

כ"ב-אייר-תשע"ה
11 מאי, 2015

תמצית הנלמד בגאומטריית המישור בתכנית הלימודים בחט"ב

מושגים, הגדרות, נוסחאות, הנחות יסוד ומשפטים הנלמדים בחטיבת הביניים

לפניכם תמצית החומר הנלמד בחטיבת הביניים בגאומטריית המישור. תמצית זו מיועדת לתת למורים בחטיבה העליונה תמונה של מלוא ידיעות התלמיד.

כל הידע שנלמד בחטיבת הביניים, כולל המשפטים, מיועד ליישום בהוראה ובהיבחנות בחטיבה העליונה.

זוויות:

מושגים: זוויות צמודות, זוויות קדקודיות, חוצה זווית, זוויות מתחלפות ומתאימות בין ישרים משפטים נלווים:
- סכום זוויות צמודות הוא 180° .
- זוויות קדקודיות שוות זו לזו.

ניצב, מרחק וישרים מקבילים:

הגדרה: ישר (או קטע) ניצב לישר (או קטע) אחר אם הם נחתכים בזווית ישרה.
הגדרה: מרחק של נקודה מישר הוא אורכו של הניצב לישר מאותה נקודה.
הגדרה: ישרים מקבילים הם ישרים שאינם נחתכים.
משפטים נלווים:
- אורך האנך מנקודה על ישר לישר המקביל לו, קבוע.
- זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.
- אם שתי זוויות מתחלפות בין שני ישרים שוות זו לזו, אזי שני הישרים מקבילים זה לזה.
- זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.
- אם שתי זוויות מתאימות בין שני ישרים שוות זו לזו, אזי שני הישרים מקבילים זה לזה.

משולשים

כללי:

מושגים: צלע, זווית פנימית במשולש, זווית חיצונית למשולש, גובה לצלע, תיכון לצלע, חוצה זווית במשולש, היקף, שטח
נוסחה לשטח: מחצית מכפלת צלע בגובה לצלע זו.
משפטים נלווים:
- סכום זוויות במשולש הוא 180° .
- זווית חיצונית למשולש שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
- סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
- אם במשולש שתי צלעות שונות זו מזו, אז מול הצלע הגדולה מבניהן ממוקמת הזווית הגדולה.

- אם במשולש שתי זוויות שונות זו מזו, אז מול הזווית הגדולה מבינהן ממוקמת הצלע הגדולה.
- התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.

משולשים חופפים ומשולשים דומים:

- הגדרה: שני **משולשים** נקראים **חופפים** אם אפשר להניח את אחד מהם על האחר כך שיכסה אותו בדיוק.
- אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים (צלע-זווית-צלע).
 - אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים (זווית-צלע-זווית).
 - אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר אז שני המשולשים חופפים (צלע-צלע-צלע).
 - אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, ואם הזווית שמול הצלע הגדולה (בין השתיים) במשולש האחד שווה לזווית המתאימה לה במשולש האחר אזי שני המשולשים חופפים זה לזה (צלע-צלע-זווית מול הצלע הגדולה מבינהן).
- הגדרה: **משולשים דומים** הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות).
- יחס זה נקרא יחס הדמיון.
- משפטים נלווים:
- אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים.
 - היחס בין שטחם של שני משולשים דומים הוא ריבועו של יחס הדמיון ביניהם.

משולש שווה שוקיים:

- מושגים: בסיס, שוק, זווית ראש, זווית בסיס.
- הגדרה: משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו.
- הגדרות נוספות: הצלעות השוות נקראות שוקיים והצלע השלישית נקראת בסיס. הזוויות שמול השוקיים נקראות זוויות הבסיס. הזווית שמול הבסיס נקראת זווית הראש.
- משפטים נלווים:
- במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
 - משולש שבו שתי זוויות שוות הוא משולש שווה שוקיים.
 - במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס מתלכדים.
 - משולש שבו חוצה זווית מתלכד עם גובה הוא משולש שווה שוקיים.
 - משולש שבו תיכון מתלכד עם גובה הוא משולש שווה שוקיים.
 - משולש שבו תיכון מתלכד עם חוצה זווית הוא משולש שווה שוקיים.

