מדינת ישראל

משרד החינוך

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

משימות והצעת תשובות

קיץ תשע"ד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

مهمّات واقتراح إجابات

صيف 2014

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

/يتبع في الصفحة التالية/

مسائل حركة

المهمّة 1

خرجت شاحنة من المحطّة A وسافرت بسرعة ثابتة باتّجاه المحطّة B.
بعد ساعتين من خروجها، وصلت الشاحنة إلى المحطّة C، التي تقع بين A وَ B،
وعندها خفّضت الشاحنة سرعتها حتّى $\frac{1}{3}$ سرعتها السابقة.
وصلت الشاحنة إلى المحطّة B، بعد 40 دقيقة من الساعة التي كانت ستصل فيها لو لم تخفّض سرعتها.
في اليوم التالي خرجت الشاحنة من المحطّة A بنفس السرعة الثابتة، وعندما وصلت إلى مسافة 14 كم بعد المحطّة C،
خفّضت سرعتها حتّى $\frac{1}{3}$ سرعتها السابقة.
هذه المرّة وصلت الشاحنة إلى المحطّة B، بعد 20 دقيقة من الساعة التي كانت ستصل فيها لو لم تخفّض سرعتها.

أ. لو لم تخفّض الشاحنة سرعتها، كم ساعة كان سيستغرق سفرها من A إلى B ؟

ب. جد السرعة التي كانت للشاحنة قبل أن خفّضت سرعتها.

اقتراح إجابة للمهمّة 1

نرمز: v — سرعة الشاحنة من A إلى B بدون تخفيض السرعة

t — زمن سفر الشاحنة من A إلى B بدون تخفيض السرعة

أ.

	السرعة (كم/الساعة)	الزمن (ساعات)	المسافة (كم)
من A إلى B بدون تخفيض السرعة	v	t	tv
<u>في اليوم الأوّل</u> من A إلى C	v	2	2v
من C إلى B	$\frac{v}{3}$	$t-2+\frac{40}{60}=t-\frac{4}{3}$	$(t-\frac{4}{3})\frac{v}{3}$

المسافة من A إلى B في اليوم الأوّل تحقّق: $tv = 2v + (t-\frac{4}{3})\frac{v}{3}$

$\Downarrow$

$t = \frac{7}{3}$ ساعات

/يتبع في صفحة 3/

تكملة إجابة المهمّة 1.

ب.

	السرعة (كم/الساعة)	الزمن (ساعات)	المسافة (كم)
في اليوم التالي من A حتّى 14 كم بعد C	v	$2 + \frac{14}{v}$	$(2 + \frac{14}{v})v$
من 14 كم بعد C إلى B	$\frac{v}{3}$	$t - 2 - \frac{14}{v} + \frac{20}{60}$	$(t - \frac{14}{v} - \frac{5}{3})\frac{v}{3}$

في اليوم التالي المسافة من A إلى B تحقّق: $tv = (2 + \frac{14}{v})v + (t - \frac{14}{v} - \frac{5}{3})\frac{v}{3}$

$$\Downarrow$$

نعوّض $t = \frac{7}{3}$ ونقسم طرفَي المعادلة على v ، وينتج: $\frac{7}{3} = 2 + \frac{14}{v} + (\frac{7}{3} - \frac{14}{v} - \frac{5}{3})\frac{1}{3}$

$$\Downarrow$$

$v =$ 84 كم/الساعة

/يتبع في صفحة 4/

المتوالية الحسابيّة

المهمّة 2

معطاة المتوالية: $1\ ,\ -5\ ,\ 9\ ,\ -13\ ,\ 17\ ,\ -21\ ,\ ...$

القيَم المطلقة لحدود المتوالية تشكّل متوالية حسابيّة.

الحدود التي في الأماكن الزوجيّة في المتوالية هي سالبة.

معطى أنّ مجموع $2n-1$ الحدود الأولى في المتوالية المعطاة هو 101 .

جد مجموع n الحدود الأولى الموجودة في الأماكن الفرديّة في المتوالية المعطاة.

