המנהל לחינוך טכנולוגי
משרד החינוך

מגמת ניהול עסקי

מנהל וכלכלה – 70%

פרק 7

מימון

קרדיטים

ראש צוות פיתוח
מפמ״ר המגמה, מר שי סעדון

כתיבה
מהדורת תש״ף - דוד סלע, יואב פיאטקובסקי

עריכת כתיבה
מהדורה תשפ״ג - גב׳ ורד לוי, **מהדורת תשפ״ד** - גב׳ פאולינה סוסביץ**,** **מהדורת תשפ״ה** - גב׳ פאולינה סוסביץ

ייעוץ פדגוגי
גב׳ ורד לוי

ייעוץ אקדמי
מהדורת תש״ף - פרופ׳ שירן רחמילביץ

עריכה לשונית
מהדורת תש״ף - גב׳ ענת מנחם ריינר

עריכה גרפית
מהדורת תש״ף - ציפי לנקין

ניהול פרויקט
גב׳ סיגל ביתן

ניהול, ריכוז והפקה
מהדורת תש״ף - גב׳ רעות מידד, רשת עמל**,** **מהדורת תשפ״ד** - גב׳ סיגל ביתן, **מהדורת תשפ״ה**- גב׳ סיגל ביתן

גוף מבצע
מהדורת תש״ף - רשת עמל, **מהדורת תשפ״ד** – משרד החינוך, **מהדורת תשפ״ה**– משרד החינוך

תודות
תודתנו נתונה לכל המורים ששיתפו בהמלצותיהם לשיפור הספר

הספר נכתב בהתאם לתכנית הלימודים של המקצוע מינהל וכלכלה המפורסמת באתר המגמה.

במידה ונתקלת בבעיה או ברצונך להעביר הבהרה/המלצה ניתן להיכנס לקישור הבא: עדכונים לספר

תמונת השער: SewCream /shutterstock

מהדורת תש״ף – גרסה מעודכנת לשנה״ל תשפ״ה

תוכן עניינים

7.1 ריבית 5
7.1.1 מהי ריבית? 5
7.1.2 סוגי ריבית 7
7.1.2.1 ריבית פשוטה 7
7.1.2.2 ריבית דריבית 11
7.2 ערך עתידי (Future Value (FV 15
7.2.1 חישוב ערך עתידי של סכום חד פעמי 15
7.2.2 חישוב ערך עתידי מצטבר של סדרת תשלומים P בסוף תקופה 19
7.2.2 חישוב ערך עתידי מצטבר של סדרת תזרימים שווים P (בסוף תקופה) 20
7.3 ערך נוכחי (Present Value (PV 25
7.3.1 חישוב ערך נוכחי של סכום חד פעמי 25
7.3.2 חישוב ערך נוכחי של סדרת תשלומים 28
7.3.3 חישוב ערך נוכחי של סדרת תשלומים אין-סופית 32
7.4 ניתוח כדאיות השקעה 33
7.4.1 בדיקת כדאיות השקעה לפי ערך נוכחי נקי (ענ"נ) – (NPV Net Present Value) 33
7.4.2 השוואה בין חלופות השקעה לפי ענ"נ 36
7.5 הלוואות 38
7.5.1 הלוואות לפי החזר קרן קבוע (לוח סילוקין פשוט) 39
נושאים ללימודי העשרה 42
7.6 סוגי ריבית נוספים ולוח סילוקין שפיצר 42
7.6.1 סוגי ריבית נוספים 42
7.6.1.1 ריבית ריאלית 42
7.6.1.2 ריבית אפקטיבית 43
7.6.2 הלוואה לפי סכום החזר קבוע (לוח סילוקין שפיצר) 45
רשימת המקורות 49
נספח: הוראות שימוש במחשבון פיננסי CASIO FC – V200 50

הקדמה

מימון הוא שם כולל לתחומים התיאורטיים והיישומיים העוסקים בגיוס כספים, בניהול השקעות, בתקצוב, בניהול פרויקטים ובניהול סיכונים פיננסיים. זה מכלול הפעולות שאנשים וארגונים נוקטים על מנת לנהל את כספם, או על מנת לגייס כספים לפרויקטים שהם מעוניינים בהם. המילה 'מימון' מקורה במילה 'ממון', ומימון כפשוטו הוא גיוס כספים למטרה כלשהי.

ניהול פיננסי, תחום המימון של חברות או פירמות, עוסק במכלול ההתמודדות של חברה עם סוגיות פיננסיות: גיוס כספים, מבנה הון, מחיר הון, ניתוח כדאיות פרויקטים, חישובי ערך נוכחי, ניהול סיכונים פיננסיים ועוד. בעידן המודרני חברות מחויבות לקבל החלטות השקעה רבות. במסגרת זו על אנשי הכספים להיות מיומנים בבחינת עומק של הפרויקטים המוצעים או ההשקעות המוצעות – עליהם לדעת להעריך את התשואה הצפויה מפרויקט או מהשקעה, ולבחון את עלות ההון המגויס.

הבנת המושגים במימון ושליטה בהם תאפשר ללומד לקבל כלים בקבלת ההחלטות ביומיום, והבנת אופן קבלת החלטות המימון בארגונים עסקיים חברתיים וציבוריים.

7.1 ריבית

7.1.1 מהי ריבית?

ריבית היא מונח בכלכלה שפירושו סכום הכסף הנוסף שמשלם לווה למלווה תמורת הזכות שנותן המלווה ללווה להשתמש בסכום כסף מסוים ("קרן הלוואה" או "סכום ההלוואה" או ה"קרן") למשך תקופה מסוימת ("תקופת ההלוואה"). הלווה משלם למלווה את הריבית, נוסף על החזר הקרן. במילים פשוטות ניתן לומר כי הריבית היא "מחיר השימוש בכסף".

ריבית מחושבת ומשולמת, בדרך כלל, בגין מתן או קבלה של הלוואה (אשראי) ובגין השקעה במסלולי פיקדון שונים וכדומה.

תמורת השימוש בכסף של אחרים יש לשלם "דמי שכירות". כפי שאפשר לשכור מכונית או דירה, להשתמש בהן לזמן קצוב ולהחזירן לבעליהן בתום תקופת השכירות, כך ניתן לשכור כסף: כאשר מקבלים מימון (הלוואה) מגורם חיצוני, בסיום תקופת השימוש בכסף יש להחזיר אותו למלווה ולשלם לו דמי שכירות על תקופת השימוש. הריבית היא דמי השכירות שמשלמים על כסף.

<u>At הסכום הכולל</u> שיוחזר על ההלוואה / שיינתן מהפיקדון בסיום תקופת השימוש בכסף.

הסכום הכולל A_t תלוי **בשלושה** גורמים, ולכל אחד מהם יש השפעה ישירה עליו:

1. סכום המימון (ההלוואה / הפיקדון), נקרא גם קרן, המסומן K
2. שיעור (אחוז) הריבית הכולל לכל תקופת ההלוואה, המסומן R
3. תקופת "השכירות" של הכסף, המסומנת t

נשים :

שיעור הריבית %

מגדיר את עלות הכסף **באחוזים** עבור ההלוואה או הפיקדון.

סכום הריבית ₪

משקף את ה**סכום בשקלים** של עלות השימוש בכסף, שיש לשלם **בנוסף** לקרן בתום תקופת השימוש בכסף.

סכום הריבית נקבע על פי שיעור הריבית והקרן.

כל עלייה באחד או יותר מהגורמים הנ״ל יגרום לעלייה בסכום הריבית.

- ככל ש**סכום** ההלוואה או הפיקדון גדול יותר,
כך סכום הריבית הכולל שנשלם יהיה גדול יותר.
- ככל שנשתמש בכסף של המלווה **תקופה** ממושכת יותר,
כך סכום הריבית שנשלם לו יהיה גדול יותר.
ככל שנפקיד סכום כסף לפיקדון ל**תקופה** ארוכה יותר,
כך נקבל בתום התקופה סכום גבוה יותר.
- ככל ש**שיעור הריבית** שיקבע להלוואות או לפיקדונות גבוה יותר,
כך הסכום שנחזיר עבור הלוואה או שנקבל עבור הפיקדון בתום התקופה יהיה גדול יותר.

K-קרן: סכום ההלוואה או סכום הפיקדון

t-תקופה: זמן השימוש בכסף

R- שיעור-אחוז הריבית הכולל לכל תקופת ההלוואה/הפקדון

דוגמאות לריביות הנהוגות בישראל:

דוגמאות לריביות הנהוגות בישראל:

ריבית על הלוואות – ריבית על קבלת סכום כסף בהווה והחזרתו בעתיד.

מקרה פרטי הוא הריבית על יתרת החובה (המינוס) בחשבון העובר ושב (עו״ש), שנקראת **ריבית חובה**. שיעור ריבית החובה תלוי בסוג הלקוח, בהיקף הפעילות הכלכלית שלו וביכולת המיקוח שלו או של נציגיו מול הבנק.

ריבית נקובה (נומינלית) – הריבית הנקובה במסמכי מתן ההלוואה, בדרך כלל לתקופה של שנה אחת, ללא התחשבות במועדי חיוב הריבית ובהיטלים הנלווים (עמלות).

ריבית אפקטיבית – ריבית המייצגת באופן ריאלי את ההוצאה הפיננסית של הלווה. בחישובה מביאים בחשבון, את שיעור הריבית הנומינלית, ובנוסף את עמלות ותשלומים אחרים וכן את אורך תקופת האשראי, מועדי קבלת הקרן, החזרתה וכדומה.

ריבית בנק ישראל – בנק ישראל הוא הבנק של הבנקים המסחריים: הוא מלווה להם כספים בריבית מסוימת וגם מאפשר להם להפקיד אצלו כספים בריבית אחרת (נמוכה יותר). ריבית בנק ישראל היא הממוצע בין שיעור הריבית שגובה בנק ישראל מהבנקים המסחריים על כסף שהוא מלווה להם, ובין שיעור הריבית שמשלם בנק ישראל לבנקים המסחריים על כסף שהם מפקידים אצלו. על-פי חוק בנק ישראל משנת 2010, ריבית זו נקבעת בידי הוועדה המוניטרית של בנק ישראל, שנגיד בנק ישראל עומד בראשה.

ריבית פריים – ריבית שקובע הבנק המסחרי כבסיס לתמחור עסקאות פיננסיות (הלוואות ופיקדונות) מול לקוחותיו. בישראל, על-פי-רב, ריבית פריים מוגדרת כריבית בנק ישראל בתוספת 1.5 אחוזים.

ריבית קרדיט בכרטיסי אשראי – חברות כרטיסי האשראי מציעות הלוואות או רכישה בתשלומים במסגרת מסלול 'קרדיט' אשר נושא ריבית.

7.1.2 סוגי ריבית

ישנם סוגים שונים של ריביות. כל סוג ריבית יחושב באופן אחר, לכן בכל אחד מהם יתקבל סכום ריבית שונה.

נתייחס לשני סוגי ריביות: ריבית פשוטה וריבית דריבית.

7.1.2.1 ריבית פשוטה

ריבית פשוטה היא ריבית שמחושבת בצורה ישרה לפי מספר התקופות, ואינה נצברת על הקרן מתקופה לתקופה. הסכום הוא קבוע וחד פעמי ואחוז הריבית קבוע למשך כל תקופת השימוש בסכום שהתקבל.

<u>דוגמה 1</u>:

נניח כי:

הריבית לשנה אחת $r = 2\% = 0.02$

מספר תקופות 5 שנים $t =$

שיעור הריבית הכוללת לכל 5 השנים $R = 0.02 \cdot 5 = 0.1 = 10\%$

<u>דוגמה 2</u>

נתונה ריבת רבעונית: 0.01

חשב את הריבית עבור שני רבעונים, 3 רבעונים ולשנה.

חישוב עבור שני רבעונים: 0.01*2=0.02

חישוב עבור שלושה רבעונים: 0.01*3=0.03

חישוב הריבית השנתית (בכל שנה יש 4 רבעונים): 0.01*4=0.04

עבור רבעון 1=0.01

עבור שני רבעונים 0.01*2=0.02

רבעון 1 | רבעון 2

עבור 3 רבעונים 0.01*3= 0.03

רבעון 1 | רבעון 2 | רבעון 3

עבור 4 רבעונים 0.01*0.04= 0.04

רבעון 1 | רבעון 2 | רבעון 3 | רבעון 4

ריבית שנתית 0.04

נוסחאות בחישוב ריבית פשוטה

נסמן את הנתונים:

K הקרן (הסכום הראשוני שהתקבל בהלוואה / הושקע בפיקדון)

r שיעור הריבית לתקופה אחת

t מספר התקופות

R שיעור (אחוז) הריבית לכל תקופת השימוש בכסף על ההלוואה / הפיקדון:

$$\boxed{R = r \cdot t}$$

סכום הריבית שתשולם או תתקבל לכל התקופה:

$$\boxed{K \cdot r \cdot t}$$

או:

$$\boxed{K \cdot R}$$

הסכום הכולל שישולם או יתקבל בתום כל התקופה:

$$\boxed{A_t = K \cdot (1 + r \cdot t)}$$

או:

$$\boxed{A_t = K \cdot (1 + R)}$$

דוגמה 1

ביום 1 בינואר 2023 נלקחה הלוואה בסך 150,000 שקלים לתקופה של שנתיים, בריבית שנתית של 5%. בחישוב ריבית פשוטה.

מה שיעור הריבית, ומה סכום הריבית שישולם לתקופת ההלוואה כולה והסכום הכולל שיוחזר?