משולש ישר זווית:

- מושגים: ניצב, יתר
- משפטים נלווים:
- משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
 - שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב שווה ויתר שווה חופפים זה לזה.

- במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
- משולש שבו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא מחלק, הוא משולש ישר זווית.

מרובעים

דלתון:

- הגדרה: הדלתון הוא מרובע שלו שני זוגות זרים של צלעות סמוכות השוות זו לזו.
- הגדרות נוספות: קדקוד של הדלתון, שהוא נקודת חיתוך של שתי צלעות (סמוכות) השוות זו לזו, נקרא קדקוד ראשי, והזווית בקדקוד זה נקראת זווית ראש. הזוויות בשני הקדקודים האחרים נקראות זוויות צד. האלכסון המחבר שני קדקודים ראשיים בדלתון נקרא האלכסון הראשי. האלכסון האחר נקרא האלכסון המשני.
- נוסחה לשטח: מחצית המכפלה של האלכסונים.
- משפטים נלווים:
- זוויות הצד בדלתון שוות זו לזו.
- האלכסון הראשי של הדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.

טרפז:

- הגדרה: מרובע שבו יש זוג יחיד של צלעות המקבילות זו לזו.
- הגדרות נוספות: הצלעות המקבילות נקראות בסיסים, והצלעות האחרות נקראות שוקיים. המרחק בין שני הבסיסים נקרא גובה.
- נוסחה לשטח: מחצית מכפלת סכום הבסיסים בגובה.
- משפטים נלווים:
- בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
- טרפז שבו זוויות הבסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

מקבילית:

- הגדרה: מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות המקבילות זו לזו.
- נוסחה לשטח: המכפלה של צלע בגובה אליה.
- משפטים נלווים:
- צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
- זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
- סכום זוויות סמוכות במקבילית הוא 180° .
- האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.
- אם הסכום של כל שתי זוויות סמוכות במרובע הוא 180° , אזי המרובע הוא מקבילית.
- מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה הוא מקבילית.
- מרובע שבו הצלעות הנגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.
- מרובע שבו שתי צלעות נגדיות שוות ומקבילות הוא מקבילית.

מלבן:

- הגדרה: מרובע בעל כל הזוויות ישרות.
- נוסחה לשטח: המכפלה של זוג צלעות סמוכות.
- משפטים נלווים:
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה.



- מקבילית שבה יש זווית ישרה היא מלבן.
- מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

מעויין:

- הגדרה: מרובע שבו כל הצלעות שוות.
- נוסחה לשטח: מחצית מכפלת האלכסונים.
- משפטים נלווים:
 - האלכסונים במעויין מאונכים זה לזה.
 - האלכסונים במעויין חוצים את הזוויות.
 - מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעויין.
 - מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעויין.
 - מקבילית שבה אלכסון חוצה את זווית המקבילית היא מעויין.

ריבוע:

- הגדרה: מרובע שבו כל הצלעות שוות וכל הזוויות ישרות.
- משפטים נלווים:
 - מעויין שבו האלכסונים שווים הוא ריבוע.
 - מלבן בו הצלעות הסמוכות שוות הוא ריבוע.

קטע אמצעים במשולש ובטרפז:

- משפטים נלווים:
 - קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
 - קטע היוצא מאמצע צלע של משולש ומקביל לצלע אחרת חוצה את הצלע השלישית.
 - קטע המחבר שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה, הוא קטע אמצעים.
 - קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
 - קטע היוצא מאמצע שוק של טרפז ומקביל לבסיסיו חוצה גם את השוק האחרת.
 - קטע המחבר שתי שוקיים בטרפז, מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם, הוא קטע אמצעים.

מרובעים ומצולעים:

- הגדרה: **מצולעים דומים** הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר.
- נוסחה לשטח מרובעים שאלכסוניהם מאונכים זה לזה: מחצית המכפלה של האלכסונים.
- משפטים נלווים:
 - סכום זוויות במרובע הוא 360° .
 - סכום זוויות במצולע בעל n צלעות הוא $180^\circ(n - 2)$.