اقتراح إجابة للمهمّة 2

الحدود التي في الأماكن الفرديّة تشكّل متوالية حسابيّة فرقها 8 ،
لذلك مجموع n الحدود الأولى في الأماكن الفرديّة:
$$S_{\text{فرديّ}} = \frac{n}{2}(2\cdot 1 + 8(n-1)) = n(4n-3)$$
$$\Downarrow$$

الحدود التي في الأماكن الزوجيّة تشكّل متوالية حسابيّة فرقها -8 ،
لذلك مجموع $n-1$ الحدود الأولى في الأماكن الزوجيّة:
$$S_{\text{زوجيّ}} = \frac{n-1}{2}(-2\cdot 5 - 8(n-2)) = (n-1)(3-4n)$$
$$\Downarrow$$

مجموع $2n-1$ الحدود الأولى في المتوالية المعطاة:
$$S_{\text{فرديّ}} + S_{\text{زوجيّ}} = 4n-3$$

حسب المعطى:
$$S_{2n-1} = 101$$
$$\Downarrow$$
$$101 = 4n-3$$
$$\Downarrow$$

عدد الحدود التي في
الأماكن الفرديّة:
$$n = 26$$

مجموع الحدود الـ 26 الأولى
التي في الأماكن الفرديّة:
$$S_{\text{فرديّ}} = n(4n-3) = 26(4\cdot 26-3)$$
$$\Downarrow$$
$$S_{\text{فرديّ}} = 2626$$

/يتبع في صفحة 5/

الاحتمال

المهمّة 3

يُجرون التجربة التي أمامك.
توجد في جرّة 10 كرات: 6 كرات حمراء وَ 4 كرات سوداء.
يُخرِجون بشكل عشوائيّ كرة من الجرّة:
إذا كانت الكرة حمراء يُبقونها في الخارج ويُضيفون إلى الجرّة x كرات حمراء،
وإذا كانت الكرة سوداء يُعيدونها إلى الجرّة.
بعد ذلك يُخرِجون بشكل عشوائيّ كرة أخرى من الجرّة.
الاحتمال بأن يكون للكرتين اللتين يُخرِجونهما نفس اللون هو 0.56 .

أ. احسب x .

ب. معلوم أنّه على الأقلّ إحدى الكرتين اللتين أخرجوهما كانت حمراء.
ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة التي أُخرجت في المرّة الثانية سوداء؟

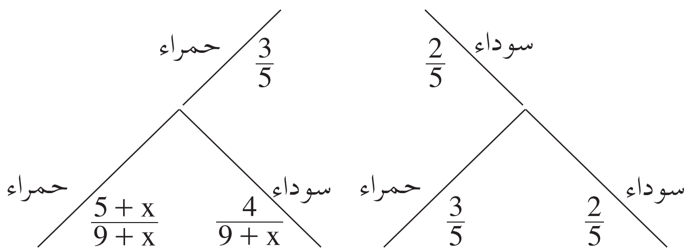
جـ. يكرّرون n مرّات التجربة الموصوفة في مقدّمة السؤال.
ما هو الاحتمال لإخراج كرتين حمراوين في تجربة واحدة بالضبط؟ (عبّر بدلالة n .)

اقتراح إجابة للمهمّة 3

أ. احتمال إخراج كرة سوداء من الجرّة: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

احتمال إخراج كرة حمراء من الجرّة: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

من هنا تنتج الشجرة:



الاحتمال بأن يكون للكرتين نفس اللون هو: P(حمراء ، حمراء) + P(سوداء، سوداء)

$$\Downarrow$$

حسب الشجرة ينتج: $0.56 = \frac{3}{5} \cdot \frac{5+x}{9+x} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$

$$\Downarrow$$

$$x = 3$$

/ يتبع في صفحة 6 /

تكملة إجابة المهمّة 3.