פתרון

נתון:

סכום קרן ההלוואה: $K = 150,000$

שיעור הריבית לתקופה של שנה: $r = 5\% = 0.05$

מספר התקופות הוא שנתיים, לכן $t = 2$

שיעור הריבית לתקופת ההלוואה כולה הוא:

$$R = r \cdot t = 0.05 \times 2 = 0.1 \ (10\%)$$

לפיכך, **סכום הריבית בשקלים הוא** $K \cdot R = 150.000 \times 0.1 =$ **15,000**

הסכום הכולל $A_t = K \cdot (1 + r \cdot t) = 150,000 \cdot (1 + 0.1) = 165,000$

הערה:

אם לא צוין אחרת, שיעור הריבית r הוא שנתי.

אם נלקחה הלוואה או הופקד פיקדון לחודשים או רבעונים, יש לחשב את שיעור הריבית לתקופה שצוינה.

לדוגמה: אם ההלוואה נתקבלה ל-8 חודשים, הרי בסיס התקופה הוא 12 חודשים, ולכן מספר התקופות הוא:

$$t = 8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$

דוגמה 2

ביום 1 בינואר 2023 נלקחה הלוואה מהבנק בסך 120,000 ₪ לתקופה של 5 חודשים, בריבית שנתית של 6%.
יש לחשב בחישוב ריבית פשוטה את: שיעור הריבית, סכום הריבית, סכום ההחזר הכולל של ההלוואה.

פתרון

סכום קרן ההלוואה: $K = 120{,}000$

שיעור הריבית לתקופה של שנה: $r = 6\% = 0.06$

מספר התקופות הוא 5 חודשים. הואיל והריבית שנתית, נבטא את מספר התקופות כ- $t = 5/12$

חישוב שיעור הריבית לתקופת ההלוואה כולה: $R = r \cdot t = 0.06 \times 5/12 = \mathbf{0.025\ (2.5\%)}$

לפיכך, **סכום הריבית בשקלים הוא** $K \cdot R = 120{,}000 \times 0.025 = \mathbf{3{,}000}$ ₪

סכום ההחזר לבנק בשקלים הוא $A_t = K \cdot (1 + r \cdot t) = 120{,}000 \cdot (1 + 0.06 \times 5/12) = \mathbf{123{,}000}$₪

דוגמה 3

ביום 1 בינואר 2023 נלקחה הלוואה בסך 90,000 שקלים לתקופה של 55 ימים, בריבית שנתית של 4%. בחישוב ריבית פשוטה, ובהנחה שיש 365 ימים בשנה, יש לחשב את:
שיעור הריבית, סכום הריבית שישולם בגין ההלוואה, סכום ההחזר של ההלוואה.

פתרון

סכום קרן ההלוואה: $K = 90{,}000$

שיעור הריבית לתקופה של שנה: $r = 4\% = 0.04$

מספר התקופות הוא 55 ימים. הואיל והריבית שנתית, נבטא את מספר התקופות כ- $t = 55/365$

שיעור הריבית לתקופת ההלוואה כולה: $R = r \cdot t = 0.04 \times 55/365 = 0.006\ (0.6\%)$

לפיכך, סכום הריבית בשקלים: $K \cdot R = 90{,}000 \times 0.006 = 540$

סכום ההחזר לבנק בשקלים הוא $90{,}000 + 540 = 90{,}540$

תרגילים נוספים

1. התקבלה הלוואה בסך 60,000 שקלים, בריבית שנתית של 8%. מהו סכום הריבית בשקלים שישולם בגין ההלוואה, אם היא נלקחה:

לשנה אחת?

ל-3 שנים?

ל-3 חודשים?

ל-30 ימים?

פתרונות

$60{,}000 \times 8\% = 4{,}800$

$60{,}000 \times 8\% \times 3 = 14{,}400$

$60{,}000 \times 8\% \times 3/12 = 1{,}200$

$60{,}000 \times 8\% \times 30/365 = 395$ (מעוגל)

2. אדם קיבל הלוואה בסך 72,000 ₪ על מנת להחזירה כעבור 7 חודשים. מהו סכום הריבית שיהיה עליו לשלם אם שיעור הריבית הוא 9% שנתי?

פתרון:

$$\boxed{R = r \cdot t}$$

שיעור הריבית, 9% או 0.09 מחושב לשנה, אך תקופת ההלוואה היא 7 חודשים, לכן עלינו לחשב את % הריבית המותאם לתקופה זו=7/12.

$R=0.09*7/12=0.525$

סכום הריבית: $K*R= 72{,}000*0.525=3{,}780$ ש"ח

3. מהו סכום הריבית שנקבל על הפקדה בבנק של 1,200 ₪ לפי 3% שנתי למשך 45 ימים.

פתרון:

$$\boxed{R = r \cdot t}$$

$R=0.03*45/365=0.0037$

הריבית השנתית היא 3% או 0.03 בשבר עשרוני. כדי לחשב את הריבית לתקופה של 45 יום, אנו מחלקים את הימים שבהם נשתמש בכסף ב- 365 ימות השנה, ואז נקבל את הריבית היחסית לתקופה זו.

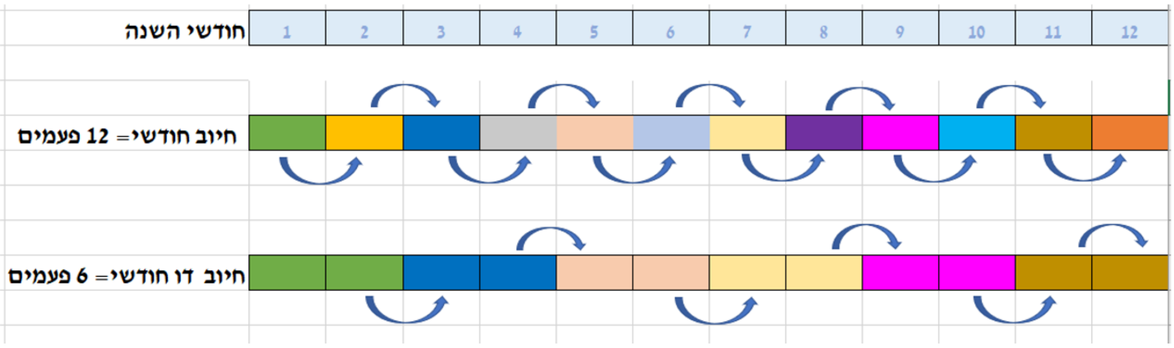
סכום הריבית: $K*R= 1{,}200*0.0037=4.44$ ש"ח

7.1.2.2 ריבית דריבית

עד כה ביצענו חישובים להלוואות כאשר חישוב הריבית נערך פעם אחת, לפני פירעון הקרן (חישוב פשוט – ריבית פשוטה).

ריבית דריבית היא ריבית המחושבת בכל תקופה מחדש, על הסכום שהתקבל לאחר שכבר צבר ריבית. כלומר בכל סוף תקופה נעדכן את הקרן, כך שהקרן החדשה היא הקרן הישנה בתוספת הריבית על התקופה הקודמת.

הסבר: בסוף קטע הזמן הראשון מחשבים ריבית, מוסיפים אותה לקרן, ומקבלים קרן חדשה הכוללת את הריבית על התקופה עד כה. בתקופה הבאה נחשב את הריבית על הקרן החדשה, ושוב מוסיפים את הריבית לקרן ומקבלים קרן חדשה הכוללת את הריבית של שני הקטעים וכן הלאה.



דוגמה

נניח שהפקדנו 30,000 שקלים ל-3 שנים, בריבית שנתית (נומינלית) של 4% המחושבת פעם בשנה. מה הסכום שנקבל כעבור 3 שנים?

בסוף השנה הראשונה נקבל ריבית של 4% על 30,000 שקלים, והקרן החדשה תהיה:

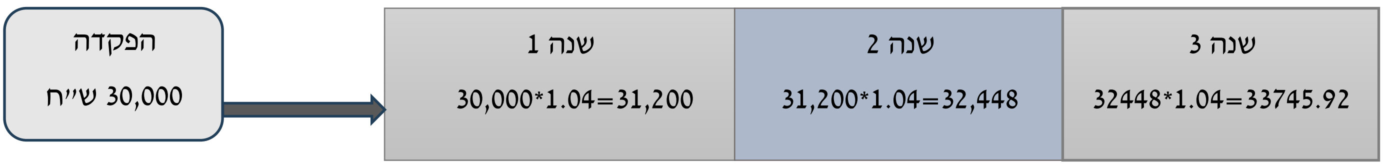
$$30{,}000 + 30{,}000 \times 0.04 = 30{,}000 \times 1.04 = 31{,}200$$

בסוף השנה השנייה נקבל ריבית של 4% על 31,200 שקלים, והקרן החדשה תהיה:

$$31{,}200 \times 1.04 = 32{,}448$$

ובסוף השנה השלישית נקבל ריבית של 4% על 32,448 שקלים, והקרן החדשה תהיה:

$$32{,}448 \times 1.04 = 33{,}745.92$$



ריבית דריבית היא ברירת המחדל בשאלות:

כל עוד לא נאמר אחרת, החישוב יעשה לפי ריבית דריבית.

נוסחאות בחישוב ריבית דריבית

נסמן את הנתונים:

K הקרן (הסכום הראשוני שהתקבל בהלוואה / הושקע בפיקדון)

r שיעור הריבית לתקופה אחת

t מספר התקופות

R שיעור (אחוז) הריבית לכל תקופת השימוש בכסף על ההלוואה / הפיקדון:

$$\boxed{R = (1 + r)^t - 1}$$

סכום הריבית (בשקלים) שתשולם או תתקבל לכל התקופה:

$$\boxed{K \cdot [\,(1 + r)^t - 1\,]}$$

או:

$$\boxed{K \cdot R}$$

הסכום הכולל שישולם או יתקבל בתום כל התקופה:

$$\boxed{A_t = K \cdot (1 + r)^t}$$

או:

$$\boxed{A_t = K \cdot (1 + R)}$$

דוגמה 1

ביום 1 בינואר 2023 נלקחה הלוואה בסך 100,000 שקלים לתקופה של שנתיים, בריבית שנתית של 6%. יש לחשב את: שיעור הריבית לכל התקופה, סכום הריבית שישולם לכל תקופת ההלוואה, סכום התשלום להחזר בתום השנתיים.

פתרון

סכום קרן ההלוואה: $K = 100{,}000$

שיעור הריבית התקופתית (שנתית): $r = 6\% = 0.06$

מספר התקופות: $t = 2$

שיעור הריבית לתקופת ההלוואה כולה: $R = (1 + r)^t - 1 = (1 + 0.06)^2 - 1 = 0.1236\ (12.36\%)$

לפיכך, **סכום הריבית בשקלים:** $K \cdot R = 100{,}000 \times 0.1236. = \mathbf{12{,}360}$

וסכום ההחזר הכולל בשקלים: $A_t = K \cdot (1 + r)^t = 100{,}000 \cdot (1 + 0.06)^2 = 112{,}360$

דוגמה 2

ביום 1 בינואר 2018 נלקחה הלוואה בסך 100,000 שקלים לתקופה של שנתיים, בריבית רבעונית של 1.5%. הריבית מחושבת אחת לרבעון. יש לחשב את : שיעור הריבית לכל התקופה, סכום הריבית שישולם לכל תקופת ההלוואה, סכום התשלום להחזר בתום השנתיים.

פתרון

סכום קרן ההלוואה : $K = 100{,}000$

שיעור הריבית התקופתית (רבעונית) : $r = 1.5\% = 0.015$

מספר התקופות (רבעונים) : $t = 8$

שיעור הריבית לתקופת ההלוואה כולה : $R = (1 + r)^t - 1 = (1 + 0.015)^8 - 1 = 0.12649\ (12.649\%)$

מכאן, **סכום הריבית בשקלים:** $K \cdot R = 100{,}000 \times 0.12649 = \mathbf{12{,}649}$

וסכום ההחזר הכולל בשקלים: $A_t = K \cdot (1 + r)^t = 100{,}000 \cdot (1 + 0.015)^8 = 112{,}649$

דוגמה 3

הבנק מציע הלוואות בריבית שנתית נומינלית של 24%.

מהי הריבית השנתית שהלקוח ישלם בכל אחד מהמקרים הבאים:

1. **הבנק מחייב את הלקוח בסוף כל חודש** $\mathbf{R=(1+0.02)^{12} - 1 = 0.2682}$
2. **הבנק מחייב את הלקוח בסוף כל רבעון** $\mathbf{R=(1+0.06)^{4} - 1 = 0.2625}$
3. **הבנק מחייב את הלקוח בסוף מחצית השנה (שישה חודשים)** $\mathbf{R=(1+0.12)^{2} - 1 = 0.2544}$
4. **הבנק מחייב את הלקוח בסוף השנה** $\mathbf{R=(1+0.24)^{1} - 1 = 0.24}$

הערה: יש להציג את הריבית בשבר עשרוני ולא ב- %

מסקנה

- **ככל שחיובי הריבית בחשבון הלקוח ייעשו בתדירות גבוהה יותר, כך הריבית השנתית שבה הוא יחויב, תהיה גבוהה יותר.**
- **כאשר הריבית מחויבת ומשולמת בסוף השנה, פעם אחת בשנה, הריבית דריבית זהה לריבית הנומינלית** (תרגיל 4- דוגמה 3)

דוגמה 4

להלן מספר אפשרויות להלוואה בסך 500,000 ₪, להחזר כעבור שנתיים :

1. הלוואה בריבית פשוטה בשיעור של 10% לשנה.
2. חישוב ריבית דריבית, 8% ריבית נומינלית לשנה, חיוב ריבית נעשה מידי חודש.
3. חישוב ריבית דריבית, 6% ריבית נומינלית לשנה. חיוב הריבית נעשה אחת לרבעון.

