

אשכול התמצאות במישור ובמרחב - כיתה י"ב (20 שעות)

חלוקת היחידות

- יחידה ראשונה (8 שעות): חישובי נפחים, שטח מעטפת ושטח פנים של גופים: תיבה (כולל קובייה), גליל, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור.

מס' שעות: 8 שעות

- יחידה שנייה: ראייה מרחבית.

מס' שעות: 12 שעות

יחידה ראשונה: חישובי נפחים, שטח פנים, שטח מעטפת (8 שעות)

תכנים / נושאים מתמטיים (יוצגו בהקשר האורייני):

- הכרות עם הגופים: תיבה - כולל קובייה, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), גליל, חרוט, פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור.
- שטח מעטפת של הגופים הנ"ל.
- שטח פנים של הגופים הנ"ל.
- נפח של הגופים הנ"ל

תכנים הנלמדים ביחידה זו:

- הכרת התכונות של הגופים הנ"ל.
- נוסחאות לחישוב שטח מעטפת של הגופים הנ"ל.
- נוסחאות לחישוב שטח פנים של הגופים הנ"ל.
- נוסחאות לחישוב נפח של הגופים הנ"ל.

תכנים נלווים ליחידה זו:

- אחוזים.
- פתרון משוואה ממעלה ראשונה ושנייה.
- שרטוט גרף של פונקציה (באמצעות מחשב או באמצעות ידע מתמטי בסיסי כגון: מציאת קדקוד הפרבולה (מינימום / מקסימום)
- קריאת גרפים: הבנת המשמעות של נקודת המינימום / מקסימום
- תכונות של צורות גיאומטריות (אילו?) ושל גופים (אילו?).

דוגמאות להקשרים אורייניים

- חישוב נפח אחסון בקופסאות בצורות שונות, במכלים וכו'.
 - חישוב שטח העטיפה הדרושה לעטיפת קופסה.
 - חישוב שטח פנים של גוף לצורך חישוב קצב אידוי.
 - הקשר אורייני אחר שבו נדרש חישוב נפח / שטח מעטפת / שטח פנים של גופים שונים.
- ר' גם דוגמאות בהמשך.

הערה: במטרות הכלליות ובמטרות האופרטיביות כשמצוינת המילה "גופים" הכוונה לגופים

הבאים: תיבה - כולל קובייה, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), גליל, חרוט, פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור.

מטרות כלליות :

1. התלמיד יבין את המשמעות של מושג הנפח.
2. התלמיד יכיר את התכונות של הגופים.
3. התלמיד יכיר את הנוסחאות לחישוב נפח, שטח מעטפת ושטח הפנים של גוף בהקשר האורייני הניתן בשאלה.
4. התלמיד יפתח את היכולת להבין את המידע המוצג בייצוגים שונים (מילולי, ויזואלי, סימבולי – חשבוני או אלגברי).
5. התלמיד יפתח את היכולת לעבור בין הייצוגים השונים (מעבר מייצוג מילולי לייצוג ויזואלי וסימבולי, מעבר מייצוג ויזואלי לייצוג סימבולי).
6. התלמיד יבין מהי ההשפעה של שינוי של אחד או יותר מממדי הגוף על הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים של הגוף – בהקשר אורייני.
7. התלמיד יפעיל שיקולי כדאיות בסיטואציות אורייניות הדורשות השוואה, תוך חישוב של נפח / שטח פנים / שטח מעטפת של הגופים.
8. התלמיד יבין את הצורך בהמרת יחידות, ויפתח יכולת להמיר בין יחידות שונות.

מטרות אופרטיביות

1. התלמיד ידע להסביר מה משמעות המושג נפח. **ר' קבוצת דוגמאות מס' 1.1.**
2. התלמיד ידע להסביר מה מייצג הנפח / שטח הפנים / שטח המעטפת של גוף בהקשר האורייני. **ר' קבוצת דוגמאות מס' 1.1.**
3. התלמיד ידע לסרטט גוף (תלת ממד) על דף (דו-ממד).
4. בהקשר אורייני, בו מוצגת השאלה בצורה מילולית, התלמיד יתרגם את הנתונים לנתונים סימבוליים (חשבוניים או אלגבריים). **ר' קבוצת דוגמאות 1.2, 1.4.**
5. בהקשר אורייני, בו נתוני השאלה מוצגים בצורה ויזואלית (שרטוט/תרשים), התלמיד יתרגם את הנתונים לייצוג סימבולי (חשבוני או אלגברי). **ר' קבוצת דוגמאות 1.2.**
6. בהקשר אורייני, התלמיד יחשב (חישוב מספרי או ייצוג אלגברי) את הנפח / שטח הפנים / שטח המעטפת של הגוף. **ר' קבוצת דוגמאות 1.2, 1.4, 1.5.**
7. בהקשר אורייני, בהינתן נפח או שטח פנים או שטח מעטפת של גוף, ונתונים נוספים במידת הצורך, התלמיד ימצא את הממדים החסרים של הגוף – חישוב מספרי או ייצוג אלגברי. **ר' קבוצת דוגמאות 1.2.**
8. בהקשר אורייני, שבו נתונות מספר אפשרויות ויש לקבל החלטה לגבי המצב הרצוי, התלמיד יקבע מהי האפשרות המועדפת – באמצעות מציאת הנפח / שטח הפנים / שטח המעטפת הנדרש ו/או באמצעות חישוב העלות הנדרשת - חישוב מספרי או ייצוג אלגברי (כולל שימוש בתכונות של הגופים, ושימוש בנוסחאות). **ר' קבוצת דוגמאות 1.4.**
9. בהקשר אורייני, בהינתן שינוי שחל בממדי הגוף (הגדלה/הקטנה פי/ב ערך מסוים הנתון ביחידות אורך או באחוזים), התלמיד ימצא את הנפח / שטח מעטפת / שטח פנים לאחר

השינוי - באופן מספרי או ייצוג אלגברי ולהיפך: בהינתן הגודל לפני ואחרי השינוי, התלמיד ימצא מהו השינוי שחל. ר' קבוצת דוגמאות מס' 1.3.

10. בהקשר אורייני, התלמיד ימצא ביטוי אלגברי המבטא את גודל הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים ויקבע מהו הערך שעבורו מתקבל המינימום / המקסימום של הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים. ר' קבוצת דוגמאות 1.5.

11. התלמיד ימיר יחידות שטח (סמ"ר למ"ר ולהיפך) או יחידות נפח (סמ"ק למ"ק ולהיפך). ר' קבוצת דוגמאות 1.2, 1.4, 1.5.

דגשים והבהרות

- יחידה זו מהווה המשך של גיאומטריה במישור, ובכך מושגת ספירליות בהוראת גיאומטריה.
- ביחידה זו נעשה שימוש בנושאים שנלמדו בגיאומטרית המישור, כגון: חישובי שטחים של צורות לצורך חישוב שטח הפנים ו/או שטח המעטפת.
- היחידה משלבת שימוש במחשב, כגון: יישומונים, תוכנה גרפית המאפשרת שרטוט פונקציה.

1.1 קבוצת דוגמאות

אפיון: קבוצת דוגמאות זו מהווה פתיחה לנושא, תוך הדגשה של משמעות הנפח (מ' 699 ו' 699).

No. 4 והדגמה בצורה מוחשית של מצבים מחיי היום יום של התלמידים שבהם נעשה שימוש

בנפח / שטח פנים / שטח מעטפת (מקדף א' 0.679 ית' מ' 0.2).

השאלות המרכזית שתישאלנה בקבוצת דוגמאות זו תהיינה בנוגע למשמעות של הנפח / שטח

פנים / שטח מעטפת, בהקשר למצב המוצג.

דוגמה (המחשת נפח קובייה)

<http://www.mathopenref.com/cubevolume.html> : באתר :

שנו את הממדים של התיבה, וקבלו את הנפח

דוגמה

א. תנו דוגמה מחיי היום יום, למצבים שבהם נדרש חישוב הנפח.

ב. תנו דוגמה מחיי היום יום, למצבים בהם נדרש חישוב שטח פנים.

ג. תנו דוגמה מחיי היום יום, למצבים בהם נדרש חישוב שטח מעטפת.

דוגמה

לפניכם תמונות שונות.

קבעו :

א. האם יש משמעות לנפח, ו/או לשטח הפנים ו/או לשטח המעטפת.

ב. במקרים בהם קיימת משמעות, קבעו לאיזה צורך.