ب. الاحتمال بأن تكون على الأقلّ إحدى الكرتين حمراء هو:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة واحدة}\\ \text{حمراء على}\\ \text{الأقلّ}\end{array}\right) = 1 - P\left(\text{سوداء، سوداء}\right)$$

$$\Downarrow$$

حسب الشجرة ينتج:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة واحدة}\\ \text{حمراء على}\\ \text{الأقلّ}\end{array}\right) = 1 - \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة واحدة}\\ \text{حمراء على}\\ \text{الأقلّ}\end{array}\right) = 0.84$$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة ثانية}\\ \text{سوداء}\end{array} \Big/ \begin{array}{c}\text{كرة واحدة حمراء}\\ \text{على الأقلّ}\end{array}\right) = \frac{P\left(\begin{array}{c}\text{كرة واحدة حمراء}\\ \text{على الأقلّ}\end{array} \cap \begin{array}{c}\text{كرة ثانية}\\ \text{سوداء}\end{array}\right)}{P\left(\begin{array}{c}\text{كرة واحدة حمراء}\\ \text{على الأقلّ}\end{array}\right)} = \frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{9+x}}{0.84}$$

$$\Downarrow$$

نعوّض $x = 3$ ، وينتج:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{كرة ثانية}\\ \text{سوداء}\end{array} \Big/ \begin{array}{c}\text{كرة واحدة حمراء}\\ \text{على الأقلّ}\end{array}\right) = \frac{5}{21} = 0.238$$

جـ. احتمال إخراج كرتين حمراوين في تجربة واحدة حسب الشجرة:

$$P\left(\text{حمراوان}\right) = \frac{3}{5}\cdot\frac{5+x}{9+x} = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3} = 0.4$$

احتمال نجاح واحد من بين n مرّات هو:

$$P_n(1) = \frac{n!}{(n-1)!}\times 0.4\times 0.6^{n-1}$$

$$\Downarrow$$

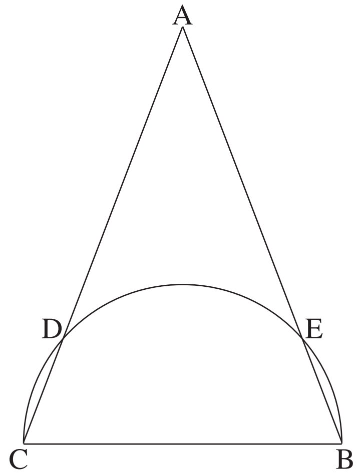
$\frac{n!}{(n-1)!} = n$ ، لذلك:

$$P_n(1) = n\times 0.4\times\frac{0.6^n}{0.6} = \frac{2}{3}n\times 0.6^n$$

/يتبع في صفحة 7/

الهندسة المستوية

المهمّة 4



معطى المثلّث المتساوي الساقين ABC ‏($AB = AC$) .

القاعدة BC هي قطر في نصف دائرة .

نصف الدائرة يقطع الساقين AB وَ AC

في النقطتين E وَ D بالتلاؤم (انظر الرسم) .

أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ BCDE هو شبه منحرف متساوي الساقين .

ب. معطى أنّ : $DC = \frac{1}{3}AD$ ، نصف قطر الدائرة هو R .

برهن أنّ $R = \sqrt{2}\,DC$.

اقتراح إجابة للمهمّة 4

أ. $\sphericalangle CDB = \sphericalangle BEC = 90^o$ الزاويتان المحيطيّتان اللتان تستندان إلى قطر هما قائمتان

$\sphericalangle DCB = \sphericalangle EBC$ زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين متساويتان

$\sphericalangle DBC = 180^o - (90^o + \sphericalangle DCB)$ ، $\sphericalangle ECB = 180^o - (90^o + \sphericalangle EBC)$

$\Downarrow$

$\sphericalangle ECB = \sphericalangle DBC$

CB ضلع مشترك

من هنا : $\triangle CDB \cong \triangle BEC$ حسب ز.ض.ز.