נדרש : מהו הסכום שיוחזר (קרן וריבית) בכל אחת מהאפשרויות? מהי האפשרות הכדאית ביותר ללווה?

1. $R=500{,}000*2*0.10=100{,}000$

$K+R= 500{,}000+100{,}000= 600{,}000$

2. א. חישוב הריבית התקופתית

$r=0.08/12=0.00667$

ב. חישוב הסכום שיוחזר : קרן +ריבית

$500{,}000\,(1+0.00667)^{24}=$ ₪ 586,490

3.א. חישוב הריבית התקופתית

$R= 0.06/4=0.015$

ב. חישוב הסכום שיוחזר : קרן +ריבית

$500{,}000\,(1+0.015)^{8}=$ ₪563,246

אפשרות 3. היא הכדאית ביותר ללווה (הסכום שיחזיר בתום התקופה הוא הנמוך ביותר).

7.2 ערך עתידי Future Value (FV)

7.2.1 חישוב ערך עתידי של סכום חד פעמי

ערך עתידי FV הוא שווי סכום ההשקעה הנוכחי (PV) שיהיה בידי משקיע בעתיד (בעוד t תקופות), כאשר ידועה הריבית לתקופה אחת r.

נקודת מבט נוספת היא נטילת הלוואה: ביום נטילת הלוואה בגובה PV, הלווה מעוניין לדעת מה סכום ההחזר הכולל שיידרש לשלם בעתיד בסוף תקופת ההלוואה FV (בגין פירעון ההלוואה והריבית).

מקדם ערך עתידי: $(1 + r)^t$

מקדם הערך העתידי עונה על השאלה: כמה תהיה שווה יחידה אחת של מטבע בנקודת זמן בעתיד (למשל בעוד שנתיים) אם היא תצבור ריבית מהיום ועד אותה נקודת זמן?

הנוסחה לחישוב ערך עתידי של סכום חד-פעמי:

$$\boxed{FV = PV\,(1 + r)^t}$$

כאשר:

PV	הערך הנוכחי, הסכום היום, הקרן.
FV	הערך העתידי, הסכום שנקבל בעתיד, בעוד t תקופות (הכולל את הקרן והריבית הכוללת).
r	שיעור הריבית (הנומינלית) התקופתית.
t	מספר התקופות.

הערה:

אנו יוצאים מתוך ההנחה שחישוב הערך העתידי נעשה על בסיס ריבית דריבית,

ולכן חישוב הערך העתידי FV של <u>סכום חד פעמי</u> זהה לחישוב של סכום המחושב A_t על בסיס ריבית דריבית, בסוף התקופה.

אפשרות נוספת לחישוב FV ערך עתידי בעזרת לוח מקדם ערך עתידי (מ.ע.ע)

$$FV = PV \cdot (\text{מעע}^{t}_{r})$$

דוגמה 1

מהו הערך העתידי של 100,000 שקלים המופקדים היום ל-5 שנים בריבית שנתית בשיעור 4%?

פתרון

סכום ההשקעה היום (ערך נוכחי): $PV = 100{,}000$

הריבית השנתית: $r = 4\% = 0.04$

מספר התקופות (שנים): $t = 5$

נחשב לפי הנוסחה שלעיל:

הערך העתידי בשקלים: $FV = 100{,}000 \cdot (1 + 0.04)^5 = \underline{\mathbf{121{,}665}}$

דוגמה 2

מהו הערך העתידי של 80,000 שקלים המופקדים היום ל-8 חודשים, כאשר שיעור הריבית **החודשית** הוא 0.3%?

פתרון

סכום ההשקעה היום (ערך נוכחי): $PV = 80{,}000$

הריבית החודשית: $r = 0.3\% = 0.003$

מספר התקופות (חודשים): $t = 8$

הערך העתידי בשקלים: $FV= 80{,}000 \times (1 + 0.003)^8 = \underline{\mathbf{81{,}940.28}}$

דוגמה 3

מהו הערך העתידי של הלוואה בסך 50,000 שקלים שתוחזר כעבור חצי שנה בריבית **חודשית** בשיעור 4.4%?

פתרון

סכום ההשקעה היום (ערך נוכחי): $PV = 50{,}000$

הריבית החודשית: $r = 4.4\% = 0.044$

מספר התקופות (חצי שנה = 6 חודשים): $t = 6$

הערך העתידי בשקלים: $FV= 50{,}000 \times (1 + 0.044)^6 = \underline{\mathbf{64{,}740.04}}$

תרגילים נוספים

1. הפקדנו 42,000 שקלים ל-6 שנים, בריבית של 9% לשנה. מהו הסכום שנקבל כעבור 6 שנים כאשר הריבית מחושבת:

כל שנה?

כל חצי שנה, פעמיים בשנה?

כל רבע שנה (כל 3 חודשים), 4 פעמים בשנה?

כל שליש שנה (כל 4 חודשים), 3 פעמים בשנה?

כל חודשיים, 6 פעמים בשנה?

כל חודש, 12 פעמים בשנה?

פתרונות סופיים (בסכומים מעוגלים)

הריבית התקופתית 9%, ל-6 תקופות, והסכום שיתקבל 70,438 שקלים.

הריבית התקופתית 4.5% = (9/2), ל-12 תקופות, והסכום שיתקבל 71,227 שקלים.

הריבית התקופתית 2.25% = (9/4), ל-24 תקופות, והסכום שיתקבל 71,642 שקלים.

הריבית התקופתית 3% = (9/3), ל-18 תקופות, והסכום שיתקבל 71,502 שקלים.

הריבית תקופתית 1.5% = (9/6) ל-36 תקופות, והסכום שיתקבל 71,784 שקלים.

הריבית התקופתית 0.75% = (9/12), ל-72 תקופות, והסכום שיתקבל 71,927 שקלים.

2. מהו הערך העתידי של הלוואה שנלקחה היום בסך 90,000 ₪, ושתוחזר בעוד חצי שנה, בריבית <u>חודשית</u> בשיעור 3.2%?

פתרון

סכום ההשקעה היום (ערך נוכחי): $PV = 90{,}000$

הריבית החודשית: $r = 3.2\% = 0.032$

מספר התקופות (חודשים): $t = 6$

$FV = 90{,}000(1 + 0.032)^6 = 108{,}722.81$

2. עדן ערכה סקר שוק בקרב מוסדות פיננסים חוץ בנקאיים כדי ליטול הלוואה. שיעור הריבית הטוב ביותר, לדעתה, היה של "MS בע"מ": ריבית נקובה נומינלית שנתית של 6% , לכן היא לקחה הלוואה של 175,000 ₪ ל-5 חודשים. עדן חישבה על פי ריבית פשוטה ולא הצליחה להגיע לסכום שחושב לה על ידי החברה.

הסתבר לעדן כי לא קראה את האותיות הקטנות של ההסכם, בהן מצוין כי הריבית המחויבת היא חודשית מצטברת (לפי ריבית דריבית).

א. חשב את הסכום שחישבה עדן (על פי הריבית הפשוטה).

ב. מהו הערך העתידי של ההלוואה שנטלה עדן?

פתרון

א. חישוב הריבית הפשוטה

$At=K*R$

$R=0.06/12*5=0.025$

$At= 175,000*0.025=4,375$

הסכום שעדן חישבה הוא: 179,375 ₪.

ב. הערך העתידי בשקלים של ההלוואה שתוחזר לאחר 5 חודשים:

$$\mathbf{FV= 175,000*(1+0.005)^5 =179,418}$$

לוח מקדמי ערך עתידי (מעע $_r^t$) של סכום חד פעמי

r / t	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100	1.110	1.130	1.140	1.150	1.150	1.160	1.170	1.180	1.190	1.200
2	1.020	1.040	1.061	1.082	1.103	1.124	1.145	1.166	1.188	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.323	1.346	1.369	1.392	1.416	1.440
3	1.030	1.061	1.093	1.125	1.158	1.191	1.225	1.260	1.205	1.331	1.368	1.405	1.443	1.482	1.521	1.561	1.602	1.643	1.685	1.728
4	1.041	1.082	1.126	1.170	1.216	1.262	1.311	1.360	1.412	1.464	1.518	1.574	1.630	1.689	1.749	1.811	1.874	1.939	2.005	2.074
5	1.051	1.100	1.159	1.217	1.276	1.338	1.403	1.469	1.539	1.611	1.685	1.762	1.842	1.925	2.011	2.100	2.192	2.288	2.386	2.488
6	1.062	1.126	1.194	1.265	1.340	1.449	1.501	1.587	1.677	1.772	1.870	1.974	2.082	2.195	2.313	2.436	2.565	2.700	2.840	2.986
7	1.072	1.149	1.230	1.316	1.407	1.504	1.606	1.714	1.828	1.949	2.076	2.211	2.353	2.502	2.660	2.826	3.001	3.185	3.379	3.583
8	1.083	1.172	1.267	1.369	1.477	1.594	1.718	1.851	1.993	2.144	2.305	2.476	2.658	2.853	3.059	3.278	3.511	3.759	4.021	4.300
9	1.094	1.195	1.305	1.423	1.551	1.689	1.838	1.999	2.172	2.358	2.558	2.773	3.004	3.252	3.518	3.803	4.108	4.435	4.785	5.160
10	1.105	1.219	1.344	1.480	1.629	1.791	1.967	2.159	2.367	2.594	2.839	3.106	3.395	3.707	4.046	4.411	4.807	5.234	5.695	6.192
11	1.116	1.243	1.384	1.539	1.710	1.898	2.105	2.332	2.580	2.853	3.152	3.479	3.836	4.226	4.652	5.117	5.624	6.176	6.777	7.430
12	1.127	1.268	1.426	1.601	1.796	2.012	2.252	2.518	2.813	3.138	3.498	3.896	4.335	4.818	5.350	5.936	6.580	7.288	8.064	8.916
13	1.138	1.294	1.469	1.665	1.886	2.133	2.410	2.720	3.066	3.452	3.883	4.363	4.898	5.492	6.153	6.886	7.699	8.599	9.596	10.699
14	1.149	1.319	1.513	1.732	1.980	2.261	2.579	2.937	3.342	3.797	4.310	4.887	5.535	6.261	7.076	7.988	9.007	10.147	11.420	12.839
15	1.161	1.346	1.558	1.801	2.079	2.397	2.759	3.172	3.642	4.177	4.785	5.474	6.254	7.138	8.137	9.266	10.539	11.974	13.590	15.407
16	1.173	1.373	1.605	1.873	2.183	2.540	2.952	3.426	3.970	4.595	5.311	6.130	7.067	8.137	9.358	10.748	12.330	14.129	16.172	18.488
17	1.184	1.400	1.653	1.948	2.292	2.693	3.159	3.700	4.328	5.054	5.895	6.866	7.986	9.276	10.761	12.468	14.426	16.672	19.244	22.186
18	1.196	1.428	1.702	2.026	2.407	2.854	3.380	3.996	4.717	5.560	6.544	7.690	9.024	10.575	12.375	14.463	16.879	19.673	22.901	26.623
19	1.208	1.457	1.754	2.107	2.527	3.026	3.617	4.316	5.142	6.116	7.263	8.613	10.197	12.056	14.232	16.777	19.748	23.214	27.252	31.948
20	1.220	1.486	1.806	2.191	2.653	3.207	3.870	4.661	5.604	6.727	8.062	9.646	11.523	13.743	16.367	19.461	23.106	27.393	32.429	38.338
21	1.232	1.516	1.860	2.279	2.786	3.400	4.141	5.034	6.109	7.400	8.949	10.804	13.021	15.668	18.822	22.574	27.034	32.324	38.591	46.005
22	1.245	1.548	1.916	2.370	2.925	3.604	4.430	5.437	6.659	8.140	9.934	12.100	14.714	17.861	21.645	26.186	31.629	38.142	45.923	55.206
23	1.257	1.577	1.974	2.465	3.072	3.820	4.741	5.871	7.258	8.954	11.026	13.552	16.627	20.362	24.891	30.376	37.006	45.008	54.649	66.247
24	1.270	1.608	2.033	2.563	3.225	4.049	5.072	6.341	7.911	9.650	12.239	15.179	18.788	23.212	28.625	35.236	43.297	53.109	65.032	79.697
25	1.282	1.641	2.094	2.666	3.386	4.292	5.427	6.848	8.623	10.835	13.585	17.000	21.231	26.462	32.919	40.874	50.658	62.669	77.388	95.398
26	1.295	1.673	2.157	2.772	3.356	4.549	5.807	7.396	9.399	11.918	15.080	19.040	23.991	30.167	37.857	47.414	59.270	73.949	92.092	114.475
27	1.308	1.707	2.221	2.883	3.733	4.822	6.214	7.988	10.245	13.110	16.739	21.325	27.109	34.390	43.535	55.000	69.345	87.260	109.589	137.371
28	1.321	1.741	2.288	2.999	3.920	5.112	6.649	8.627	11.167	14.421	18.580	23.884	30.633	39.204	50.066	63.800	81.134	102.967	130.411	164.845
29	1.335	1.776	2.357	3.119	4.116	5.418	7.114	9.317	12.172	15.863	20.624	26.750	34.616	44.693	57.575	74.009	94.927	121.501	155.189	197.814
30	1.346	1.811	2.427	3..243	4.322	5.743	7.612	10.063	13.268	17.449	22.892	29.960	39.116	50.950	66.217	85.850	111.065	143.371	184.675	237.376

7.2.2 חישוב ערך עתידי מצטבר של סדרת תזרימים שווים P (בסוף תקופה)

ערך עתידי מצטבר של סדרת תזרימים שווים P שיתקבל בעתיד (בעוד t תקופות), כאשר ידועה הריבית לתקופה אחת r.

