א.  $\frac{3}{10}$

ב.  $\frac{5}{100}$

ג.  $\frac{121}{10000}$

ד.  $\frac{250}{100000}$

ה.  $\frac{127}{10000}$

3. העלו השערה מהי הצורה המדעית של המספר  $\frac{3}{100}$

4. סמנו את המספרים שלדעתכם כתובים בצורה המדעית:

א.  $\frac{1}{1000} \times 10^{-3}$

ב.  $5.2 \times 10^{-1}$

ג.  $24 \times 10^{-5}$

ד.  $0.3 \times 10^{-2}$

ה.  $1.23444 \times 10^{-3}$

כמו במספרים הגדולים, כך גם במספרים הקטנים הצורה המדעית היא צורת מכפלה, שבה הגורם הראשון גדול או שווה ל-1 וקטן מ-10, והגורם השני הוא חזקה של 10. במספרים הקטנים החזקה של 10 היא שלילית.

5. כתבו את המספרים הבאים בצורה מדעית:

$$\frac{53}{1000} = \frac{5.3}{100} = \frac{5.3}{10^2} = 5.3 \times 10^{-2}$$

א.  $\frac{11}{10000}$

ב.  $\frac{765}{100000}$

ג.  $\frac{1}{10000000}$

ד.  $\frac{76.9}{10000}$

6. כתבו את המספרים הבאים בלי שימוש בחזקות של 10:

א.  $2.3 \times 10^{-3}$

ב.  $7.12 \times 10^{-1}$

ג.  $24 \times 10^{-5}$

ד.  $0.3 \times 10^{-2}$

ה.  $1.23444 \times 10^{-3}$

7. כתבו סימן  $>$ ,  $<$  או  $=$  בין המספרים בזוגות.

א.  $1.57 \times 10^{-2}$  \_\_\_\_\_  $1.57 \times 10^{-3}$

ב.  $1.17 \times 10^{-4}$  \_\_\_\_\_  $1.2 \times 10^{-4}$

ג.  $1234 \times 10^{-6}$  \_\_\_\_\_  $5.97 \times 10^{-2}$

8. תנו שלוש דוגמאות של גדלים פיזיקליים קטנים מאוד. כתבו אותם בשתי צורות: בלי שימוש בחזקות של 10 ובצורה המדעית. אפשר כמובן לחפש את הגדלים באינטרנט.

---

# טכנולוגיה לרשות חזקות של 10

## משימה 1

חשבו בעזרת מחשבון מדעי. עבור כל תרגיל העתיקו את תוצאתו מהמחשבון כפי שהתוצאה מיוצגת בו.

א.  $123,456,789,100 \times 100,000,000$

ב.  $8,070,605,040,302,010 \times 12,3456,789,101,112$

דונו עם הכיתה ועם המורה בייצוג התוצאות במחשבון ובקשר של ייצוגן לכתיבה בצורה המדעית של המספר.

## משימה 2

חשבו בעזרת מחשבון מדעי. עבור כל תרגיל העתיקו את תוצאתו מהמחשבון כפי שהתוצאה מיוצגת בו.

א.  $0.123,456,789 \times 0.000,000,000,001$

ב.  $0.111,222,333,444,555 \times 0.010,010,010,010$

דונו בייצוג התוצאות במחשבון ובקשר של ייצוגן לכתיבה בצורה המדעית של המספר.

## משימה 3

חשבו בעזרת מחשבון מדעי:

א.  $2.56 \times 10^9 \times 3.789 \times 10^7$

ב.  $2.56 \times 10^{-9} \times 3.789 \times 10^{-7}$

חפשו מספר דרכים לחשב כל אחד מהתרגילים. הסבירו את הדרך הפשוטה יותר.

## משימה 4

כיצד המחשבון המדעי מייצג מספרים גדולים בצורה המדעית? מה משמעות האות המופיעה בייצוג?

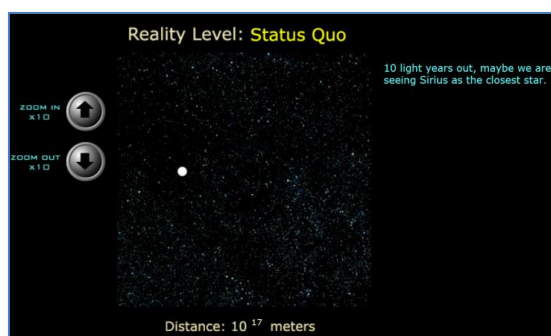
כתבו תרגיל כפל של שני מספרים כלשהם גדולים כאלה שתוצאת התרגיל תיוצג בצורה המדעית.

# מה רואים ממרחקים שונים?

הכירו את היישומון חזקות של 10

the powers of 10...

כדאי לעבוד בזוגות!



<http://www.theuniversesolved.com/powersof10.asp?r=1&p=17>

במרכז המסך מופיעה תמונה מצדה השמאלי שני חצים: zoom in ו-zoom out. מתחת לתמונה מופיע מרחק ובצדה הימני של התמונה מופיע טקסט (באנגלית, אבל אם יש צורך בכך, תוכלו להיעזר במתרגם ממוחשב כלשהו הנמצא באינטרנט. למשל, Google Translate). לחצו על החצים ותראו כיצד שלושת המלוויים של התמונה קשורים זה בזה.

אחרי שתרגישו כי אתם מבינים מה שהיישומון עושה, חקרו את השאלות האלה:

1. מיהו כוכב הלכת הקרוב ביותר לכדור הארץ? באיזה מרחק מכדור הארץ רואים אותו?
2. מה רואים במרחק  $10^{13}$  מ' מ' מהן העקומות הנראות? מהו המרחק  $10^{13}$  מ' בק"מ?
3. מה רואים במרחק 10,000,000,000 מ'?
4. באיזה מרחק רואים את כדור הארץ בצורת כדור?
5. מה אפשר לראות במרחק 10,000 ק"מ?
6. מה רואים במרחק  $10^{-1}$  ו-  $10^{-2}$ ? תארו במילים את הסיטואציה ובטאו את המרחק ללא חזקה.