$\Downarrow$

I. $DC = EB$

$\Downarrow$

$\sphericalangle EDB = \sphericalangle DBC$ الزاويتان المحيطيّتان اللتان تستندان إلى وترين متساويين من نفس الجهة متساويتان

$\Downarrow$

II. $DE \parallel CB$ إذا كانت الزاويتان المتبادلتان متساويتَيْن، فإنّ المستقيمين متوازيان

حسب I وَ II : BCDE هو شبه منحرف متساوي الساقين

/يتبع في صفحة 8/

تكملة إجابة المهمّة 4.

ب. وجدنا في البند "أ" أنّ: $\sphericalangle CDB = 90^o$

$\Downarrow$

في المثلّث القائم الزاوية CDB
يتحقّق حسب نظريّة فيثاغورس: I. $BD^2 = (2R)^2 - DC^2$

حسب المعطى $AD = 3DC$ ينتج: $AC = AB = 4DC$

في المثلّث القائم الزاوية ADB
يتحقّق حسب نظريّة فيثاغورس: $BD^2 = AB^2 - AD^2$

$\Downarrow$

II. $BD^2 = (4DC)^2 - (3DC)^2 = 7DC^2$

من I وَ II ينتج: $(2R)^2 - DC^2 = 7DC^2$

$\Downarrow$

$R > 0$، لذلك: $R = \sqrt{2}\,DC$

/يتبع في صفحة 9/

حساب المثلّثات

المهمّة 5

في المثلّث ABC طول الضلع BC هو a ، والزاوية المقابلة له هي α .

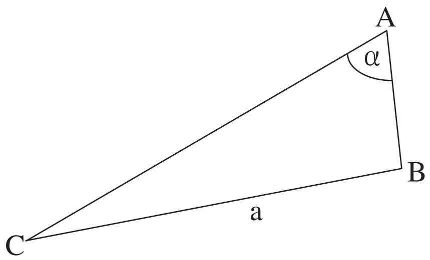
معطى أنّ: $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$.

أ. عبّر عن مساحة المثلّث ABC بدلالة a وَ α .

ب. معطى أيضًا أنّ: $\alpha = 60^o$.

جد الزاويتين الأخريين في المثلّث ABC .

اقتراح إجابة للمهمّة 5



أ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin\alpha$

$\Downarrow$

حسب المعطى $AC = 3AB$ ، لذلك: I. $S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2} AB^2 \sin\alpha$

حسب نظريّة الكوسينوس: $a^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$

$\Downarrow$

نعوّض $AC = 3AB$ ، وينتج: $a^2 = AB^2 + (3AB)^2 - 2AB \cdot (3AB) \cdot \cos\alpha$

$\Downarrow$

II. $AB^2 = \frac{a^2}{10 - 6\cos\alpha}$

من I وَ II ينتج: $S_{\triangle ABC} = \frac{3a^2 \sin\alpha}{20 - 12\cos\alpha}$

/ يتبع في صفحة 10 /

تكملة إجابة المهمّة 5.

ب. نتج في البند "أ" : $AB = \frac{a}{\sqrt{10 - 6\cos\alpha}}$

$\Downarrow$

نعوّض $\alpha = 60^o$ وينتج: $AB = \frac{a}{\sqrt{7}}$

حسب نظريّة السينوس ينتج: $\frac{AB}{\sin \sphericalangle ACB} = \frac{BC}{\sin\alpha}$

$\Downarrow$

نعوّض $BC = a$ ، $\alpha = 60^o$ ، $AB = \frac{a}{\sqrt{7}}$ ، وينتج: $\sin \sphericalangle ACB = \frac{\frac{a}{\sqrt{7}} \cdot \sin 60^o}{a} = \frac{\sin 60^o}{\sqrt{7}}$

$\Downarrow$

$\sphericalangle ACB \neq 180^o - 19.1^o$ لأنّ $\alpha = 60^o$،

لذلك: $\sphericalangle ACB = 19.1^o$

$\sphericalangle ABC = 180^o - (60^o + 19.1^o) = 100.9^o$

/يتبع في صفحة 11/

حساب التفاضل والتكامل للدوالّ المثلّثيّة

المهمّة 6

معطاة الدالّة $f(x) = 2x + 8\cos^2(\frac{x}{2}) - \sin(2x)$ ، في المجال $0 \le x \le \pi$.