קבוצת דוגמאות 1.2

אפיון: בקבוצת דוגמאות זו, יוצגו אוסף של מצבים בחיי היום יום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי של **נפח** / **שטח מעטפת** / **שטח פנים של גופים**, **בהינתן כל הממדים** / **נתונים הדרושים**. בקבוצה זו יודגמו הצורות הגופים הבאים: תיבה (כולל קובייה), גליל, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור. בדוגמאות אלו יעשה שימוש בתכונות של הצורות הגיאומטריות השונות, בתכונות של הגופים, ובנוסחאות הדרושות לחישוב נפח / שטח מעטפת / שטח פנים. כמו כן, יעשה שימוש בהמרת יחידות (מטרה א' ופ' 1.1).

הדוגמאות יוצגו בצורה מילולית (מטרה א' ופ' 1.1) או כאלו אשר בחלקן ישולב סרטוט או צילום שעליו רישום של המידות (מטרה א' ופ' 1.1), או באמצעות יישומון / סרטון, או שהתלמיד יתבקש לסרטט על דף (דו ממד) את הגוף (תלת ממד) (מטרה א' ופ' 1.1).

בדוגמאות ישולבו מצבים שבהם נתון הגוף ויש לחשב את הנפח / שטח הפנים / שטח המעטפת שלו (מטרה א' ופ' 1.1) ולהיפך: מצבים בהם נתון הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים של הגוף ויש למצוא את הממד(ים) החסר(ים) (מטרה א' ופ' 1.1).

השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצת דוגמאות זו:

א. מצאו את הנפח / שטח מעטפת / שטח פנים של $\frac{1}{2}$ (חישוב מספרי או הבעה באמצעות נעלם).

ניתן גם לשאול את השאלה ה"הפוכה" (מטרה א' ופ' 1.1):

ב. נפח / שטח מעטפת / שטח פנים של הוא ... חשבו את $\frac{1}{2}$ (חישוב מספרי או מציאתו לאחר פתרון משוואה ממעלה ראשונה או ממעלה שנייה).

דוגמה

כמה קוביות של $1 \text{ ס"מ} \times 1 \text{ ס"מ} \times 1 \text{ ס"מ}$ נכנסות ב- 1 מ"ק ?

דוגמה

באתר: <http://www.mathsisfun.com/cuboid.html>

א. שנו את הממדים של התיבה, וקבלו את הנפח המתקבל.

ב. ענו על השאלות בנוגע לחישוב נפח התיבה המוצגת.

דוגמה

באתר: <http://www.interactivestuff.org/sums4fun/3dboxes.html>

קבעו את מספר הקוביות המתקבל בכל אחת מן השאלות.

דוגמה - המחשבות

א. פירמידה: <http://www.mathopenref.com/pyramid.html>

ב. חרוט: <http://www.mathopenref.com/cone.html>

ג. גליל: <http://www.mathopenref.com/cylinder.html>

דוגמה

נעמה רוצה לעטוף שלוש מתנות שקנתה לחברותיה, שארוזות בקופסא בצורת תיבה שממדיה ...

הגיליון הוא בצורת מלבן שממדיו הם ... (אפשר להכניס כאן המרת יחידות)

א. כמה גיליונות היא צריכה כדי לעטוף את המתנות?

ב. כמה קופסאות תוכל נעמה לעטוף אם היא קנתה 5 גיליונות עטיפה, ויש צורך ב- 20%

יותר נייר עטיפה ממה שדרוש?

דוגמה

ברצונך לעטוף קופסא שממדיה: 18 ס"מ x 35 ס"מ x 25 ס"מ.

יש לך שלושה גיליונות עטיפה ששטחיהם: 3,900 סמ"ר, 4,000 סמ"ר ו- 2,500 סמ"ר.

איזה גיליון עטיפה יתאים?

דוגמה

הנפח של קרטון בצורת תיבה לאריזת ... הוא ...

אחד מממדיו של הקרטון הוא ... והממד השני גדול פי 2 מהממד השלישי.

מה גובה הקרטון?

דוגמה (שאלה "הפוכה" - חישוב נפח תיבה מתוך מידות אורכה, רוחבה ואיזוט) המרת יחידות)

מפעל מייצר תיבות שבסיסן בצורת ריבוע.

נפח התיבה 11.25 מ"ק. צלע בסיס התיבה הוא 15 ס"מ. מה גובה התיבה?

דוגמה

הרדיוס של קופסת שימורים הוא ... וגובהה ... מה הנפח שניתן לאחסן בתוכה?

דוגמה (לקוח מהמאגר 801 עמ' 6 ת' 5 – אפשר להסב לסיפור רקע יישומי)

נוסחה לשטח מעטפת של תיבה היא: $M = 2h(a + b)$, כאשר a, b הם ממדי בסיס התיבה ו- h

הוא גובה התיבה.

א. בטאו את h בנושא הנוסחה.

ב. חשבו את h , אם נתון: $a = 5$ ס"מ, $b = 6$ ס"מ, $M = 32$ סמ"ר.

ג. רשמו נוסחה לשטח מעטפת M של קובייה שצלעה a .

ד. רשמו נוסחה לשטח מעטפת M של תיבה שבסיסה ריבוע, כאשר a הוא אורך צלע הבסיס, ו-h הוא גובה התיבה.

דוגמה (לקוח מתוך מאגר 801 עמ' 7 ת' 6 – אפשר להמיר אותו לסיפור מציאותי)

נוסחה לשטח פנים של גליל, שרדיוסו R וגובהו H, היא: $P = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2$.

א. בטאו את גובה הגליל H, באמצעות P, אם נתון כי 5 ס"מ = R.

ב. חשבו את גובה הגליל שבסעיף א, אם נתון גם כי 471 סמ"ר = P. בחישוביכם השתמשו

בקירוב- $\pi = 3.14$

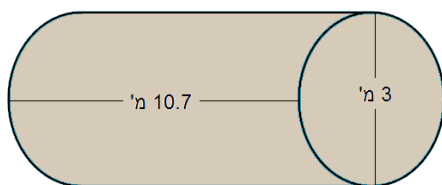
דוגמה

שינוע (הובלה) נפט מתבצע באמצעות רכבות או מכליות ים (טנקרים).

מכלית ים מודרנית יכולה להכיל כ- 100,000 מ"ק של נפט.



הממדים של מכלית רכבת מוצגים בסרטוט הבא:



א. מהו הנפח של מכלית רכבת אחת?

ב. מכלית ים הגיעה לנמל כשהיא טעונה. מהנמל הועבר הנפט למקום עיבודו במכליות

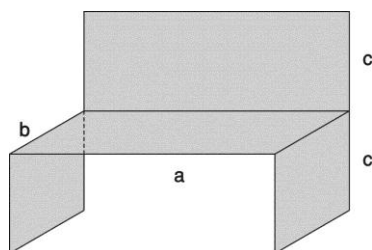
רכבת. רכבת אחת יכולה לשנע (להוביל) עד 50 מכליות.

מה המספר הקטן ביותר של רכבות שצריך כדי לשנע את כל הנפט?

דוגמה

(לקוח מתוך מאגר 801, עמ' 7 ת' 9)

מפעל מייצר ספסלי עץ לישיבה במידות שונות לפי הדגם בסרטוט. ממדי הספסל הם:



a ס"מ – אורך משטח הישיבה

b ס"מ – עומק משטח הישיבה

c ס"מ – גובה הספסל וגובה המשענת

שטח לוחות העץ, שספסל כזה מורכב מהם, נתון

בנוסחה: $S = ab + 2bc + ac$.

א. נתון כי שטח לוחות העץ בספסל הוא 6000 סמ"ר, וגובה הספסל c, הוא 40 ס"מ. רשמו

ביטוי לערך של a (הביעו את a באמצעות b).

ב. האם אדם מבוגר יכול לשבת בנוחות על ספסל ששטח לוחות העץ שבו הוא 6000 סמ"ר,

גובהו c, הוא 40 ס"מ, ועומק משטח הישיבה שלו b, הוא 60 ס"מ? נמקו.

ג. במפעל בנו ספסלים אחרים שבהם שטח לוחות העץ בכל ספסל הוא 8000 סמ"ר, ואורך

משטח הישיבה a, הוא 80 ס"מ. רשמו ביטוי לערך של b (הביעו את b באמצעות c).

ד. מהו עומק משטח הישיבה b, של ספסל ששטח לוחות העץ שבו הוא 8000 סמ"ר, אורך

משטח הישיבה שלו a הוא 80 ס"מ, וגובהו c, הוא 60 ס"מ?