נשתמש בנוסחת ערך עתידי מצטבר של סדרת תזרימים שווים P בסוף כל תקופה, כאשר:

- יש אפשרות להפקיד **פיקדון קבוע של P שקלים מדי סוף תקופה** (נניח הפקדה לחיסכון בסוף כל חודש), ונבקש לדעת את FV הסכום הכולל שיצטבר בפיקדון בסוף תקופת הפיקדון,

- או, כאשר יש אפשרות **להחזיר הלוואה בתשלומים**, שגובה כל החזר שווה וקבוע, בגובה P שקלים, ומוחזר מידי סוף כל תקופה, ונבקש לדעת את FV השווי העתידי של סדרת תשלומי ההלוואה.

הנוסחה לחישוב FV ערך עתידי מצטבר של סדרת תשלומים / הפקדות שוות P בסוף כל תקופה:

$$FV = P \cdot \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

כאשר:

P או PMT =סכום ההפקדה התקופתי (Payment)

r = שיעור הריבית הנומינלית התקופתית

t = מספר התקופות

כדי שהנוסחה תתקיים חייבים להתקיים **התנאים הבאים:**

- סכומי התשלומים שווים.
- הפרש הזמן בין תשלום לתשלום הוא שווה וקבוע. לדוגמה, בסוף כל חצי שנה, בסוף כל חודש.
- שיעור הריבית קבוע.

דוגמה 1

במסגרת תוכנית חיסכון ל-10 חודשים מוצע להפקיד סכום של 250 שקלים, 10 פעמים באופן רצוף ושוטף (הפקדה בסוף כל תקופה). שיעור הריבית התקופתית (החודשית) הוא 5%. כמה כסף יעמוד לרשות החוסכים בתום 10 החודשים?

פתרון

P = 250 שקלים (הפקדה תקופתית – חודשית)

r = 0.05 (ריבית 5%)

t = 10 תקופות (חודשים)

$$FV = 250 \cdot \left[\frac{(1+0.05)^{10}-1}{0.05}\right] = 3{,}144.47$$

הסכום שיעמוד לרשות החוסכים בתום 10 תקופות (הערך העתידי) הוא **3,144.47 שקלים**.

דוגמה 2

אדם מפקיד לקופת חיסכון סכום של 300 שקלים מדי חודש במשך 5 שנים (ההפקדה בסוף כל תקופה). שיעור הריבית החודשית הוא 2.5%. כמה כסף יעמוד לרשותו בתום 5 שנים?

פתרון

P = 300 שקלים (הפקדה תקופתית)

r = 0.025 (2.5% ריבית)

t = 60 תקופות (5 שנים × 12 הפקדות חודשיות)

$$FV = 300 \cdot \left[\frac{(1+0.025)^{60}-1}{0.025}\right] = 40{,}797.48$$

הסכום שיעמוד לרשות החוסך בתום 5 שנים הוא **40,797.48 שקלים**.

דוגמה 3

פתחת תוכנית חיסכון והפקדת בסוף כל חודשיים 2,000 שקלים. כמה תקבל כעבור 4 שנים לפי ריבית דו-חודשית בשיעור 1% (החישוב דו-חודשי)?

פתרון

$$FV = 2{,}000 \cdot \left[\frac{(1+0.01)^{24}-1}{0.025}\right] = 53{,}947$$

סך הכול הפקדנו 24 פעמים 2,000 שקלים, שהם 48,000 שקלים, ונקבל 53,947 שקלים. ההפרש מראה את **סכום הריבית שנצברה**, 5,947 שקלים, בשיטת הריבית דריבית.

אפשרות נוספת לחישוב FV ערך עתידי מצטבר של סדרת תשלומים / הפקדות שוות P בסוף כל תקופה, בעזרת לוח מקדם ערך עתידי סדרתי (מ.ע.ע.ס)

$$\boldsymbol{FV = P \cdot \left(\text{מעעס}\ {}^{t}_{r}\right)}$$

ניתן לחשב ערך עתידי מצטבר של סדרת תשלומים P בסוף תקופה בעזרת **לוח מקדמי ערך עתידי סדרתי (מעעס), לפי הנוסחה**:

לוח מעעס כולל מקדמים על-פי שיעורי הריבית ומספר התקופות. איך נשתמש בו?

כדי למצוא את המקדם (מעעס ${}^{t}_{r}$), נצליב את אחוז הריבית r (מהערכים שבכותרות העמודות) עם מספר התקופות t (מהערכים שבכותרות השורות).

נשים :

אחוז הריבית בלוח הוא **תקופתי** ולאו דווקא שנתי.

תרגילים נוספים

1. בנק הכסף מציע להפקיד סכום חודשי של 300 ש״ח, באופן רצוף ושוטף במשך שנה חצי . שיעור הריבית **החודשית** היא 5%. כמה כסף יעמוד לרשות החוסכים בתום שנה וחצי?

פתרון:

$$FV = 300 \cdot \left[\frac{(1+0.05)^{18}-1}{0.05}\right] = 8{,}439.60$$

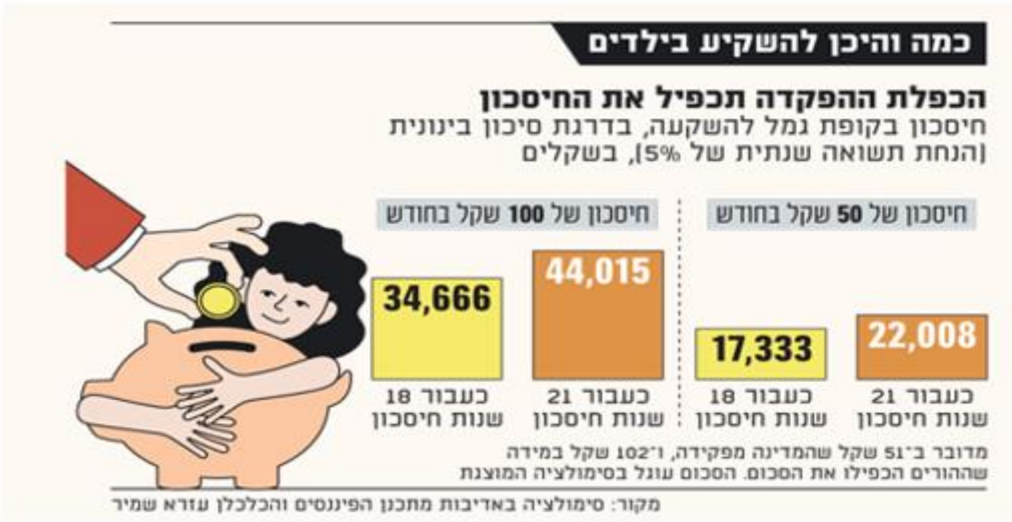
בתום שנה וחצי יעמדו לרשות החוסכים 8,439.60 ₪.

ניתן לחשב את הערך העתידי באמצעות השימוש במקדם ערך עתידי סדרתי(מעעס):

FV= 300*28.132= 8,439.60

.2

גלובס הילה ויסברג 10:42 20.4.2021



א. הצג את חישוב הערך העתידי של חיסכון של 50 ₪ בחודש לאחר 18 שנים.

ב. הצג את חישוב הערך העתידי של 100 ₪ לחודש לאחר 21 שנים.

פתרון

א.

$$FV = 50 \cdot \left[\frac{(1+0.004167)^{216}-1}{0.004167}\right] = 17{,}460$$

FV=17,460

הסבר:

t =18*12=216

r=0.05/12=0.004167

קיים הפרש מינימלי עם הסכום המופיע בכתבה וזאת בגלל עיגול בשבר העשרוני.

ב.

$$FV = 100 \cdot \left[\frac{(1+0.004167)^{252}-1}{0.004167}\right] = 44{,}436$$

FV=44,436

הסבר:

t =21*12=252

גם כאן קיים הפרש מינימלי עם הסכום המופיע בכתבה וזאת בגלל עיגול בשבר העשרוני.

לוח מקדמי ערך עתידי סדרתי (מעעס$_r^t$)

מספר התקופות (t)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.010	2.020	2.030	2.040	2.050	2.060	2.070	2.080	2.090	2.110	2.110	2.120	2.130	2.140	2.150	2.160	2.170	2.180	2.190	2.200
3	3.030	3.060	3.091	3.122	3.153	3.184	3.215	3.246	3.278	3.310	3.342	3.374	3.407	3.440	3.472	3.506	3.539	3.572	3.606	3.640
4	4.060	4.122	4.184	4.246	4.310	4.357	4.440	4.506	4.573	4.641	4.710	4.779	4.850	4.921	4.993	5.066	5.141	5.215	5.291	5.368
5	5.101	5.204	4.309	5.416	5.526	5.637	5.751	5.867	5.985	6.105	6.228	6.353	6.480	6.610	6.742	6.877	7.014	7.154	7.297	7.442
6	6.152	6.308	6.468	6.633	6.802	6.975	7.153	7.336	7523	7.716	7.913	8.115	8.323	8.536	8.754	8.799	9.207	9.442	9.683	9.930
7	7.214	7.434	7.662	7.898	8.142	8.394	8.654	8.923	9.200	9.487	9.783	10.089	10.405	10.730	11.067	11.414	11.772	12.142	12.523	12.916
8	8.286	8.583	8.892	9.214	9.549	9.987	10.260	10.637	11.028	11.436	11.859	12.300	12.757	13.233	13.727	14.240	14.773	15.327	15.902	16.499
9	9.369	9.755	10.159	10.583	11.027	11.491	11.978	12.488	13.021	13.579	14.164	14.776	15.416	16.085	16.786	17.519	18.285	19.086	19.923	20.799
10	10.462	10.950	11.464	12.006	12.578	13.181	13.816	14.487	15.198	15.937	16.722	17.549	18.420	19.337	20.304	21.321	22.393	23.521	24.709	25.959
11	11.567	12.169	12.808	13.486	14.207	14.972	15.784	16.645	17.560	18.531	19.561	20.655	21.814	23.045	24.349	25.733	27.200	28.755	30.414	32.150
12	12.683	13.412	14.192	15.026	15.917	16.870	17.888	18.977	20.141	21.384	22.713	24.133	25.650	27.271	29.002	30.850	32.824	34.931	37.180	39.580
13	13.809	14.680	15.618	16.627	17.713	18.882	20.141	21.491	22.953	24.523	26.212	28.029	29.985	32.089	34.352	36.786	39.404	42.219	45.244	48.497
14	14.947	15.974	17.086	18.292	19.599	21.015	22.550	24.215	26.019	27.975	30.095	32.393	34.883	3.7581	40.505	43.672	47.103	50.818	54.841	59.196
15	16.097	17.293	18.599	20.024	21.579	23.276	25.129	27.152	29.361	31.772	34.405	37.280	40.417	43.842	47.380	51.660	56.110	60.965	66.261	72.035
16	17.258	18.639	20.157	21.825	23.657	25.673	27.888	30.324	33.003	39.950	39.190	42.753	46.672	50.980	55.717	60.925	66.649	72.939	70.850	87.442
17	18.430	20.012	21.762	23.698	25.840	28.213	30.840	33.750	36.974	40.545	44.501	48.884	53.739	59.118	65.075	71.673	78.979	87.068	96.022	105.931
18	19.615	21.412	23.414	25.645	28.132	30.906	33.999	37.450	41.301	45.599	50.396	55.750	61.725	68.394	75.836	84.141	93.406	103.740	115.266	128.117
19	20.811	22.841	25.117	27.671	30.539	33.760	37.379	41.446	46.018	51.159	56.939	63.440	70.749	78.969	88.212	98.603	110.285	123.414	138.166	154.740
20	22.019	24.297	26.870	29.778	33.066	36.786	40.995	45.762	51.160	57.275	64.203	72.052	80.947	91.025	102.443	115.380	130.033	146.628	165.418	186.688
21	23.239	25.783	28.676	31.969	35.719	39.993	44.865	50.423	56.765	64.002	72.295	81.699	92.470	104.768	118.810	134.841	153.139	174.021	197.847	225.025
22	24.472	27.299	30.537	34.248	38.505	43.392	49.006	55.457	62.873	71.403	81.214	92.502	105.491	120.436	137.631	157.415	180.172	206.345	236.438	271.031
23	25.716	28.845	32.453	36.618	41.430	46.996	53.436	60.893	69.532	79.543	91.148	104.603	120.205	138.297	159.276	183.601	211.801	244.487	282.362	326.237
24	26.973	30.422	34.426	39.083	44.502	50.816	58.177	66.765	76.790	88.497	102.174	118.155	136.831	158.659	184.167	213.978	248.808	289.494	337.010	392.484
25	28.243	32.030	36.459	41.646	47.727	54.865	63.249	73.106	84.701	98.347	114.413	133.334	155.620	181.871	212.793	249.214	292.105	342.603	402.042	471.981
26	29.526	33.671	38.553	44.312	51.113	59.156	68.676	79.954	93.324	109.182	127.999	150.334	176.850	208.333	245.711	290.088	342.763	405.272	479.431	567.377
27	30.821	35.344	40.710	47.084	54.669	63.706	74.484	87.351	102.723	121.100	143.079	169.374	200.841	238.499	283.568	337.502	402.032	479.221	571.522	681.852
28	32.129	37.051	42.931	49.968	58.403	68.528	80.698	95.339	112.968	134.210	159.817	190.699	227.950	272.889	327.103	392.503	471.378	566.481	681.112	819.223
29	33.450	38.792	45.219	52.966	62.323	73.640	87.347	103.966	124.135	148.631	178.397	214.582	258.583	312.094	377.169	456.303	552.512	669.447	811.523	984.067
30	34.785	40.568	47.575	56.085	66.439	79.058	94.461	113.283	136.308	164.494	199.021	241.332	293.199	356.787	434.744	530.312	647.439	790.948	966.712	1,181.881
40	48.886	60.402	75.410	95.026	120.800	154.762	199.635	259.057	337.882	442.593	581.826	767.091	1,013.70	1,342.03	1,779.09	2,360.76	3,134.52	4,163.21	5,529.83	7,343.85
50	64.463	84.579	112.797	152.667	209.348	290.336	406.529	573.770	815.084	1,163.91	1,668.77	2,400.02	3,459.51	4,994.52	7,217.72	10,435.6	15,089.5	21,813.1	31,515.3	45,497.2