أ. (1) بيّن أنّ $f'(x) = 4\sin^2 x - 4\sin x$.

(2) في المجال المعطى، جد النقاط القصوى المطلقة لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

ب. (1) في المجال المعطى، ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

(2) معطاة المعادلة $\sin^2 x - \sin x = k$ ، $0 \le x \le \pi$.

جد بالنسبة لأيّة قيَم k يوجد حلّ للمعادلة.

جـ. في المجال المعطى، جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$،
والمحور y ، والمستقيم الذي يمسّ الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة في النقطة التي فيها $x = \frac{\pi}{6}$ ، والمستقيم $x = \pi$.

اقتراح إجابة للمهمّة 6

أ. (1) مشتقّة $f(x)$ هي : $f'(x) = 2 + 16\cos\frac{x}{2} \cdot (-\sin\frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2} - 2\cos(2x)$

$\Downarrow$

نستعمل المتطابقتين $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$
$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ ، وينتج: $f'(x) = 2 - 4\sin x - 2(\cos^2 x - \sin^2 x)$

$\Downarrow$

نعوّض $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ ، وينتج: $f'(x) = -4\sin x + 4\sin^2 x$

(2) مشتقّة $f'(x)$ هي : $f''(x) = -4\cos x + 8\sin x\cos x = 4\cos x(2\sin x - 1)$

في النقاط القصوى لِـ $f'(x)$ يجب أن يتحقّق: $f''(x) = 0$

$\Downarrow$

$4\cos x = 0 \quad , \quad 2\sin x - 1 = 0$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

في المجال $0 \le x \le \pi$: $x = \frac{\pi}{2} \qquad x = \frac{\pi}{6} \ , \ x = \frac{5\pi}{6}$

من هنا :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$f'(x)$	0	-1	0	-1	0
	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

$\Downarrow$

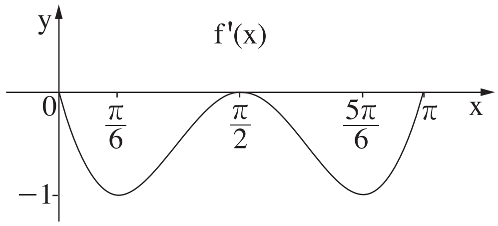
لِـ $f'(x)$ نهاية صغرى مطلقة في النقطتين: $\left(\frac{5\pi}{6}, -1\right) \quad \left(\frac{\pi}{6}, -1\right)$

نهاية عظمى مطلقة في النقاط: $(\pi, 0) \quad \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \quad (0, 0)$

/ يتبع في صفحة 12 /

تكملة إجابة المهمّة 6.

ب. (1)



(2)

$$f'(x) = 4\sin^2 x - 4\sin x$$

$$\Downarrow$$

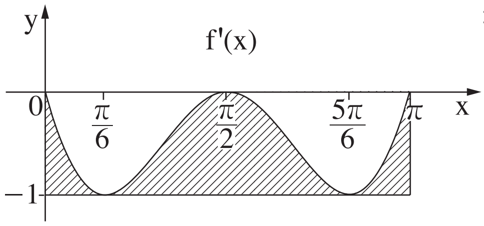
$$f'(x) = 4k$$

يوجد حلّ عندما المستقيم $y = 4k$ يقطع
الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$ ، وحسب الرسم البيانيّ لِـ $f'(x)$
يتحقّق ذلك بالنسبة لِـ: $-1 \le 4k \le 0$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{1}{4} \le k \le 0$$

جـ. المساحة المطلوبة هي المساحة المخطّطة في الرسم:



$$\Downarrow$$

المساحة المطلوبة هي تكامل حاصل طرح
الدالّتين $f'(x)$ وَ $y = -1$ ، لذلك:

$$S = \int_0^{\pi} [f'(x) + 1]\,dx = [f(x) + x]_0^{\pi} = f(\pi) + \pi - f(0)$$

$$S = 2\pi + \pi - 8 = 3\pi - 8$$

/يتبع في صفحة 13/

حساب التفاضل لدوالّ الجذر ولدوالّ القسمة

المهمّة 7

معطاة الدالّة $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-15}}$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

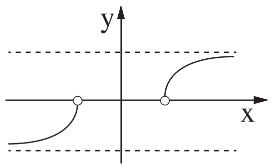
(2) جد خطوط التقارب الموازية للمحورين للدالّة $f(x)$.