דוגמה

חברה מייצרת גופי תאורה מיוחדים ממלח בצורות שונות.

אחד הדגמים הוא בצורת פירמידה.

בסיס הפירמידה הוא בצורת ריבוע והוא עשוי מעץ.

אורך צלע הריבוע הוא a ס"מ וגובהה של המנורה הוא h ס"מ.

א. מה נפח המלח הדרוש לייצור של מנורה אחת

(בטאו באמצעות a ו-h את נפח של המלח V).

ב. צלע הבסיס של אחת המנורות הוא 7 ס"מ, וגובה המנורה (ללא הבסיס) הוא 9 ס"מ.

מהו משקל המנורה אם משקל סמ"ק אחד של מלח הוא 2.4 גר.

ג. לבניית מנורה מסוימת השתמשו ב- 256 סמ"ק מלח. גובהה של המנורה הוא 12 ס"מ.

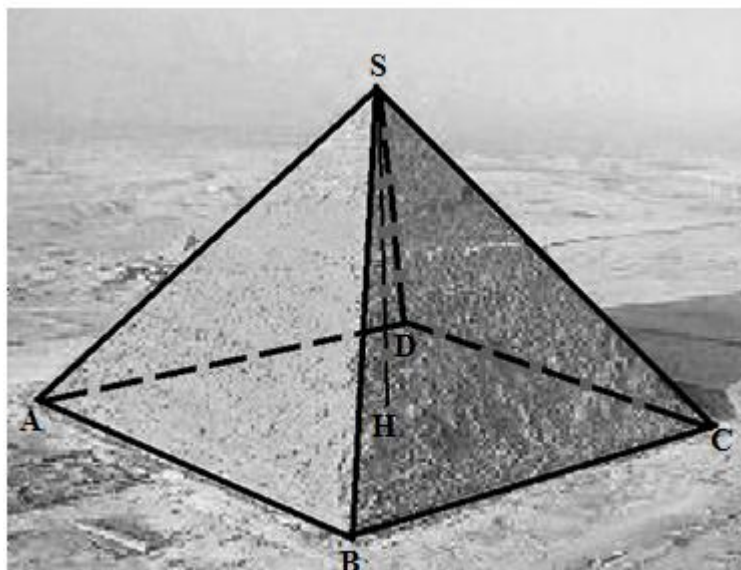
חשבו את השטח עץ עליו נמצא בסיס המנורה.



דוגמה

קשרים בין שטח פנים לבין נפח? למשל, בקישור זה וכן במשימה שטח פנים יחסית לנפח

דוגמה



הפירמידה הגדולה במצרים

היא פירמידה ישרה שבסיסה

ריבוע ABCD (ראו תמונה).

מקצועות הבסיס של הפירמידה

שווים ל- 233 מ' כל אחד.

הגובה של הפירמידה שווה ל- 139 מ'.

א. מהו אורך האלכסון AC?

ב. חשבו את נפח הפירמידה הגדולה.

דוגמה

הפירמידה הגדולה במצרים היא פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע ABCD. (ראו תמונה). אלכסון

הבסיס של הפירמידה AC שווה ל- 329.5 מ'.

הגובה של הפירמידה שווה ל- 139 מ'.

א. תייר הלך לאורך הפירמידה

מנקודה A לנקודה B.

מהו המרחק שהוא עבר?

ב. התייר החליט להקיף את

בסיס הפירמידה.

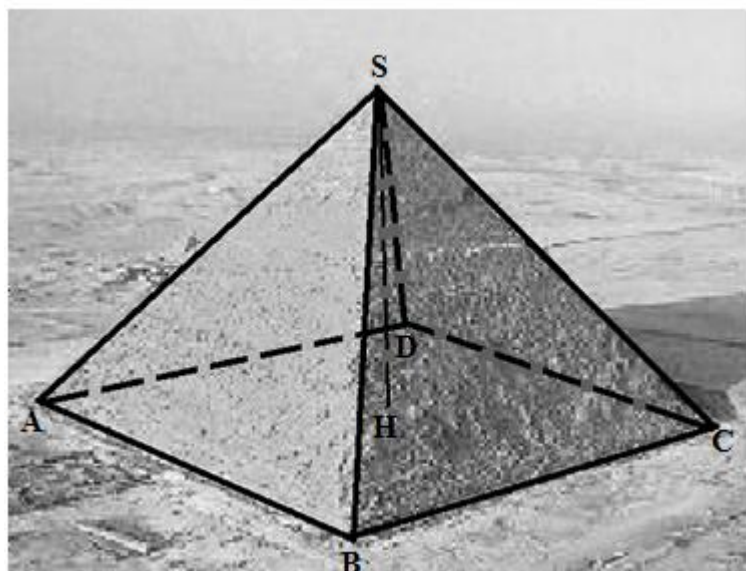
מה המרחק שהוא עבר?

ג. מהו המרחק בין נקודה C לבין

נקודה S?

ד. חשבו את שטח הפאה הצדדית

של הפירמידה.



דוגמה

קבוצת מטיילים מרכיבים אוהל בצורת פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע.

השלד של האוהל מורכב ממוטות אלומיניום :

ארבעה מוטות בבסיס האוהל, ארבעה מוטות

צדדיים ומוט אחד מרכזי לתמיכה המאונך לבסיס

(ראו סרטוט).

אורך כל מוט בבסיס האוהל שווה ל- 2 מ',

ואורך כל מוט צדדי שווה ל- 3 מ'.

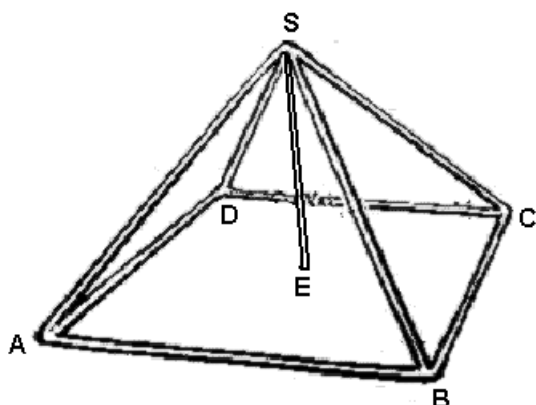
א. רוצים לחזק את האוהל על-ידי הוספת מוט

לאורך אלכסון הבסיס של האוהל.

מצאו את האורך של המוט הזה.

ב. מצאו את אורך המוט המרכזי (SE).

ג. בכמה מטרים מרובעים של בד משתמשים לעטיפת האוהל מכל הצדדים (ללא הבסיס)?



קבוצת דוגמאות 1.3

אפיון: בקבוצת דוגמאות זו, יוצגו מצבים מחיי היום יום בהם נעשה שינוי בממד אחד או יותר של הגופים הבאים: תיבה (כולל קובייה), גליל, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור, ויש צורך לחשב את שטח הפנים ו/או שטח המעטפת ו/או הנפח של הגוף לאחר השינוי, או להיפך (מטרה אקדמית מס' 9).

השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצת דוגמאות זו:

א. מצאו את הנפח / שטח מעטפת / שטח פנים של $\frac{1}{6}$ לאחר שינוי שנעשה (חישוב מספרי או הבעה באמצעות נעלם).

ניתן גם לשאול את השאלה ה"הפוכה" (מטרה אקדמית מס' 7):

ב. על סמך נפח / שטח מעטפת / שטח פנים של הגוף לפני ואחרי השינוי, מצאו את $\frac{1}{6}$ ו/או $\frac{1}{6}$.

דוגמה

בריקה ביתית עשויה בצורת גליל. רדיוס הבריקה הוא 2 מ' וגובה 80 ס"מ.

א. בכמה יגדל נפח המים שבבריקה אם רדיוס הבריקה יגדל ב- 0.5 מ'?

ב. בכמה יקטן נפח המים שבבריקה אם רדיוס הבריקה יקטן ב- 10%?

דוגמה

לאגירת מי גשמים משתמשים במיכל בצורת תיבה.

מה יקרה לנפח המים כאשר גובה המיכל גדל פי 2.

דוגמה

בחברת "חפיף" לייצור שמפו בצורת גליל, החליטו לשנות את רדיוס הבקבוק מבלי לשנות את גובהו.

הגדילו את הרדיוס שלו ב- 0.4 ס"מ, ונפח הגליל גדל ב- 44%.

א. מה רדיוס מיכל השמפו החדש?