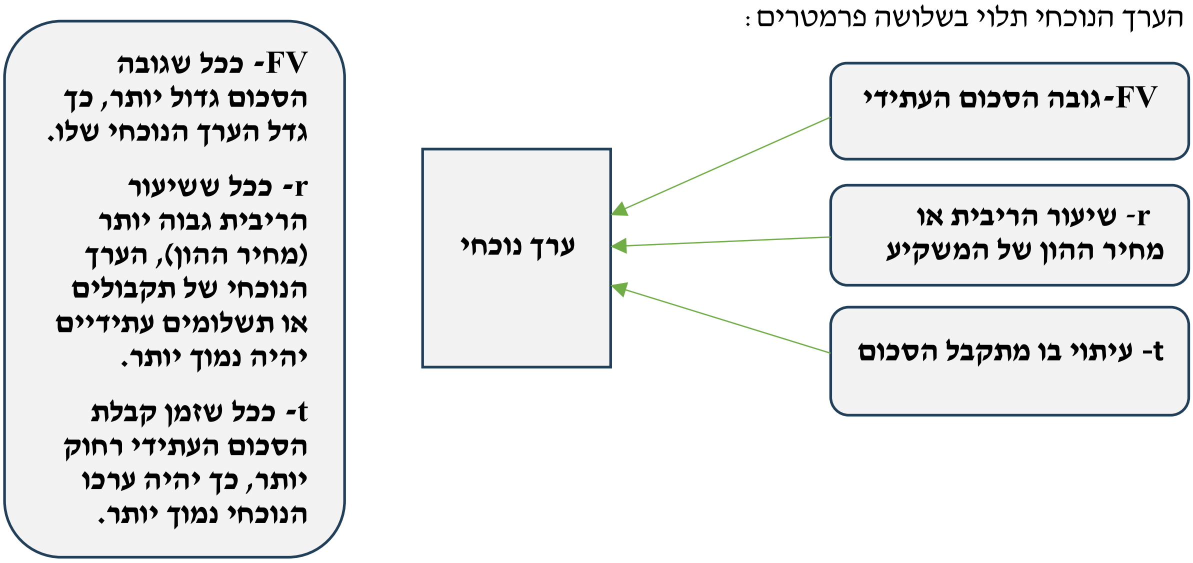
7.3 ערך נוכחי Present Value (PV)

שיטת הערך הנוכחי היא שיטת היוון (מלשון הון) המטפלת בחישוב ערכם הנוכחי של ערכים כספיים הצפויים להתקבל בעתיד תוך התחשבות בגורם הזמן (חודש, רבעון, שנה וכו׳) ובריבית (מחיר ההון של המשקיע).

שיטת היוון מייחסת משקל שונה לשקל המתקבל היום לעומת השקל הצפוי להתקבל בעתיד.

לפי שיטה זו מחושב ערכו הנוכחי של סכום המתקבל בעתיד.

הערך הנוכחי תלוי בשלושה פרמטרים:



7.3.1 חישוב ערך נוכחי של סכום חד פעמי

ערך נוכחי של סכום חד-פעמי מוגדר כסכום שהמשקיע נדרש להשקיע היום, למספר תקופות ידוע, כאשר הריבית התקופתית מוגדרת מראש, כדי לקבל סכום כסף ידוע בעתיד.

נקודת מבט נוספת היא נטילת הלוואה / הנפקת אג״ח: הלווה מעוניין לדעת מה הסכום שיקבל היום, במסגרת הנפקת אג״ח או קבלת הלוואה, בידיעה כי בעתיד הוא ישלם סכום מסוים.

ערך נוכחי מתייחס אפוא לשווי היום של סכום כסף שיתקבל בעתיד, מהוון (מלשון הון) לפי שער ריבית נתון של ריבית דריבית.

נוסחה לחישוב ערך נוכחי (PV) של סכום חד-פעמי:

$$\boxed{PV = \frac{FV}{(1+r)^t}}$$

כאשר:

FV = הסכום שיתקבל בעתיד

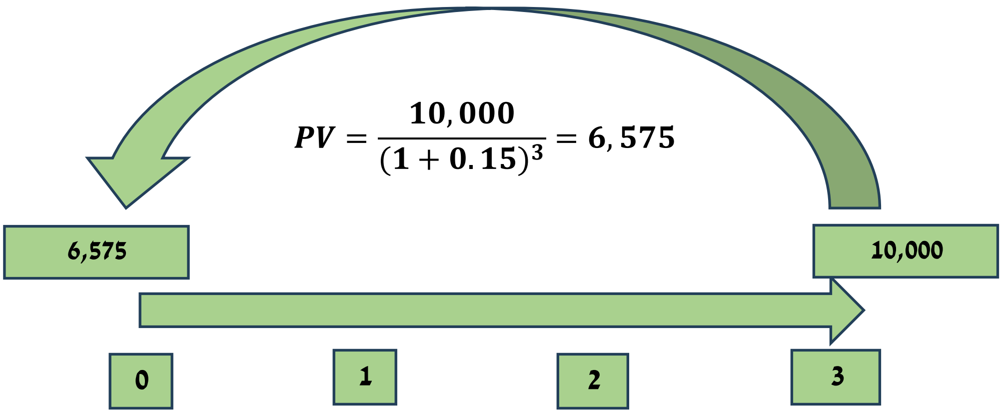
r = שיעור הריבית הנומינלית התקופתית

t = מספר התקופות

דוגמה 1

מהו הערך הנוכחי של 10,000 ₪ הצפויים להתקבל בתום השנה השלישית. מחיר ההון 15%.

$$\boxed{PV = \frac{FV}{(1+r)^t}}$$



שימוש בטבלת מקדמי ערך נוכחי (מענ $_r^t$)

$$PV = \frac{1}{(1+r)^{t}}$$

PV=P*(מענ $_r^t$)

חיפוש מקדם ערכו של 1 ₪ המתקבל בעוד t תקופות בריבית r

PV= 10,000*0.658=

6,580 ₪

דוגמה 2

איזה סכום נצטרך להפקיד היום בפיקדון חד-פעמי, כדי שבעוד 5 שנים נמשוך את כל הסכום שהצטבר בסך 10,000 שקלים, אם הפיקדון נושא ריבית שנתית בשיעור של 4%?

פתרון

נתון שהסכום שנמשוך בעתיד הוא 10,000 שקלים, שתקופת הפיקדון היא 5 שנים וששיעור הריבית השנתית 4%. כעת עלינו לחשב את הערך הנוכחי, כלומר כמה שווים היום 10,000 שקלים שנקבל בעתיד, בתנאים שלעיל.

נציב את הנתונים בנוסחה הנ״ל:

$$\boldsymbol{PV = \frac{10,000}{(1+0.04)^5} = 8,219.27}$$

הסכום שיש להפקיד היום הוא **8,219 שקלים** (במעוגל).

דוגמה 3

הוריו של אלעד הבטיחו לו כי בעוד 3 שנים יעניקו לו מתנה בסך 25,000 שקלים. מה הסכום שעליהם להפקיד היום לחיסכון בהנחה ששיעור הריבית השנתית 2.5%?

פתרון

$$\boldsymbol{PV = \frac{25,000}{(1+0.025)^3} = 23,214.98}$$

הסכום שיש להפקיד היום בחיסכון הוא **23,215 שקלים** (במעוגל).

דוגמה 4

1. יואל מעוניין להעמיק את לימודיו במחקר רפואי אך מתלבט בגלל העלות הגבוהה. הוריו הבטיחו לסייע לו במימון לימודיו כשיסיים את התואר ברפואה בעוד ארבע שנים. מהו סכום הפיקדון שעליהם להפקיד היום כדי להעניק לו סיוע בסך 40,000 ₪, כאשר שיעור הריבית השנתית הוא 3.5%.

פתרון

$$\boldsymbol{PV = \frac{40,000}{(1+0.035)^4} = 34,857.69}$$

המשמעות היא שכדי להעניק ליואל סיוע בסך 40,000 ₪ בעוד 4 שנים, כאשר שיעור הריבית הוא 3.5% על הוריו להפקיד היום פיקדון בסך 34,857.69 ₪.

7.3.2 חישוב ערך נוכחי של סדרת תשלומים

כאשר יש אפשרות של הפקדה לחיסכון מדי כל סוף תקופה, יש לבחון האם קיימת חוקיות, כגון מספר תשלומים נתון, שיעור ריבית קבוע, סכום ההפקדה התקופתי אינו משתנה – ואם כן, ניתן לחשב את הערך הנוכחי של כל התזרים לפי הנוסחה שלהלן.

נוסחה לחישוב ערך נוכחי (PV) של סדרת תשלומים שווים בסוף כל תקופה:

$$\boldsymbol{PV = P\left[\frac{1-(1+r)^{-t}}{r}\right]}$$

כאשר:

P (או PMT) = סכום התשלום התקופתי (Payment)

r = שיעור הריבית הנומינלית התקופתית

t = מספר התקופות

כדי שהנוסחה תתקיים חייבים להתקיים **התנאים הבאים:**

- מספר תשלומים נתון.
- סכום ההפקדה התקופתי אינו משתנה.
- סכומי התשלומים שווים זה לזה.
- הפרש הזמן בין תשלום לתשלום הוא שווה וקבוע. לדוגמה, בסוף כל חצי שנה, בסוף כל חודש.

דוגמה 1

מהו הערך הנוכחי של סדרה בת 6 תשלומים שנתיים שווים בסך 1,000 שקלים, המופקדים לחיסכון מדי סוף שנה ונושאים ריבית שנתית בשיעור 5%?

פתרון

נציב את הנתונים בנוסחה ונחשב:

$$PV = 1{,}000\left[\frac{1-(1+0.05)^{-6}}{0.05}\right] = 5{,}076$$

הערך הנוכחי של סדרת התשלומים מסתכם ב-**5,076 שקלים**.

דוגמה 2

ביום שנולד החליטו הוריו של עמית להפקיד כסף בסוף כל חודש לתוכנית חיסכון, שתיפתח כשיהיה בן 22 ואשר תשמש אותו למימון לימודים אקדמיים. סכום ההפקדה החודשית הוא 300 שקלים, ושיעור הריבית החודשית 0.33%. מה הערך הנוכחי של סדרת ההפקדות הללו?

פתרון

שיעור הריבית החודשית הוא 0.33%

הואיל וההפקדה חודשית וקבועה למשך 22 שנים, מספר התקופות הוא $22 \times 12 = 264$

נציב את הנתונים בנוסחה ונחשב:

$$PV = 300\left[\frac{1-(1+0.0033)^{-264}}{0.0033}\right] = 52{,}814$$

הערך הנוכחי של סדרת ההפקדות מסתכם ב-**52,814 שקלים**.

ניתן לחשב ערך נוכחי של סדרת תשלומים P בעזרת **לוח מקדמי ערך נוכחי סדרתי (מענס), לפי הנוסחה:**

$$\boxed{\boldsymbol{PV = \mathbf{P}\cdot\left(\text{מענס}_{r}^{t}\right)}}$$

לוח מענס כולל מקדמי היוון על-פי שיעורי הריבית ומספר התקופות. איך נשתמש בו?

כדי למצוא את המקדם $\left(\text{מענס}_{r}^{t}\right)$, נצליב את אחוז הריבית r (מהערכים שבכותרות העמודות) עם מספר התקופות t (מהערכים שבכותרות השורות).

נשים :

אחוז הריבית בלוח הוא **תקופתי** ולאו דווקא שנתי.

דוגמה 3

מהו הערך הנוכחי של סדרה בת 10 תשלומים שנתיים שווים בסך 5,000 ₪, המופקדים מידי סוף שנה ונושאים ריבית בשיעור של 5%.

$$PV = 5{,}000\left[\frac{1-(1+0.05)^{-10}}{0.05}\right] = 38{,}600$$

ניתן להשתמש בלוח המקדמים $\left(\text{מענס}_{r}^{t}\right)$

$$PV = 5{,}000 * 7.722 = 38{,}610$$

משמעות התוצאה: כאשר נפקיד סדרה של 10 תשלומים שנתיים שווים של 5,000 ₪ כל אחד ושיעור הריבית הוא 5%, שווה להפקדה **היום** בסכום של 38,600 ₪.