(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

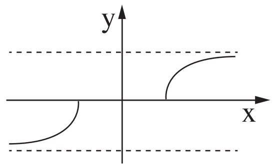
(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

ب. معطاة الدالّة $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-15}}{x}$.

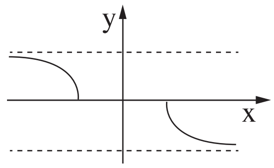
أمامك خمسة رسوم بيانيّة I-V .



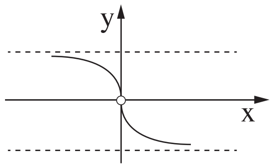
I



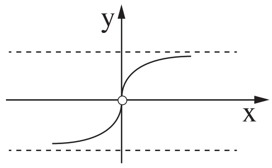
II



III



IV



V

أيّ رسم بيانيّ يصف الدالّة $g(x)$ ؟ علّل.

جـ. بالنسبة لأيّة قيَم x تتحقّق المتباينة $\dfrac{f'(x)}{g'(x)}<0$ ؟ علّل.

اقتراح إجابة للمهمّة 7

أ. (1) يجب أن يتحقّق: $x^2-15>0$

$$\Downarrow$$

مجال تعريف $f(x)$: $x<-\sqrt{15} \quad , \quad x>\sqrt{15}$

(2) خطّا التقارب العموديّان لِـ $f(x)$: $x=-\sqrt{15} \quad , \quad x=\sqrt{15}$

خطّا التقارب الأفقيّان لِـ $f(x)$: $y=-1 \quad , \quad y=1$

/ يتبع في صفحة 14 /

تكملة إجابة المهمّة 7.

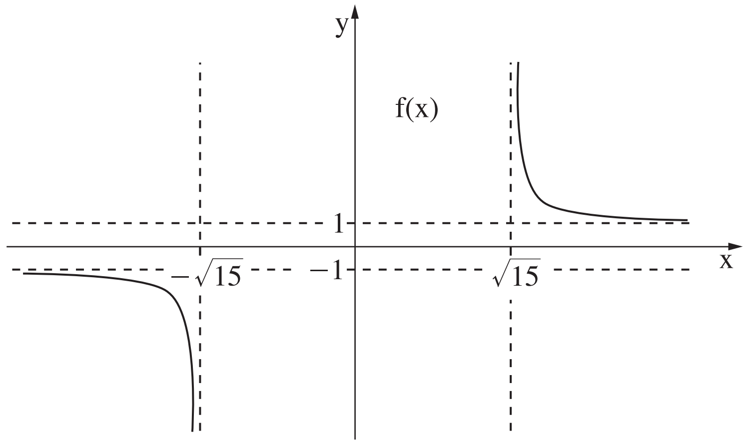
(3) $$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2-15} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2-15}}}{x^2-15} = -\frac{15}{(x^2-15)\sqrt{x^2-15}}$$

في مجال تعريف $f(x)$ يتحقّق $x^2-15>0$،
لذلك في مجال تعريف $f(x)$: $f'(x)<0$

$\Downarrow$

$f(x)$ تنازليّة في مجال التعريف

(4)