ב. מה רדיוס מיכל השמפו המקורי?

קבוצת דוגמאות 1.4

אפינון: בקבוצת דוגמאות זו, יוצגו אוסף של מצבים בחיי היום יום בהם נדרש חישוב (מספרי או אלגברלי) של נפח / שטח מעטפת / שטח פנים של גופים, על מנת לעשות השוואות ו/או לקבל

החלטות (776 נד 10/69 בית דין '87).

יתכנו חישובים נלווים לצורך קבלת ההחלטות, כגון: חישוב עלויות.

הדוגמאות יוצגו בצורה מילולית (מ'ק' 0697'י'ת' 4') משולבת עם סרטוט או צילום של המסך

– תוך רישום של המידות על גבי הסרטוט (מ' 696/א' 697/ב' ית' 4' 08), על מנת להקל את המעבר

לייצוג הסימבולי.

בקבוצה זו יודגמו הגופים הבאים: תיבה - כולל קובייה, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), גליל,

חרוט, פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור (מפגף אובליקווייט) 6.

בדוגמאות אלו יעשה שימוש בתכונות של הצורות הגיאומטריות השונות, בתכונות של הגופים

ובנוסחאות (מגלה אמונה' ית' ס' 6). בנוסף, יעשה שימוש בהמרת יחידות (מגלה אמונה' ית' ס' 6)

.(11

השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצת דוגמאות זו :

א. השוו את המצבים השונים, וקבעו איזו הצעה היא הכדאית ביותר מבחינת הנפח / שטח

המעטפת / שטח הפנים.

ב. השוו את המצבים השונים, וקבעו איזו הצעה היא הכדאית ביותר מבחינת עלויות.

דוגמה

רוצים לארוז קופסאות שימורים שבסיסם עגול, ברדיוס של ...

א. כמה קופסאות שימורים יכנסו באריזה בצורת גליל שממדיה הם ...

ב. כמה קופסאות שימורים יכנסו באריזה בצורת תיבה שממדיה:

ג. איזו אריזה כדאית יותר?

דוגמה (ח'סוה שטח א שטח פניק ונפח fe fe fe fe קוב"ה).

נתונה קובייה שאורך מקצועה 2 מ' ונתון גליל שקוטר בסיסו 2 מ' וגובהו 2 מ'.

ג. לאיזה גוף שטח מעטפת גדול יותר?

ד. לאיזה גוף שטח פנים גדול יותר?

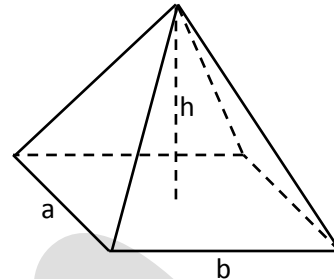
ה. לאיזה גוף נפח גדול יותר?

דוגמה

מפעל מייצר קופסאות בצורת פירמידה שבסיסה מלבן (ר' תמונה).

הקופסאות מיועדות לאחסון של סוכריות.

אורך צלעות המלבן a ס"מ ו- b ס"מ. הגובה של הקופסה שווה ל- h ס"מ (ראו סרטוט).



ג. חשבו את הנפח של קופסת סוכריות שממדי הבסיס שלה

הם 3 ס"מ $\times$ 5 ס"מ וגובהה 10 ס"מ.

ד. היכן ניתן לאחסן כמות גדולה יותר של סוכריות:

קופסה א': קופסה שבסיסה ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ

קופסה ב': קופסה שממדי הבסיס שלה הם 7 ס"מ $\times$ 8 ס"מ וגובהה פי 2 מגובה קופסה א'.

ה. הגובה של קופסה א' שבסעיף קודם הוא 9 ס"מ.

באילו מבין שתי הקופסאות כמות החומר הדרושה לייצור שלהן גדול יותר?

דוגמה

חברה מייצרת גופי תאורה מיוחדים ממלח בשלוש צורות שונות: כדור, גליל וחרוט.



- קוטרו של הכדור הוא 15 ס"מ.
 - הקוטר של בסיס החרוט הוא 15 ס"מ וגובהו הוא h ס"מ.
 - הרדיוס של בסיס הגליל הוא x ס"מ וגובהו 20 ס"מ.
- א. חשבו את נפח המלח הדרוש לבניית מנורה אחת בצורת כדור.
- ב. מה צריך להיות הגובה (h) של מנורה בצורת חרוט כדי שנפח המלח הדרוש לבנייתה יהיה קטן ב- 20% מהנפח של המנורה בצורת כדור?
- ג. מה צריך להיות רדיוס הבסיס (x) של מנורה בצורת גליל כדי שנפח המנורה יהיה שווה לנפח המנורה בצורת כדור?

קבוצת דוגמאות 1.5

אפיון: בקבוצת דוגמאות זו, יוצגו אוסף של מצבים בחיי היום יום בהם נדרש למצוא את **הערך הגדול ביותר** / **הקטן ביותר** מבחינת הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים של גוף (מקרה א' ופריט 6).

יתכנו חישובים נלווים לצורך קבלת הערך הגדול / הקטן ביותר, כגון: חישוב עלויות. בקבוצה זו יודגמו הגופים הבאים: תיבה (כולל קובייה), גליל, מנסרה ישרה (שבסיסה משולש), פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש), כדור. (מקרה א' ופריט 6).

בדוגמאות אלו יעשה שימוש בתכונות של הצורות הגיאומטריות השונות, בתכונות של הגופים ובנוסחאות (מקרה א' ופריט 6).

בנוסף, יעשה שימוש בהמרת יחידות (מקרה א' ופריט 11).

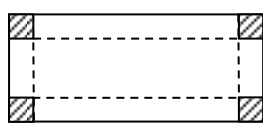
השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצת דוגמאות זו:

א. מצאו את הביטוי המייצג את הנפח / שטח המעטפת / שטח הפנים של הגוף בהקשר אורייני.

ב. מצאו את הערך המינימלי / המקסימלי של הביטוי שמצאתם.

דוגמה (שימוש בתוכנה המשמשת לזיהוי מצבים ומציאת הערך המקסימלי)

מגיליון קרטון בצורת מלבן, שאורכו 24 ס"מ ורוחבו 9 ס"מ, יוצרים תיבה הפתוחה מלמעלה באופן הבא:



מפניו המלבן חותכים ריבועים זהים ואת המלבנים (הבולטים) שנוותרו מקפלים כלפי מעלה.

מה צריך להיות אורך צלע הריבוע על מנת שהתיבה תהיה בעלת נפח מקסימלי?

ניתן להיעזר באתרים הבאים (הן לצורך הבנת המצב המתואר והן לצורך הבנת הפתרון) L

[יישומון 1](#) [יישומון 2](#) [יישומון 3](#)