לוח מקדמי ערך נוכחי (מען $^{t}_{r}$)

מספר התקופות (t)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	0.990	0.980	0.971	0.962	0.952	0.943	0.935	0.926	0.917	0.909	0.901	0.893	0.885	0.877	0.870	0.862	0.855	0.847	0.840	0.833
2	0.980	0.961	0.943	0.925	0.907	0.890	0.873	0.857	0.842	0.826	0.812	0.797	0.783	0.769	0.756	0.743	0.731	0.718	0.706	0.694
3	0.971	0.942	0.915	0.889	0.864	0.840	0.816	0.794	0.772	0.751	0.731	0.712	0.693	0.675	0.658	0.641	0.624	0.609	0.593	0.579
4	0.961	0.924	0.888	0.855	0.823	0.792	0.763	0.735	0.708	0.683	0.659	0.636	0.613	0.592	0.572	0.552	0.534	0.516	0.499	0.482
5	0.951	0.906	0.863	0.822	0.784	0.747	0.713	0.681	0.650	0.621	0.593	0.567	0.543	0.519	0.497	0.476	0.456	0.437	0.419	0.402
6	0.942	0.888	0.837	0.790	0.746	0.705	0.666	0.630	0.596	0.564	0.535	0.507	0.480	0.456	0.432	0.410	0.390	0.370	0.352	0.335
7	0.933	0.871	0.813	0.760	0.711	0.665	0.623	0.583	0.547	0.513	0.482	0.452	0.425	0.400	0.376	0.354	0.333	0.314	0.296	0.279
8	0.923	0.853	0.789	0.731	0.677	0.627	0.582	0.540	0.502	0.467	0.434	0.404	0.376	0.351	0.327	0.305	0.285	0.266	0.249	0.233
9	0.914	0.837	0.766	0.703	0.645	0.592	0.544	0.500	0.460	0.424	0.391	0.361	0.333	0.308	0.284	0.263	0.243	0.225	0.209	0.194
10	0.905	0.820	0.744	0.676	0.614	0.558	0.508	0.463	0.422	0.386	0.352	0.322	0.295	0.270	0.247	0.227	0.208	0.191	0.176	0.162
11	0.896	0.804	0.722	0.650	0.585	0.527	0.475	0.429	0.388	0.350	0.317	0.287	0.261	0.237	0.215	0.195	0.178	0.162	0.148	0.135
12	0.887	0.788	0.701	0.625	0.557	0.497	0.444	0.397	0.356	0.319	0.286	0.257	0.231	0.208	0.187	0.168	0.152	0.137	0.124	0.112
13	0.879	0.773	0.681	0.601	0.530	0.469	0.415	0.368	0.326	0.290	0.258	0.229	0.204	0.182	0.163	0.145	0.130	0.116	0.104	0.093
14	0.870	0.758	0.661	0.577	0.505	0.442	0.388	0.340	0.299	0.263	0.232	0.205	0.181	0.160	0.141	0.125	0.111	0.099	0.088	0.078
15	0.861	0.743	0.642	0.555	0.481	0.417	0.362	0.315	0.275	0.239	0.209	0.183	0.160	0.140	0.123	0.108	0.095	0.084	0.074	0.065
16	0.853	0.728	0.623	0.534	0.458	0.394	0.339	0.292	0.252	0.218	0.188	0.163	0.141	0.123	0.107	0.093	0.081	0.071	0.062	0.054
17	0.844	0.714	0.605	0.513	0.436	0.371	0.317	0.270	0.231	0.198	0.170	0.146	0.125	0.108	0.093	0.080	0.069	0.060	0.052	0.045
18	0.836	0.700	0.587	0.494	0.416	0.350	0.296	0.250	0.212	0.180	0.153	0.130	0.111	0.095	0.081	0.069	0.059	0.051	0.044	0.038
19	0.828	0.686	0.570	0.475	0.396	0.331	0.277	0.232	0.194	0.164	0.138	0.116	0.098	0.083	0.070	0.060	0.051	0.043	0.037	0.031
20	0.820	0.673	0.554	0.456	0.377	0.312	0.258	0.215	0.178	0.149	0.124	0.104	0.087	0.073	0.061	0.051	0.043	0.037	0.031	0.026
21	0.811	0.660	0.538	0.439	0.359	0.294	0.242	0.199	0.164	0.135	0.112	0.093	0.077	0.064	0.053	0.044	0.037	0.031	0.026	0.022
22	0.803	0.647	0.522	0.442	0.342	0.278	0.226	0.184	0.150	0.123	0.101	0.083	0.068	0.056	0.046	0.038	0.032	0.026	0.022	0.018
23	0.795	0.634	0.507	0.406	0.326	0.262	0.211	0.170	0.138	0.112	0.091	0.074	0.060	0.049	0.040	0.033	0.027	0.022	0.018	0.015
24	0.788	0.622	0.492	0.390	0.310	0.247	0.197	0.158	0.126	0.102	0.082	0.066	0.053	0.043	0.035	0.028	0.023	0.019	0.015	0.013
25	0.780	0.610	0.478	0.375	0.295	0.233	0.184	0.146	0.116	0.092	0.074	0.059	0.047	0.038	0.030	0.024	0.020	0.016	0.013	0.010
26	0.772	0.598	0.464	0.361	0.281	0.220	0.172	0.135	0.106	0.084	0.066	0.053	0.042	0.033	0.026	0.021	0.017	0.014	0.011	0.009
27	0.764	0.586	0.450	0.347	0.268	0.207	0.161	0.125	0.098	0.076	0.060	0.047	0.037	0.029	0.023	0.018	0.014	0.011	0.009	0.007
28	0.757	0.574	0.437	0.333	0.255	0.196	0.150	0.116	0.090	0.069	0.054	0.042	0.033	0.026	0.020	0.016	0.012	0.010	0.008	0.006
29	0.749	0.563	0.424	0.321	0.243	0.185	0.141	0.107	0.082	0.063	0.048	0.037	0.029	0.022	0.017	0.014	0.011	0.008	0.006	0.005
30	0.742	0.522	0.412	0.308	0.231	0.174	0.131	0.099	0.075	0.057	0.044	0.033	0.026	0.020	0.015	0.012	0.009	0.007	0.005	0.004
40	0.672	0.453	0.307	0.208	0.142	0.097	0.067	0.046	0.032	0.022	0.015	0.011	0.008	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001
50	0.608	0.372	0.228	0.141	0.087	0.054	0.034	0.021	0.013	0.009	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000

לוח מקדמי ערך נוכחי סדרתי (מענס $_r^t$)

מספר התקופות (t)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	0.990	0.980	0.971	0.962	0.952	0.943	0.935	0.926	0.917	0.909	0.901	0.893	0.885	0.877	0.870	0.862	0.855	0.847	0.840	0.833
2	1.970	1.942	1.913	1.886	1.859	1.833	1.808	1.783	1.759	1.736	1.713	1.690	1.668	1.647	1.626	1.605	1.585	1.566	1.547	1.528
3	2.941	2.884	2.829	2.775	2.723	2.673	2.624	2.577	2.531	2.487	2.444	2.402	2.361	2.322	2.283	2.246	2.210	2.174	2.140	2.106
4	3.902	3.808	3.717	3.630	3.546	3.465	3.387	3.312	3.240	3.170	3.102	3.037	2.974	2.914	2.855	2.798	2.743	2.690	2.639	2.589
5	4.853	4.713	4.580	4.452	4.329	4.212	4.100	3.993	3.890	3.791	3.696	3.605	3.517	3.433	3.352	3.274	3.199	3.127	3.058	2.991
6	5.795	5.601	5.417	5.242	5.076	4.917	4.767	4.623	4.486	4.355	4.231	4.111	3.998	3.889	3.784	3.685	3.589	3.498	3.410	3.326
7	6.728	6.472	6.230	6.002	5.786	5.582	5.389	5.206	5.033	4.868	4.712	4.564	4.423	4.288	4.160	4.039	3.922	3.812	3.706	3.605
8	7.652	7.325	7.020	6.733	6.463	6.210	5.971	5.747	5.535	5.335	5.146	4.968	4.799	4.639	4.487	4.344	4.207	4.078	3.954	3.837
9	8.566	8.162	7.786	7.435	7.108	6.802	6.515	6.247	5.995	5.759	5.537	5.328	5.132	4.946	4.772	4.607	4.451	4.303	4.163	4.031
10	9.471	8.983	8.530	8.111	7.722	7.360	7.024	6.710	6.418	6.145	5.889	5.650	5.426	5.216	5.019	4.833	4.659	4.494	4.339	4.192
11	10.368	9.787	9.253	8.760	8.306	7.887	7.499	7.139	6.805	6.495	6.207	5.988	5.687	5.453	5.234	5.029	4.836	4.656	4.486	4.327
12	11.255	10.575	9.954	9.385	8.863	8.384	7.943	7.536	7.161	6.814	6.492	6.194	5.918	5.660	5.421	5.197	4.988	4.793	4.611	4.439
13	12.134	11.343	10.635	9.986	9.394	8.853	8.358	7.904	7.487	7.103	6.750	6.424	6.122	5.842	5.583	5.342	5.118	4.910	4.715	4.533
14	13.004	12.106	11.296	10.563	9.899	9.295	8.745	8.244	7.786	7.367	6.982	6.628	6.302	6.002	5.724	5.468	5.229	5.008	4.802	4.611
15	13.865	12.849	11.938	11.118	10.380	9.712	9.108	8.559	8.061	7.606	7.191	6.811	6.462	6.142	5.847	5.575	5.324	5.092	4.876	4.675
16	14.718	13.578	12.561	11.652	10.838	10.106	9.447	8.851	8.313	7.824	7.379	6.974	6.604	6.265	5.954	5.669	5.405	5.162	4.938	4.730
17	15.562	14.292	13.166	12.166	11.274	10.477	9.763	9.122	8.544	8.022	7.549	7.120	6.729	6.373	6.047	5.749	5.475	5.222	4.990	4.775
18	16.398	14.992	13.754	12.659	11.690	10.828	10.059	9.372	8.756	8.201	7.702	7.250	6.840	6.467	6.128	5.818	5.534	5.273	5.033	4.812
19	17.226	15.678	14.324	13.134	12.085	11.158	10.336	9.604	8.950	8.365	7.839	7.366	6.938	6.550	6.198	5.877	5.584	5.316	5.070	4.844
20	18.046	16.351	14.877	13.590	12.462	11.470	10.594	9.818	9.129	8.514	7.963	7.469	7.025	6.623	6.259	5.929	5.628	5.353	5.101	4.870
21	18.857	17.011	15.415	14.029	12.821	11.764	10.836	10.017	9.292	8.649	8.075	7.562	7.102	6.687	6.312	5.973	5.665	5.384	5.127	4.891
22	19.660	17.658	15.937	14.451	13.163	12.042	11.061	10.201	9.442	8.772	8.176	7.645	7.170	6.743	6.359	6.011	5.696	5.410	5.149	4.909
23	20.456	18.292	16.444	14.857	13.489	12.303	11.272	10.371	9.580	8.883	8.266	7.718	7.230	6.792	6.399	6.044	5.723	5.432	5.167	4.925
24	21.243	18.914	16.936	15.247	13.799	12.550	11.469	10.529	9.707	8.985	8.348	7.784	7.283	6.835	6.434	6.073	5.746	5.451	5.182	4.937
25	22.023	19.523	17.413	15.622	14.094	12.783	11.654	10.675	9.823	9.077	8.422	7.843	7.330	6.873	6.464	6.097	5.766	5.467	5.195	4.948
26	22.795	20.121	17.877	15.983	14.375	13.003	11.826	10.810	9.929	9.161	8.488	7.896	7.372	6.906	6.491	6.118	5.783	5.480	5.206	4.956
27	23.560	20.707	18.327	16.330	14.643	13.211	11.987	10.935	10.027	9.237	8.548	7.943	7.409	6.935	6.514	6.136	5.798	5.492	5.215	4.964
28	24.316	21.281	18.764	16.663	14.898	13.406	12.137	11.051	10.116	9.307	8.602	7.984	7.441	6.961	6.534	6.152	5.810	5.502	5.223	4.970
29	25.066	21.844	19.188	16.984	15.141	13.591	12.278	11.158	10.198	9.370	8.650	8.022	7.470	6.983	6.551	6.166	5.820	5.510	5.229	4.975
30	25.808	22.396	19.600	17.292	15.372	13.765	12.409	11.258	10.274	9.427	8.694	8.055	7.496	7.003	6.566	6.177	5.829	5.517	5.235	4.979
40	32.835	27.355	23.115	19.793	17.159	15.046	13.332	11.925	10.757	9.779	8.951	8.244	7.634	7.105	6.642	6.234	5.871	5.548	5.258	4.997
50	39.196	31.424	25.730	21.482	18.256	15.762	13.801	12.234	10.962	9.915	9.042	8.304	7.675	7.133	6.661	6.246	5.880	5.554	5.262	4.999

7.3.3 חישוב ערך נוכחי של סדרת תשלומים אין-סופית

כאשר ברצוננו לחשב את הערך הנוכחי של סדרת תשלומים אין-סופית, למשל הכנסה קבועה מנכס מושכר לטווח ארוך, עלינו להשתמש בנוסחה:

$$\boldsymbol{PV = \frac{P}{r}}$$

כאשר:

PV = ערך נוכחי

P = סכום התשלום הקבוע

r = שיעור הריבית התקופתית

שאלה לדוגמה

חשב את הערך הנוכחי של סדרה בת אין-סוף תשלומים בני 100 שקלים כל אחד, בריבית תקופתית של 5%.

פתרון

נציב את הנתונים בנוסחה ונחשב:

$$PV = \frac{P}{r} = \frac{100}{0.05} = 2{,}000$$

הערך הנוכחי של סדרת התשלומים הוא **2,000 שקלים**.

7.4 ניתוח כדאיות השקעה

תוכנית השקעה קונבנציונלית מאופיינת בהשקעה כספית שנעשית ביום מסוים, ובתקופות שלאחר מכן מקבלים פירות בגין ההשקעה.