ب. بالنسبة لِـ $g(x)$ يجب أن يتحقّق: $x^2-15 \ge 0 \quad , \quad x \ne 0$

$\Downarrow$

مجال تعريف $g(x)$: $x \le -\sqrt{15} \quad , \quad x \ge \sqrt{15}$

$\Downarrow$

الرسوم البيانيّة I وَ IV وَ V غير ملائمة

$g(x)$ هي دالّة عكسيّة لِـ$f(x)$

$\Downarrow$

في المجال الذي $f(x)$ فيه تنازليّة، $g(x)$ تصاعديّة

$\Downarrow$

$g(x)$ تصاعديّة في مجالات تعريفها

$\Downarrow$

الرسم البيانيّ II هو الصحيح

جـ. $f(x)$ تنازليّة في المجال: $x<-\sqrt{15} \quad , \quad x>\sqrt{15}$

$\Downarrow$

$f'(x)<0$ في المجال: $x<-\sqrt{15} \ , \ x>\sqrt{15}$

$g(x)$ تصاعديّة في المجال: $x<-\sqrt{15} \quad , \quad x>\sqrt{15}$

$\Downarrow$

$g'(x)>0$ في المجال: $x<-\sqrt{15} \quad , \quad x>\sqrt{15}$

من هنا: $\frac{f'(x)}{g'(x)}<0$ بالنسبة لِـ: $x<-\sqrt{15} \quad , \quad x>\sqrt{15}$

/يتبع في صفحة 15/

مسائل نهاية صغرى / عظمى

المهمّة 8

معطى القطع المكافئ $y = x^2 - 12$.

النقطة B تقع على القطع المكافئ في الربع الرابع.

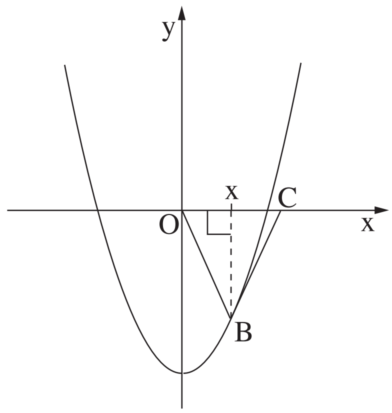
النقطة C تقع على المحور x بحيث $BC = BO$ ، O — نقطة أصل المحاور.

(النقطة C تختلف عن النقطة O .)

جد المساحة المحصورة بين القطع المكافئ والمحور y والقطعة BO ،

عندما تكون مساحة المثلّث BCO أكبر ما يمكن.

اقتراح إجابة للمهمّة 8



النقطة B على القطع المكافئ $y = x^2 - 12$ (انظر الرسم)،
لذلك إحداثيّات النقطة B هي: $B(x, x^2 - 12)$

المثلّث BOC هو متساوي الساقين،
والنقطة B في الربع الرابع، لذلك: قاعدة المثلّث هي $OC = 2x$ ، ارتفاع المثلّث هو $12 - x^2$

$$\Downarrow$$

مساحة المثلّث BOC هي: $S(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot (12 - x^2) = 12x - x^3$

$$S'(x) = 12 - 3x^2$$

$x \neq -2$ لأنّ B في الربع الرابع، لذلك: $S'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 2$

/ يتبع في صفحة 16 /

تكملة إجابة المهمّة 8.

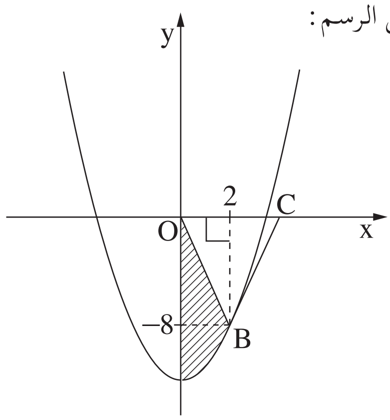
فحص نهاية عظمى : $S''(x) = -6x$

$$\Downarrow$$

$$S''(2) < 0$$

إحداثيّات النقطة B عندما تكون المساحة أكبر ما يمكن: $B(2, -8)$

المساحة المطلوبة هي المساحة المخطّطة في الرسم:



$$\Downarrow$$

$$S = -\int_0^2 (x^2 - 12)\,dx - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = -\left[\frac{x^3}{2} - 12x\right]_0^2 - 8$$

$$\Downarrow$$

$$S = 13\frac{1}{3}$$