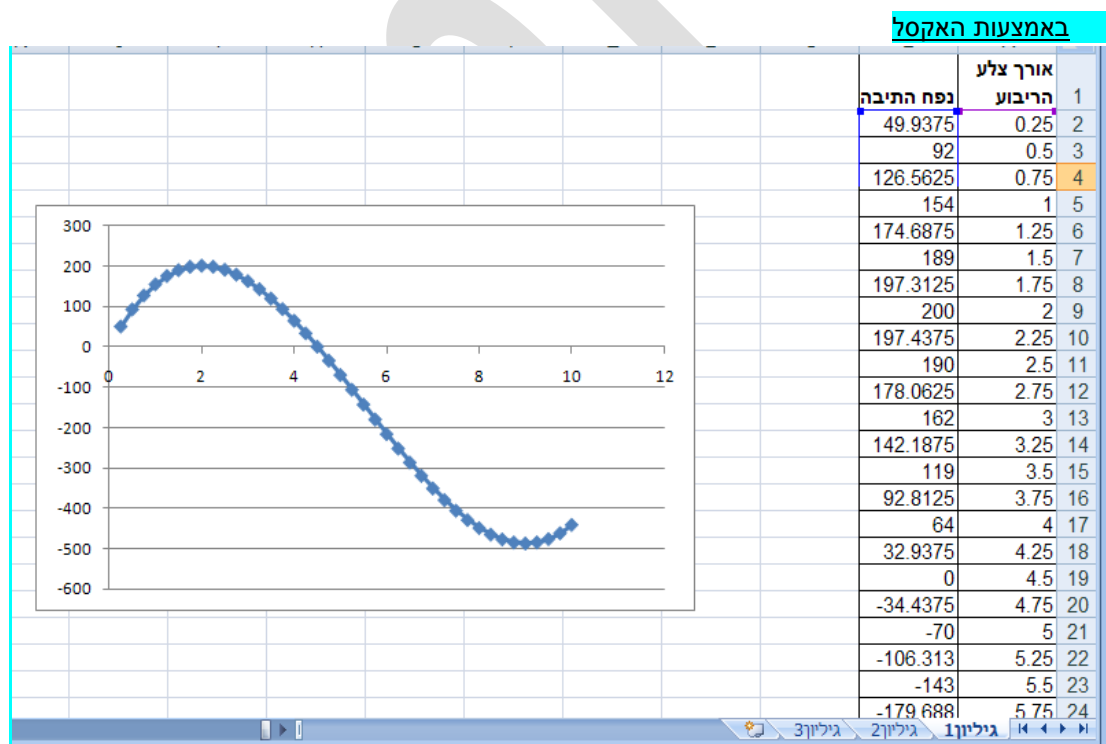
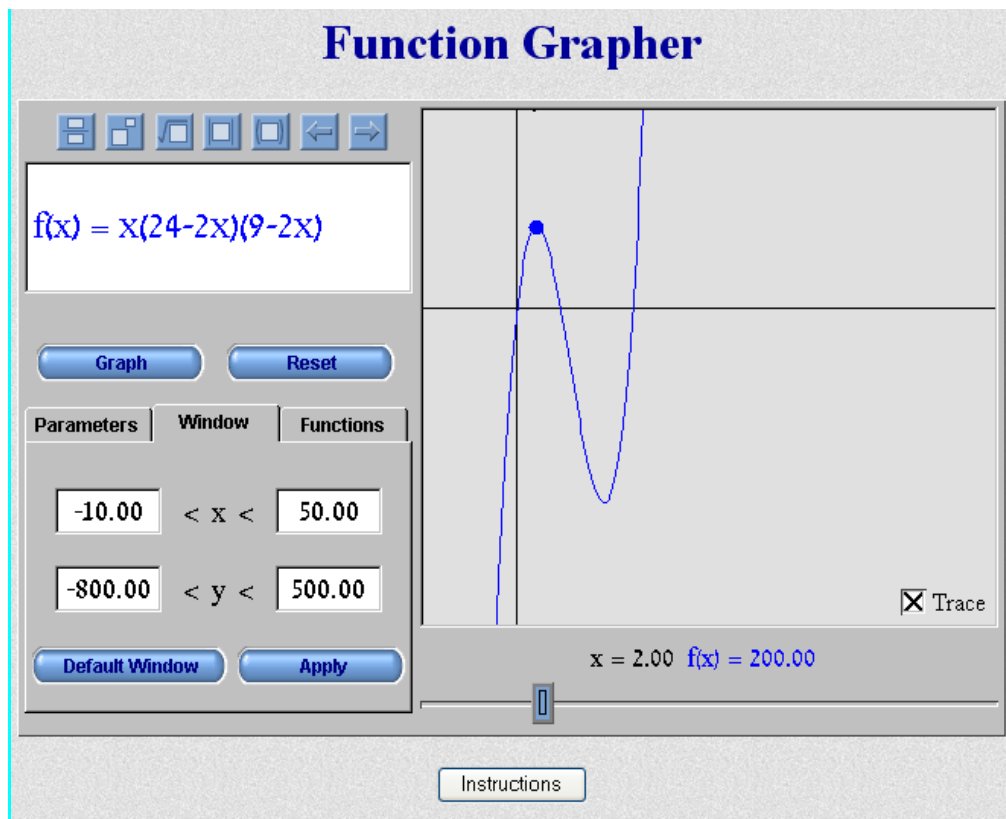
פתרון:

- להתחיל בהתנסות: לקחת אורכים שונים עבור הריבוע (כולל שברים), ולחשב בכל פעם את הנפח.

- הביטוי לנפח: $V=x(24-2x)(9-2x)$

- באמצעות תוכנת מחשב המשרטטת גרפים:

לשרטט את הפונקציה, ולבדוק מתי מתקבל הנפח המקסימלי (ניתן לראות גם תחום הגדרה של הפונקציה בהתאם לשאלה ספציפית זו).



יחידה שנייה: ראייה מרחבית (12 שעות)

תכנים הנלמדים ביחידה זו:

- הסתכלות על גוף תלת ממדי נתון מנקודות מבט שונות.
- בניית גוף תלת ממדי הבנוי מקוביות, באמצעות תרשים מספרי (ר' הערה א').
- ייצוג / בניית גוף תלת ממדי הבנוי מקוביות, באמצעות תרשים מבטים (ר' הערה ב').
כלומר: מעבר מייצוג תלת ממדי לייצוג דו ממדי.
- בניית מבנה מרחבי מקוביות על סמך תרשים מבטים (ר' הערה ב').
כלומר: מעבר מייצוג דו ממדי לייצוג תלת ממדי.

הערה א'

תרשים מספרי מתאר את בסיס המבנה של הקוביות (רק אלה הנוגעות בקרקע), כאשר בכל ריבוע רשום מספר הקוביות שיש לשים עליו.

הערה ב'

תרשים מבטים מורכב מ:

- (1) תרשים הבסיס או מבט מלמעלה.
- (2) מבט של המבנה מימין או משמאל.
- (3) מבט של המבנה מלפנים או מאחור.

דוגמאות להקשרים אורייניים

- מבט על בניין דירות.
- ר' גם דוגמאות בהמשך.

מטרות כלליות:

1. התלמיד יפתח את יכולת הראייה המרחבית שלו.
2. התלמיד יבין שהסתכלות על צורה תלת-ממדית, מנקודת מבט אחת בלבד או משתי נקודות מבט איננה מספיקה על מנת לקבוע כיצד נראית הצורה.
3. התלמיד יבין את האופן שבו ניתן לזהות את המבטים של צורה תלת-ממדית נתונה, ולהיפך.
4. עבור צורה תלת-ממדית, המורכבת מקוביות, התלמיד יבין את החשיבות של קבלת תרשים המבטים על מנת לקבוע כיצד נראית הצורה.
5. התלמיד יבין שכאשר נתון תרשים המבטים של גוף (כולל גוף המורכב מקוביות), יתכנו שני מצבים:
א. ניתן לקבוע באופן חד משמעי כיצד נראה הגוף.
ב. יתכנו מספר אפשרויות לגופים.

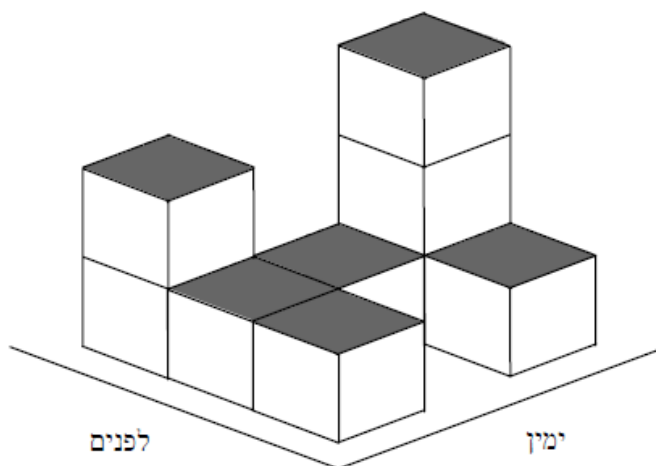
מטרות אופרטיביות :

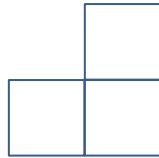
1. בהקשר אורייני, התלמיד ידע להסביר מדוע יש צורך לייצג גוף תלת ממדי מנקודות מבט שונות. **ר' קבוצת דוגמאות 2.1.**
2. בהקשר אורייני, בהינתן גוף תלת-ממדי (כולל מבנה הבנוי מקוביות או תרשים מספרי של מבנה), התלמיד יזהה ו/או ישרטט כיצד נראית הצורה בהסתכלות עליה מנקודות מבט שונות (כולל סרטוט תרשים המבטים עבור מבנה הבנוי מקוביות). **ר' קבוצת דוגמאות 2.3.**
3. בהקשר אורייני, בהינתן שלושה מבטים (מבט על / תרשים הבסיס, מבט מלפנים / מאחור, מבט מימין / משמאל) של צורה תלת-ממדית – כולל מבנה הבנוי מקוביות, התלמיד ידע לקבוע כיצד יכולה להראות הצורה (כולל קביעת מבנה קוביות בעל המספר המינימלי / המקסימלי האפשרי). במקרים בהם קיימות מספר אפשרויות – התלמיד יקבע את כולן. **ר' קבוצת דוגמאות 2.4.**
4. בהקשר אורייני, התלמיד יקבע מהו מספר הקוביות במבנה, בהינתן מבנה הבנוי מקוביות או בהינתן תרשים המבטים של מבנה (כולל קביעת מספר הקוביות המינימלי / מקסימלי האפשרי). **ר' קבוצת דוגמאות 2.2.**

קבוצת דוגמאות 2.1

קבוצת דוגמאות זו מהווה פתיחה לנושא, ומטרתה להביא את התלמיד להבנה מדוע יש צורך בקביעת האופן שבו רואים מבנה מנקודות מבט שונות (מטריצה / פרספקטיבית / מ' / מ'). בקבוצת דוגמאות זו תוצג האפשרות לקביעת מבנה הבנוי מקוביות באמצעות תרשים מבטים.