לדוגמה:

תקופה	תוכנית השקעה (בשקלים)
0 היום	(2,200)
1	500
2	900
3	900

כדי לדעת אם ההשקעה כדאית, נשתמש בקריטריון חישוב של **הערך הנוכחי הנקי**.

7.4.1 בדיקת כדאיות השקעה לפי ערך נוכחי נקי (ענ״נ) – (NPV Net Present Value)

ערך נוכחי נקי של תזרים מזומנים הוא תחשיב המשקלל את התשלומים והתקבולים במסגרת ההשקעה בערכם הנוכחי. במילים אחרות, ענ״נ הוא הערך הנוכחי של כל התקבולים פחות הערך הנוכחי של כל התשלומים במסגרת ההשקעה (כאשר התשלומים והתקבולים מהוונים על בסיס אותו מחיר הון באותה מסגרת זמן).

הערך הנוכחי הנקי הוא אמצעי לבחון אם ההשקעה תניב רווח או הפסד כספי:

כללי החלטה:

- ❑ אם הערך הנוכחי הנקי גדול מאפס, הרי ההשקעה כדאית.
  - ענ״נ > 0=השקעה כדאית
- ❑ אם הערך הנוכחי הנקי קטן מאפס – ההשקעה אינה כדאית.
  - ענ״נ < 0=השקעה אינה כדאית
- ❑ ערך נוכחי נקי השווה לאפס מבטא מצב של אדישות.
  - ענ״נ =0

ככל שהערך הנוכחי גדול יותר, תכנית ההשקעה כדאית יותר. כאשר בוחנים תוכניות השקעה חלופיות יש לבחור את התוכנית בעלת הענ״נ הגבוה ביותר.

נוסחה לחישוב ערך נוכחי נקי:

$$NPV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$$

מרכיבי הנוסחה:

I_0 סכום ההשקעה הראשוני.

CF תזרים מזומנים תקופתי.

r שיעור הריבית הנומינלית התקופתית (מחיר ההון).

t משך ההשקעה – מספר התקופות.

הערה: כאשר מדובר בתקבול – ה-CF חיובי, וכאשר מדובר בתשלום/עלות – הוא שלילי.

דוגמה 1

מציעים לך להשקיע היום 15,000 שקלים בפיקדון שיניב בעתיד תזרים הכנסות בסך 6,000 שקלים מדי סוף שנה, במשך 3 שנים. מחיר ההון (שיעור הריבית) הוא 8%. האם ההשקעה משתלמת?

פתרון

ניתן להשתמש בטבלת עזר לחישוב NPV – ערך נוכחי נקי (ענ"נ) של השקעה:

תקופה	0 (היום)	1	2	3
השקעה	(15,000)			
הכנסות		6,000	6,000	6,000
עלויות (תשלומים)		-	-	-
= רווח לפני מס		-	-	-
מס		-	-	-
= סה"כ תזרים מזומנים	(15,000)	6,000	6,000	6,000

על פניו, נראה כי תקבול בסך כולל של 18,000 שקלים (3 × 6,000) משתלם יותר מאשר לא להשקיע כלל את הסכום המקורי (15,000 שקלים). בחישוב פשוט קיים אפוא רווח כספי של 3,000 שקלים, אך יש להתייחס לשני פרמטרים: זמן ומחיר ההון ולקבל את ההחלטה על כדאיות ההשקעה לאחר התחשיב לפי שיטת ענ"נ.

יש לחשב על-פי הנוסחה :

$$NPV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$$

$$NPV = \frac{6{,}000}{(1+0.08)^1} + \frac{6{,}000}{(1+0.08)^2} + \frac{6{,}000}{(1+0.08)^3} - 15{,}000 = 463$$

מסקנה :

הענ״נ של ההשקעה הוא 463 שקלים. **יתרת ה-NPV גדולה מאפס ולכן השקעה במסלול זה כדאית**.

דוגמה 2

עלות מכונה ליצור ציוד רפואי היא 20,000 ₪. המכונה תניב הכנסות של 9,000 ₪ בסוף כל שנה בשלושת השנים הראשונות. עלויות על תחזוקת המכונה : 2,000 ₪ מידי שנה. מחיר ההון הוא 2%. האם ההשקעה כדאית?

פתרון

תקופה	0 (היום)	1	2	3
השקעה	(20,000)			
הכנסות (תקבולים)		9,000	9,000	9,000
עלויות (תשלומים)		(2,000)	(2,000)	(2,000)
סה״כ תזרים מזומנים	(20,000)	7,000	7,000	7,000

$$NPV = \frac{7{,}000}{(1+0.02)^1} + \frac{7{,}000}{(1+0.02)^2} + \frac{7{,}000}{(1+0.02)^3} - 20{,}000 = 187$$

הענ״נ של ההשקעה הוא חיובי ולכן ההשקעה במכונה כדאית. אמנם, התוצאה מאוד קרובה לאפס- אדישות- ולכן על המשקיע לבחון, במידת הצורך, שיטות נוספות לבדיקת כדאיות ההשקעה טרם קבלת ההחלטה.

7.4.2 השוואה בין חלופות השקעה לפי ענ"נ

כאשר מוצעות למשקיע כמה חלופות, קיימת בידו האפשרות לבחון איזו מהן כדאית יותר מהאחרת. החלופה אשר הערך הנוכחי הנקי (NPV) שלה הוא הגבוה ביותר תהיה החלופה המשתלמת ביותר עבור המשקיע.

את התוצאה שמקבלים משווים מול התוצאות המקבילות של שאר ההשקעות הפוטנציאליות האחרות, כאשר הענ"נ הגבוה שבהם מכוון אותנו לבחירה במסלול ההשקעה הכדאי ביותר.

דוגמה 1

לפניכם שני מסלולי השקעה. בחרו במסלול ההשקעה הטוב מהשניים:

השקעה היום בסך 10,000 שקלים, וזרם ההכנסות הצפוי מההשקעה הוא 6,000 שקלים מדי סוף שנה, במשך 3 שנים. מחיר ההון השנתי הוא 10%.

השקעה היום בסך 9,000 שקלים, וזרם ההכנסות הצפוי מההשקעה הוא 2,900 שקלים מדי סוף שנה, במשך 4 שנים. מחיר ההון השנתי הוא 8%.

פתרון

נחשב את הערך הנוכחי הנקי של כל אחד ממסלולי ההשקעה:

מסלול השקעה 1

$$NPV = \frac{6{,}000}{(1+0.10)^1} + \frac{6{,}000}{(1+0.10)^2} + \frac{6{,}000}{(1+0.10)^3} - 10{,}000 = 4{,}921$$

מסלול השקעה 2

$$NPV = \frac{2{,}900}{(1+0.08)^1} + \frac{2{,}900}{(1+0.08)^2} + \frac{2{,}900}{(1+0.08)^3} + \frac{2{,}900}{(1+0.08)^4} - 9{,}000 = 605$$

מסלול השקעה 1 כדאי יותר. על פי כללי ההחלטה לפי שיטת ענ"נ, הערך המחושב במסלול השקעה 1 גדול יותר מאשר במסלול השקעה 2.

דוגמה 2

יזם מציע שתי אפשרויות השקעה לתקופה של 3 שנים:

מיזם א': השקעה מיידית של 170,000 ₪ , הכנסה צפויות: שנה 1, 80,000 ₪ , שנה שניה 90,000 ₪, שנה שלישית 30,000ש"ח.

מיזם ב': השקעה מיידית של 160,000 ₪ , הכנסה צפויה של 40,000 ₪ בשנה הראשונה והשנייה ובשנה השלישית 100,000 ₪.

מחיר ההון הוא 4%. חשב את הערך הנוכחי הנקי של כל אחת מהאפשרויות המוצעות וקבע מהי ההשקעה הכדאית ביותר.

פתרון

מיזם א׳

$$PV = \frac{80{,}000}{(1+0.04)^1} + \frac{90{,}000}{(1+0.04)^2} + \frac{30{,}000}{(1+0.04)^3} - 170{,}000 = 16{,}803$$

מיזם ב׳

$$PV = \frac{40{,}000}{(1+0.04)^1} + \frac{100{,}000}{(1+0.04)^2} + \frac{100{,}000}{(1+0.04)^3} - 160{,}000 = 59{,}817$$

מיזם ב׳ כדאי יותר. על פי כללי ההחלטה לפי שיטת ענ״נ, הערך המחושב במיזם ב׳ גדול יותר מאשר במיזם א׳.

7.5 הלוואות

כללי

הלוואה היא עסקה שבה אדם או גוף משפטי נותן סכום כסף לאדם או גוף אחר, לתקופה מוגבלת בזמן, לפי תנאים שנקבעים מראש. הגוף הנותן את הכסף נקרא מלווה, והגוף שמקבל את הכסף נקרא לווה. סכום הכסף עצמו שניתן בהלוואה נקרא קרן.

לעתים, להנחת דעתו של המלווה נדרש הלווה לשעבד לו בטוחות, וזאת כדי להבטיח שהלווה יעמוד בהתחייבויותיו על-פי הסכם ההלוואה. בטוחות אלו ניתנות למימוש אם וכאשר הלווה מפר את התחייבויותיו. כאשר ההלוואה משמשת לרכישת נכס, לעתים משועבד הנכס הנרכש כבטוחה.

מטרת ההלוואה היא לאפשר ללווה לבצע פעילות כלכלית כאשר חסרים לו משאבים כלכליים מספיקים. אם הגוף המבקש לבצע את הפעילות הכלכלית הנדרשת מחליט שלא לקחת הלוואה, עליו לחסוך ולאסוף מספיק כסף מראש. דוגמה לכך יכולה להיות עיסקה של רכישת רכב. אדם שמבקש לרכוש רכב יכול לחסוך ולאסוף כסף למטרת הרכישה. כשיש בידו הסכום המספיק לרכישה, הוא יכול לרכוש את הרכב. לחלופין, האדם יכול לקחת הלוואה ולהקדים את הרכישה באופן ניכר. אמנם התשלום עבור הרכב יהיה גבוה יותר, שכן למחירו יתווספו תשלומי הריבית, אך תמורת זאת יקבל הרוכש אפשרות להקדים את הנאתו מהרכישה, וגם לזה יש ערך כלכלי. במקרה של רכישת רכב, יכול הרוכש להכניס לחישוב הכלכלי גם גורמים נוספים, כגון חיסכון בתשלומים על אמצעי תחבורה חלופי, הגנה מפני עליית מחירים.

קיימים סוגים רבים של הלוואות, הנבדלים זה מזה בשיטות שבהן הכסף מתקבל ומוחזר: יש הלוואות בתשלום אחד, הלוואות עם החזר בתשלומים, הלוואות עם מתן הקרן לשיעורין, קווי אשראי ועוד.

לכל הלוואה יש לוח תשלומים מוגדר מראש. לוח התשלומים יכול להיות **לוח סילוקין פשוט**, על בסיס החזר **קרן** שווה לאורך כל התקופה **בתוספת ריבית** על יתרת הקרן; וזה יכול להיות **לוח סילוקין שפיצר**, על בסיס סכום החזר של **קרן** + **ריבית** שווה לאורך כל התקופה.

בפרק זה נעסוק בהלוואות הנפרעות על-פי לוח סילוקין פשוט (לוח סילוקין שפיצר מפורט בחומר ההעשרה לפרק זה, סעיף 7.6.2).

7.5.1 הלוואות לפי החזר קרן קבוע (לוח סילוקין פשוט)

משמעות השימוש בלוח סילוקין פשוט (או רגיל) לפירעון הלוואה הוא חלוקת סכום קרן ההלוואה למספר תשלומים שווים, כאשר לכל תשלום נוספת ריבית בגין יתרת הקרן הבלתי מסולקת.

הדגמה מילולית

ביום 1/1/2023 אדם נטל מהבנק הלוואה בסך 90,000 שקלים, להחזר ב-3 תשלומי קרן שווים בסוף כל שנה, בתוספת ריבית בשיעור 5%. המשמעות היא שהלווה יפרע לבנק סך של 30,000 שקלים מדי סוף שנה במשך ה-3 שנים הקרובות, ולכל תשלום יתווסף סכום הריבית המתאים, כדלקמן:

התשלום הראשון יכלול את מרכיב הקרן בסך 30,000 שקלים (90,000/3), בתוספת ריבית המחושבת מיום נטילת ההלוואה עד למועד פירעון התשלום הראשון (שנה אחת), כלומר:

ריבית בסך של 4,500 = 5% × 90,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום הראשון **34,500** שקלים = 4,500 + 30,000

התשלום השני יכלול את מרכיב הקרן בסך 30,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת מיום פירעון התשלום הראשון עד למועד פירעון התשלום השני (שנה אחת), כלומר:

ריבית בסך של 3,000 = 5% × 60,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום השני **33,000 שקלים** = 3,000 + 30,000

התשלום השלישי יכלול את מרכיב הקרן שנותר בסך 30,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת מיום פירעון התשלום השני עד למועד פירעון התשלום השלישי והאחרון (שנה אחת), כלומר:

ריבית בסך של 1,500 = 5% × 30,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום השלישי והאחרון **31,500 שקלים** = 1,500 + 30,000

בניית לוח סילוקין פשוט/רגיל להלוואה

נהוג לפרוס את נתוני ההלוואה בלוח סילוקין המציג את יתרת הקרן, את סכום הריבית ואת סה"כ הסכום המוחזר לבנק במועד הפירעון של כל אחד מהתשלומים.

לפתרון שאלות כאלה ניעזר בלוח סילוקין פשוט כדלהלן:

מס' תשלום	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
0 היום				
1				
2				
.				
.				