דוגמה (לקוח מתוך "ראיה מרחבית" / פרויקט "מסמטיקה", הטכניון)
כיצד היית מתאר(ת) לחברך את המבנה התלת ממדי הבא, הבנוי כולו מקוביות (מבלי שחברך יכול לראותו):



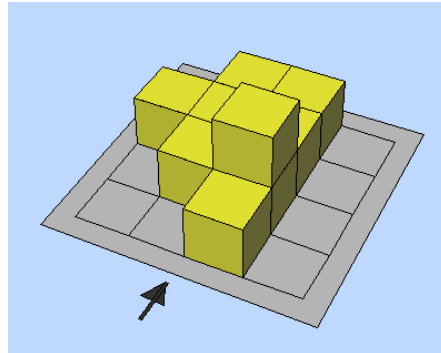


דוגמה

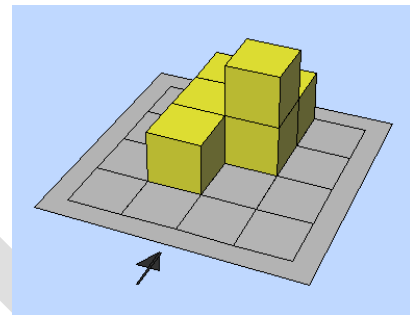
לפניכם מבט מלפנים על מבנה הבנוי מקוביות

וכן מבנים שונים הבנויים מקוביות:

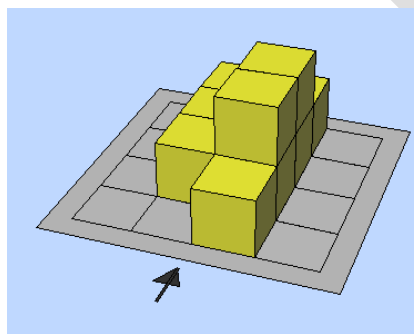
ב'



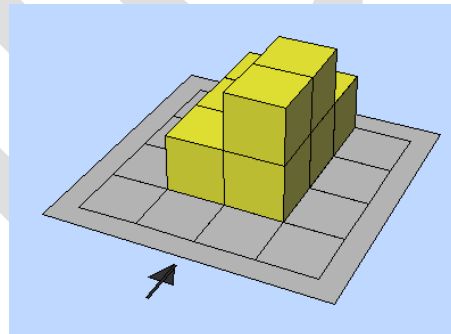
א'



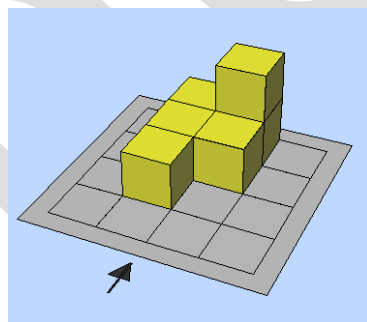
ד'



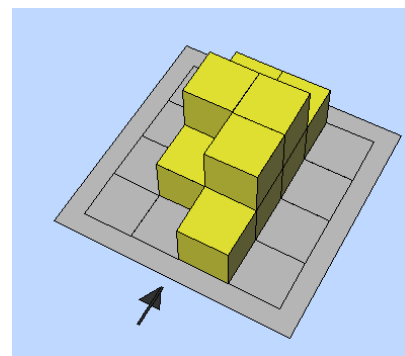
ג'



ו'



ה'



א. סמנו לאילו מבנים מתאים המבט מלפנים (החץ מצביע על ההסתכלות מלפנים).

ב. האם ניתן לקבוע בוודאות, על פי המבט מלפנים בלבד, כיצד יראה מבנה הבנוי מקוביות? נמקו.

קבוצת דוגמאות 2.2

בקבוצת דוגמאות זו, התלמיד יקבל גוף תלת ממדי, הבנוי מקוביות, ויקבע מה מספר הקוביות במבנה זה (מספר אובייקט 'ס' 4).

המבנה יכול להיות בנוי כך שאין קוביות מוסתרות או כך שיש קוביות מוסתרות.

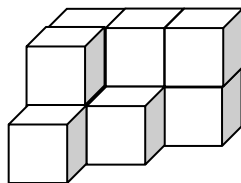
השאלות המרכזיות שניתן לשאול בקבוצת דוגמאות זו :

- לפניכם מבנה הבנוי מקוביות. בהנחה שאין קוביות מוסתרות – מה מספר הקוביות במבנה?
- לפניכם מבנה הבנוי מקוביות. בהנחה שישנן קוביות מוסתרות – מה מספר הקוביות במבנה? כתבו את כל האפשרויות.

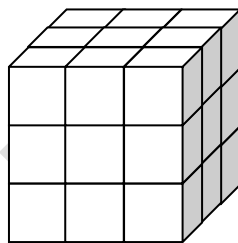
דוגמה



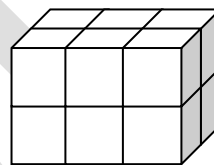
בניין מבנה דירות, כך שלכל דירה צורת קובייה :
לכל הדירות יש ממדים שווים.
להלן מספר בניינים שניבנו :



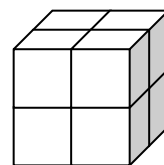
ד



ג



ב



א

- בהנחה שאין דירות מוסתרות, היעזרו באתר :

http://www.fi.uu.nl/toepassing/en/00249/toepassing_wisweb.en.html

על מנת לבנות מקוביות את מבני הדירות הללו, וקבעו מכמה דירות מורכב כל מבנה.

תשובות: א' – 8, ב' – 12, ג' – 27, ד' – 10

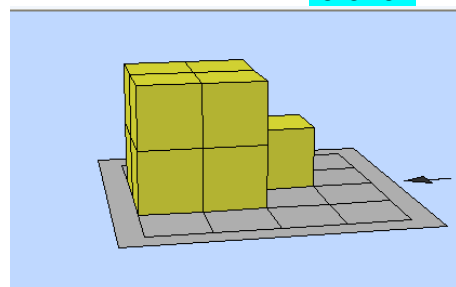
- בהנחה שיש דירות מוסתרות, היעזרו באתר :

http://www.fi.uu.nl/toepassing/en/00249/toepassing_wisweb.en.html

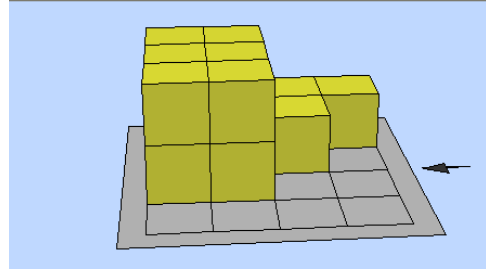
על מנת לבנות מקוביות את מבני הדירות הללו, וקבעו מכמה דירות מורכב המבנה שבניתם.

תשובות אפשריות:

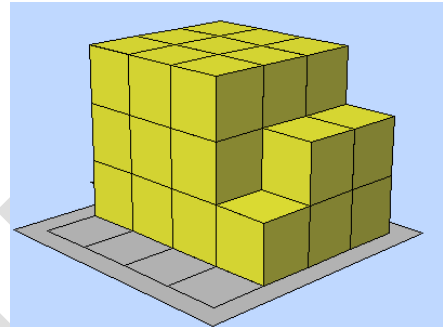
א' למשל: 9 (קובייה / דירה מוסתרת אחת בשורה התחתונה השמאלית כמתואר בסרטוט:



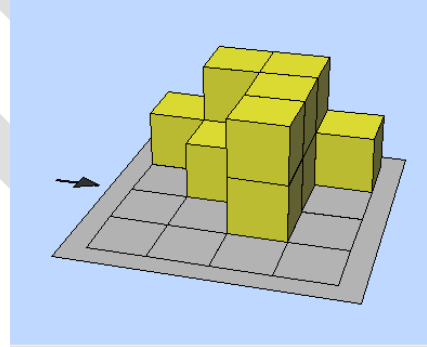
ב' – למשל, 15 (שלוש קוביות / דירות מוסתרות כמתואר בסרטוט:



ג' – למשל, 32, (ארבע קוביות / דירות מוסתרות כמתואר בסרטוט:



ד' – למשל, 11 (קובייה / דירה מוסתרת אחת כמתואר בסרטוט:



קבוצת דוגמאות 2.3

אפיון: בקבוצת דוגמאות זו יוצג, בהקשר אורייני, גוף תלת ממדי מנקודת מבט מסוימת והתלמיד יתבקש לקבוע כיצד הוא נראה כאשר מסתכלים עליו מנקודות מבט אחרות (מאחור / מצד / מלפנים / מלמעלה / מלמטה).

קבוצת דוגמאות זו תכלול גם מבנים הבנויים מקוביות, ואז התלמיד יתבקש לסרטט את תרשים המבטים של המבנה (תרשים הבסיס / מבט על, מבט מלפנים / מאחור, מבט מימין / משמאל). השאלה המרכזית שתשאל: לפניכם גוף תלת ממדי כאשר מסתכלים עליו מנקודת מבט אחת. קבעו כיצד יראה הגוף מנקודת מבט אחרת.

דוגמה (לקוח מתוך שאלות לדוגמה – פיזה 2012).

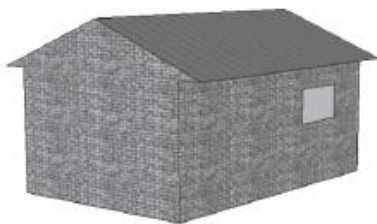
כתובת: (<http://my.ynet.co.il/pic/news/ZZ/2a.pdf>)



יצרן מחסנים מייצר מגוון דגמים בסיסיים, שיש להם רק חלון אחד ודלת אחת. אסף בחר את הדגם שלפניכם מתוך מגוון הדגמים הבסיסיים. מיקום החלון ומיקום הדלת מוצגים כאן.

האיורים למטה מציגים מגוון דגמים בסיסיים במבט מאחור. רק אחד מהאיורים האלה מתאים לדגם המוצג למעלה, שאותו בחר אסף. איזה דגם בחר אסף?

ב



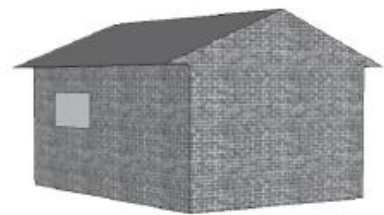
א



ד



ג



דוגמה

באמצעות האתר : http://www.fi.uu.nl/toepassing/00249/toepassing_wisweb.en.html
בנו מבנים שונים מקוביות, וקבעו כיצד נוצרים המבטים : מבט על, מבט מלפנים ומבט מימין.

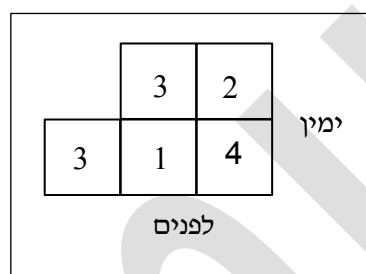
דוגמה

פעלו לפי ההוראות שבאתר :

http://www.fi.uu.nl/toepassing/00200/toepassing_wisweb.en.html

דוגמה

היכנסו לאתר : http://www.fi.uu.nl/toepassing/00247/toepassing_wisweb.en.html
בכל שאלה מוצג מבנה מקוביות. סובבו את המבנה עד שמתקבל המבט המתאים. המבט יכול להיות מלמעלה / מלמטה, מימין / משמאל, מלפנים / מאחור.



דוגמה

א. לפניכם תרשים מספרי :
בנו מקוביות את המבנה
או באמצעות היישומון.

ב. סרטטו את המבט מימין של המבנה.

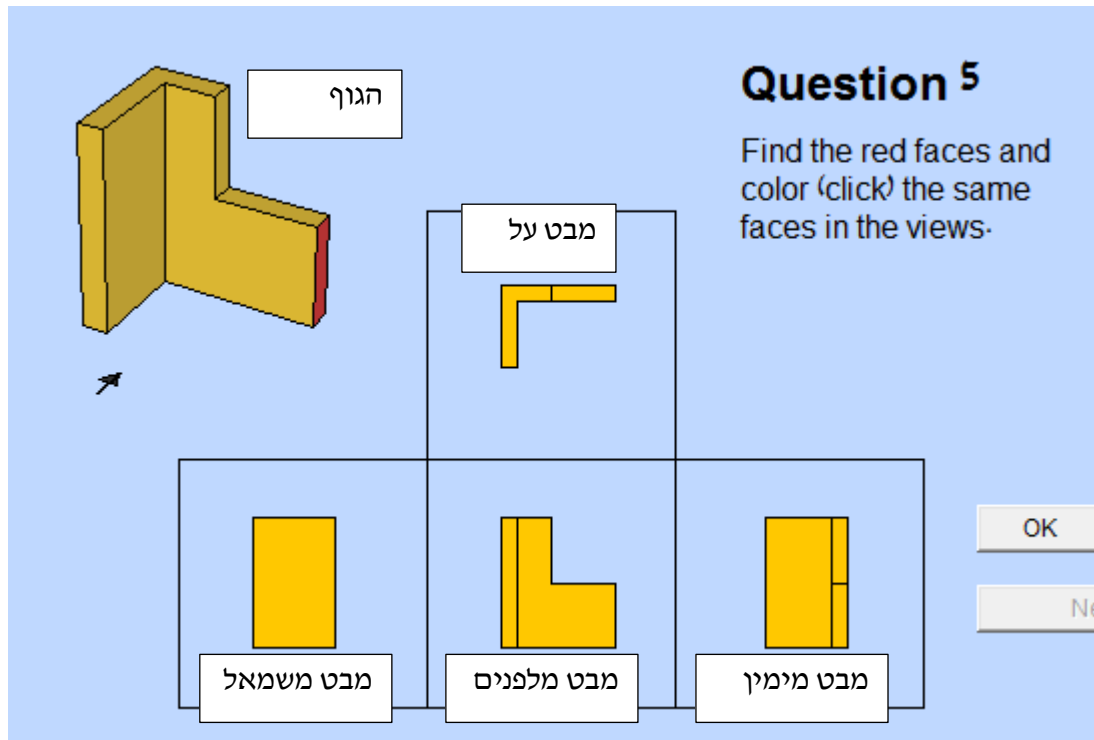
ג. סרטטו את המבט מלפנים של המבנה.

דוגמה

היכנסו לאתר : http://www.fi.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html
על המסך מופיע בצד שמאל גוף ובצד ימין אחד המבטים על הגוף.
קבעו מהו המבט המוצג : מבט מלפנים, מבט מימין, מבט משמאל, מבט על, מבט מלמטה, מבט מאחור.

היכנסו לאתר : http://www.fi.uu.nl/toepassing/00207/toepassing_wisweb.en.html

בחלק השמאלי העליון של המסך מופיע גוף שחלקו צבוע באדום. החץ מצביע על החלק הקדמי. בחלק המרכזי של המסך מופיעים המבטים של הגוף (ר' דוגמה)



יש לבחור במבט ממנו רואים את החלק הצבוע באדום, ולצבוע במבט זה את החלק האדום.

קבוצת דוגמאות 2.4

בקבוצת דוגמאות זו התלמיד יצטרך לבנות מבנה הבנוי מקוביות, בהקשר אורייני, על סמך:

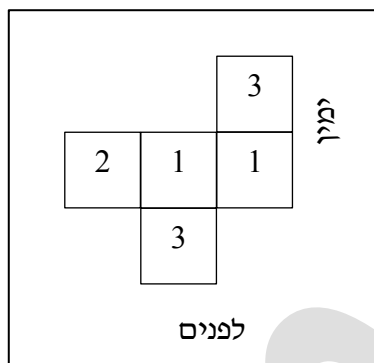
- התרשים המספרי שלו

- תרשים המבטים שלו

(מספר א' ופס' י' ת' 3)

השאלות המרכזיות שתשאלנה בקבוצת דוגמאות זו:

- לפניכם מבנה תלת ממדי. סרטטו את תרשים המבטים שלו.
- לפניכם מבנה הבנוי מקוביות. סרטטו את תרשים המבטים שלו.
- לפניכם מבנה הבנוי מקוביות. סרטטו את תרשים המבטים שלו.



דוגמה

לפניכם תרשים מספרי של בניין דירות, שבו כל דירה מיוצגת ע"י קובייה.

א. בנו את המבנה.

ב. סרטטו מבט מימין של המבנה.

ג. סרטטו מבט מאחור של המבנה.

דוגמה

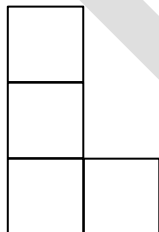
היכנסו לאתר:

http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/02015/toepassing_wisweb.en.html

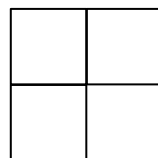
ובנו את המבנים המוצגים בהתאם למבטים ולמספר הקוביות הנדרש.

דוגמה

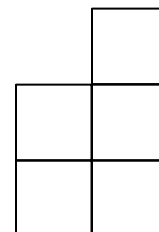
לפניכם תרשים מבטים של מבנה דירות: מבט מלמעלה, מבט מלפנים ומבט מימין.



מבט מלפנים



מבט מלמעלה

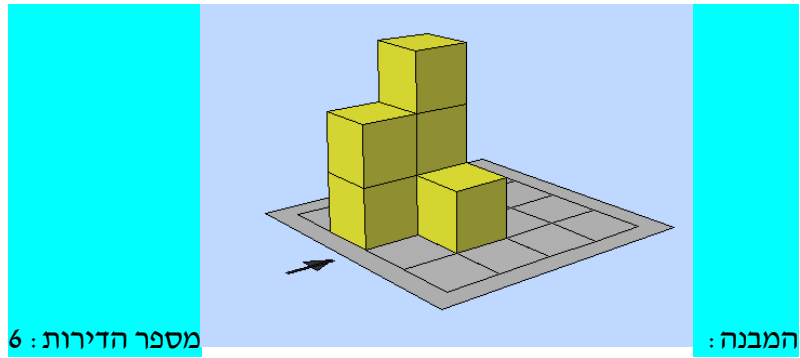


מבט מימין

א. בנו את המבנה.

ב. כמה דירות במבנה?

תשובה:



מספר הדירות: 6

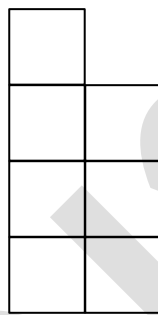
המבנה:

3	1
2	

כלומר, המבנה:

דוגמה

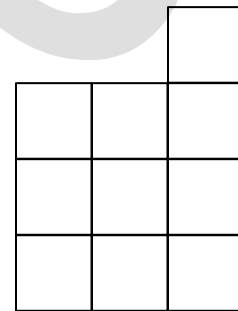
לפניהם מבטים של מבנה דירות: מבט מלמעלה (מבט על), מבט מלפנים ומבט מימין.



מבט מימין



מבט מלמעלה



מבט מלפנים

א. בנו את המבנה.

ב. כמה קוביות יש במבנה?

תשובות אפשריות:

	1/2/3	3
3	3	4

לפנים

ימין

	3	1/2/3
3	1/2/3	4

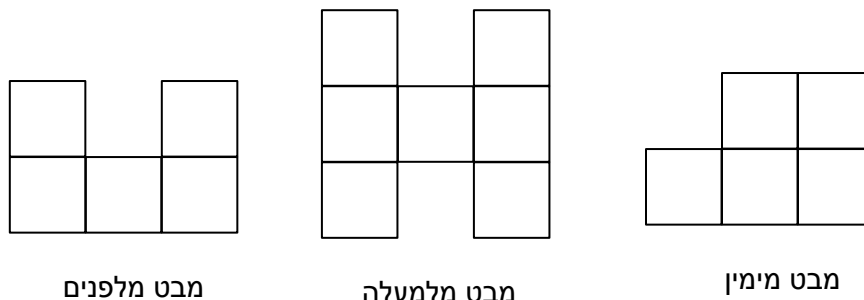
לפנים

ימין

מספר הקוביות – בהתאם לאפשרות הנכונה של המבנה

דוגמה

לפניכם מבטים של מבנה דירות: מבט מלמעלה (מבט על), מבט מלפנים ומבט מימין.



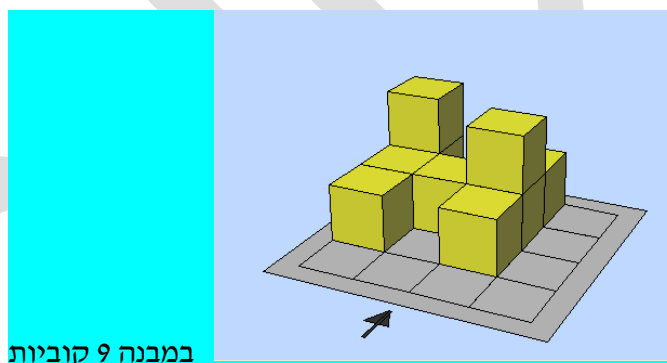
מבט מלפנים

מבט מלמעלה

מבט מימין

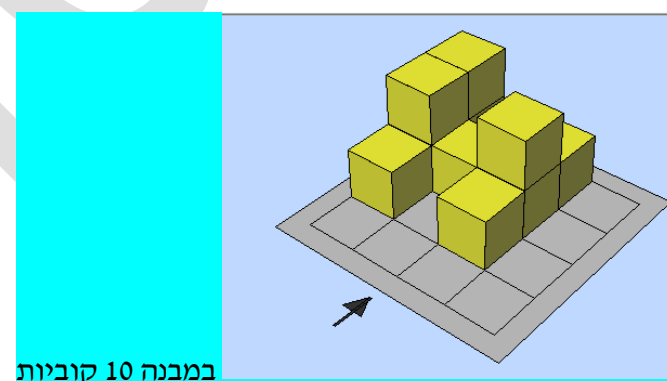
- א. בנו את המבנה.
- ב. כמה קוביות יש במבנה?

תשובה



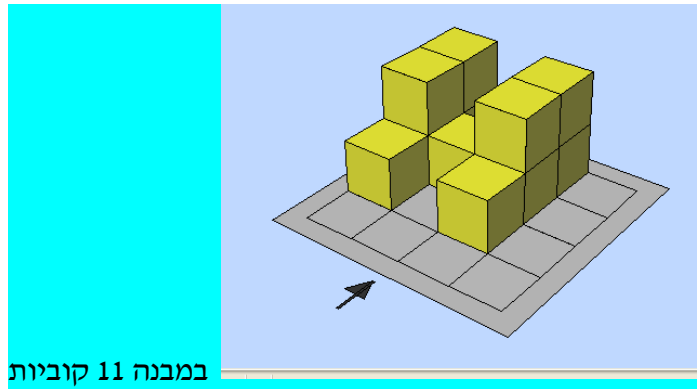
במבנה 9 קוביות

או:

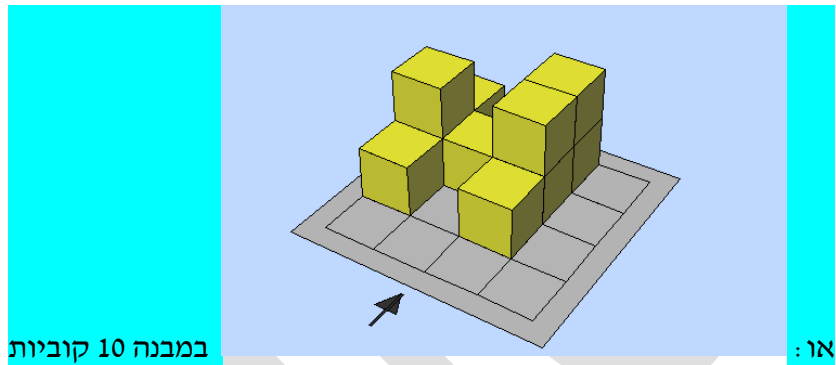


במבנה 10 קוביות

או



במבנה 11 קוביות



במבנה 10 קוביות

או :

דוגמה

משחקים לתרגול הראיה המרחבית :

משחק ראשון : <http://www.arcadediner.com/DuBlox>

משחק שני : http://www.50x.com/math_attack_1093.html