תרגיל מסכם

בנה לוח סילוקין עבור הלוואה בסך 200,000 שקלים שהתקבלה ביום 1/1/2023, שתוחזר ב-5 תשלומים שווים בסוף כל שנה, בתוספת ריבית שנתית בשיעור 9%.

פתרון התרגיל המסכם

בשלב הראשון יש לחשב את סכום הקרן בכל תשלום.

לשם כך, נחלק את סכום ההלוואה שהתקבלה למספר התשלומים:

200,000/5= 40,000

התשלום הראשון יכלול את מרכיב הקרן בסך 40,000 שקלים (200,000/5), בתוספת ריבית המחושבת על יתרת ההלוואה: 200,000 ₪.

הריבית לשנה הראשונה מסתכמת ב-18,000 = 9% × 200,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום הראשון **58,000 שקלים** = 18,000 + 40,000

התשלום השני יכלול את מרכיב הקרן בסך 40,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת על יתרת ההלוואה - יתרת הקרן- לאחר התשלום הראשון: 160,000 =200,000-40,000

הריבית לשנה השנייה מסתכמת ב-14,400 = 9% × 160,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום השני **54,400 שקלים** = 14,400 + 40,000

התשלום השלישי יכלול את מרכיב הקרן בסך 40,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת על יתרת ההלוואה - יתרת הקרן- לאחר התשלום השני: 120,000 =160,000-40,000

הריבית לשנה השלישית מסתכמת ב-10,800 = 9% × 120,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום השלישי **50,800 שקלים** = 10,800 + 40,000

התשלום הרביעי יכלול את מרכיב הקרן בסך 40,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת על יתרת ההלוואה - יתרת הקרן- לאחר התשלום השלישי: 80,000 =120,000-40,000

הריבית לשנה הרביעית מסתכמת ב-7,200 = 9% × 80,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום הרביעי **47,200 שקלים** = 7,200 + 40,000

התשלום החמישי והאחרון יכלול את מרכיב הקרן שנותר בסך 40,000 שקלים, בתוספת ריבית המחושבת על יתרת ההלוואה - יתרת הקרן- לאחר התשלום הרביעי: 40,000 =80,000-40,000

הריבית לשנה החמישית מסתכמת ב-3,600 = 9% × 40,000

סה"כ יוחזרו לבנק בתשלום החמישי **43,600 שקלים** = 3,600 + 40,000

לסיום, נמלא את לוח הסילוקין על-פי החישובים שחישבנו לעיל:

תאריך	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
1/1/2023	-	-	-	200,000
31/12/2023	40,000	18,000	58,000	160,000
31/12/2024	40,000	14,400	54,400	120,000
31/12/2025	40,000	10,800	50,800	80,000
31/12/2026	40,000	7,200	47,200	40,000
31/12/2027	40,000	3,600	43,600	-
סה"כ	200,000	54,000		

מלוח הסילוקין עולה כי קרן ההלוואה קטן לאחר כל תשלום ולכן הריבית המשולמת פוחתת ככל שמתקדמים בתקופות. ניתן לראות כי סכום הריבית פוחת מדי תקופה **בסכום קבוע**, במקרה הזה 3,600 ₪ ונתון זה יכול לשמש אותנו לבדיקת שלמות הלוח.

נשים ♥ :

- הריבית מחושבת בכל תשלום על בסיס יתרת הקרן.
- כל תשלום מורכב מתשלום הקרן + חישוב הריבית על יתרת הקרן.

תאריך	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
1/1/2023	-	-	-	200,000
31/12/2023	40,000	18,000	58,000	160,000
	200,000/5= **40,000**	200,000*0.09= **18,000**	40,000+18,000= **58,000**	200,000-40,000= **160,000**

נושאים ללימודי העשרה

7.6 סוגי ריבית נוספים ולוח סילוקין שפיצר

7.6.1 סוגי ריבית נוספים

הריבית המחושבת על הלוואות, פיקדונות וכדומה נקראת ריבית נקובה (נומינלית).

ריבית נומינלית היא הריבית הנקובה במסמכי מתן ההלוואה ללא התחשבות במועדי חיוב הריבית ובהיטלים הנלווים (עמלות). בדרך כלל תצוין הריבית לתקופה של שנה אחת. ריבית זו אינה כוללת שינוי אפשרי של ההתנהגות במשק, כגון אינפלציה, אשר עשוי להשפיע על שיעור הריבית ואף לשחוק אותה או לחלופין להעצים את ערכה.

לפיכך, מקובל לבצע גם חישוב של הריבית הריאלית.

7.6.1.1 ריבית ריאלית

ריבית ריאלית היא הריבית הנומינלית המותאמת לשינוי האינפלציה (או מדד אחר מוסכם), כלומר היא כוללת את הפער שבין שיעור הריבית הנומינלית ובין שיעור האינפלציה.

היות שריבית זו תלויה בגורם חיצוני שאינו ידוע במועד מתן ההלוואה, נהוג להשתמש באומדן למדד זה (שיעור האינפלציה הצפויה) ולעשות התאמות בתשלומי ההחזרים מעת לעת. הגורם החיצוני הוא בדרך כלל שיעור האינפלציה במשק, אך אפשר שיהיה גם מדד אחר, לפי העניין, כגון מדד תשומות הבנייה או שער מטבע חוץ מסוים.

נוסחה לחישוב ריבית ריאלית:

$$\boxed{\boldsymbol{i = \frac{1 + R_{\text{נומינלית}}}{1 + P} - 1}}$$

כאשר:

R = שיעור הריבית הנומינלית

P = שיעור האינפלציה (או שיעור עליית המדד)

<u>הריבית הריאלית יכולה להיות חיובית או שלילית</u>:

אם שיעור הריבית גבוה משיעור האינפלציה – הריבית הריאלית חיובית;

אם שיעור האינפלציה גבוה משיעור הריבית – הריבית הריאלית שלילית.

דוגמה

אדם השקיע 10,000 שקלים בפיקדון לשנה אחת, בריבית של 5%. המדד עלה בשנה זו ב-2.5%. מהי הריבית הריאלית בגין פיקדון זה?

פתרון

R = 5%

P = 2.5%

נציב את הנתונים בנוסחה לחישוב הריבית הריאלית, ונקבל:

$$i = \frac{(1+0.05)}{(1+0.025)} - 1 = 0.02439 = \mathbf{2.439}\%$$

7.6.1.2 ריבית אפקטיבית

ריבית אפקטיבית מייצגת באופן ריאלי את ההוצאה הפיננסית של הלווה, משום שמלבד שיעור הריבית הנומינלי היא מביאה בחשבון גם עמלות ותשלומים אחרים (כגון עמלות ודמי פתיחת חשבון) וכן את אורך תקופת האשראי, את מועדי קבלת הקרן והחזרתה וכדומה. ניתן לומר כי הריבית האפקטיבית מתקבלת מחישוב אחוז כל התשלומים ששולמו לאורך השנה על החוב (הן תשלומי הריבית והן ההוצאות הנוספות) מהקרן.

נוסחה לחישוב ריבית אפקטיבית כאשר הריבית נצברת n פעמים בכל תקופה:

$$\boxed{R_e = (1 + \frac{r}{n})^{n \cdot t} - 1}$$

כאשר:

r ריבית לתקופה אחת

t מספר התקופות

n מספר הפעמים שהריבית נצברת בכל תקופה

נוסחה לחישוב ריבית אפקטיבית לפי סכום התשלומים הכולל:

$$\boxed{\mathbf{Re} = 100 \cdot \frac{K}{A}}$$

כאשר:

K = סכום התשלומים הכולל על חשבון התחשיב (ריבית, עמלות וכדומה)

A = סכום קרן ההלוואה

דוגמה

יוסף נטל מהבנק הלוואה בסך 150,000 שקלים למשך שנה, בריבית שנתית של 4%. הבנק גבה דמי פתיחת תיק וטיפול באשראי בסך 2,000 שקלים. מהו שיעור הריבית האפקטיבית על ההלוואה?

פתרון

סכום הריבית הוא $150{,}000 \times 4\% = 6{,}000$

העמלה המשולמת לבנק נקובה בסך 2,000 שקלים.

התשלומים לבנק על חשבון ההלוואה מסתכמים ב-8,000 שקלים.

נציב את הנתונים בנוסחה לחישוב הריבית האפקטיבית, ונקבל:

$$\mathrm{Re} = 100 \times \frac{8{,}000}{150{,}000} = \mathbf{5.333}\%$$

7.6.2 הלוואה לפי סכום החזר קבוע (לוח סילוקין שפיצר)

לכל הלוואה יש לוח תשלומים מוגדר מראש. לוח התשלומים יכול להיות על בסיס החזר קרן שווה (כפי שראינו בסעיף 7.5.1) או על בסיס סכום החזר שווה (קרן + ריבית), המכונה לוח שפיצר.

משמעות השימוש **בלוח סילוקין שפיצר** היא שהלווה מחזיר למלווה סכום קבוע מדי תקופה והדבר מאפשר לו לדעת בכל זמן נתון מהו סכום ההחזר בכל תקופה. דוגמה להחזר הלוואה על-פי לוח שפיצר היא משכנתא – הלוואה שנוטלים לרכישת דירה, ובה הסכום המוחזר לבנק מדי תקופה הוא קבוע.

לוח סילוקין שפיצר לפירעון הלוואה מתאפיין בכך שסכום ההחזר, הכולל את הקרן והריבית, הוא שווה בכל התקופות (קרן + ריבית נותר קבוע).

התשלום התקופתי הקבוע (הקרן והריבית יחד) מסומן באות a.

נוסחה לחישוב ההחזר התקופתי:

$$\boxed{a = \frac{K \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1}}$$

מרכיבי הנוסחה:

K סכום קרן ההלוואה

r שיעור הריבית (בערך עשרוני)

t מספר התקופות

לפתרון שאלות כאלה ניעזר בלוח סילוקין שפיצר:

מס' תשלום	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
0 היום				
1				
2				
.				
.				

דוגמה

ביום 1/1/2015 נלקחה הלוואה בסך 200,000 שקלים בריבית שנתית בשיעור 9%. ההלוואה תוחזר ב-5 תשלומים (קרן + ריבית) שווים בסוף כל שנה. נדרש להכין לוח סילוקין שפיצר להחזר ההלוואה.

פתרון

ראשית, יש לחשב את סכום ההחזר התקופתי, על-פי הנוסחה: $a = \frac{K \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1}$

K סכום ההלוואה = 200,000 שקלים

r שיעור הריבית = 0.09 (9%)

t מספר התקופות = 5

נציב את הנתונים בנוסחה ונחשב:

$$a = \frac{200{,}000 \times 0.09 \times (1+0.09)^5}{(1+0.09)^5 - 1} = \mathbf{51{,}418.49}$$

תשלום 1 – שיעור הריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת הוא 9%, כלומר:

סכום הריבית הוא 18,000 = 0.09 × 200,000

לפיכך, הקרן המשולמת היא 33,418 = 18,000 – 51,418

יתרת הקרן הבלתי מסולקת לאחר תשלום 1 היא 166,582 שקלים = 33,418 – 200,000

תשלום 2 – שיעור הריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת הוא 9%, כלומר:

סכום הריבית הוא 14,992 = 0.09 × 166,582

לפיכך, הקרן המשולמת היא 36,426 = 14,992 – 51,418

יתרת הקרן הבלתי מסולקת לאחר תשלום 2 היא 130,156 שקלים = 36,426 – 166,582

תשלום 3 – שיעור הריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת הוא 9%, כלומר:

סכום הריבית הוא 11,714 = 0.09 × 130,156

לפיכך, הקרן המשולמת היא 39,704 = 11,714 – 51,418

יתרת הקרן הבלתי מסולקת לאחר תשלום 3 היא 90,452 שקלים = 39,704 – 130,156

תשלום 4 – שיעור הריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת הוא 9%, כלומר:

סכום הריבית הוא $90,452 \times 0.09 = 8,141$

לפיכך, הקרן המשולמת היא $51,418 - 8,141 = 43,277$

יתרת הקרן הבלתי מסולקת לאחר תשלום 4 היא 47,175 שקלים = $90,452 - 43,277$

תשלום 5 – שיעור הריבית על יתרת הקרן הבלתי מסולקת הוא 9%, כלומר:

סכום הריבית הוא $47,175 \times 0.09 = 4,243$

לפיכך, הקרן המשולמת היא $51,418 - 4,243 = 47,175$

יתרת הקרן הבלתי מסולקת לאחר תשלום 5 היא אפס, $47,175 - 47,175 = 0$

לסיום, נמלא את לוח הסילוקין על-פי החישובים והנתונים שלעיל:

תאריך	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
1/1/2015	-	-	-	200,000
31/12/2015	33,418	18,000	51,418	166,582
31/12/2016	36,426	14,992	51,418	130,156
31/12/2017	39,704	11,714	51,418	90,452
31/12/2018	43,277	8,141	51,418	47,175
31/12/2019	47,175	4,243	51,418	0
סה"כ	**200,000**	**57,090**		

מלוח הסילוקין עולה כי קרן ההלוואה הולכת וקטֵנה ככל שמתקדמים בפירעון ההלוואה. חלק הקרן בהחזר הראשון נמוך מחלקה בתשלום האחרון. לכן, סכום הריבית המשולמת במסגרת התשלומים הראשונים גבוה יחסית לשאר התשלומים.

כמו כן, סכום הריבית המשולמת במסגרת הלוואה זו גבוה יותר מזו המושלמת לפי לוח סילוקין פשוט, שכן בהלוואה זו הקרן משולמת בשלבים מאוחרים יותר של פירעון ההלוואה. ניתן לראות כי סכום ההחזר על חשבון הקרן גדל באופן קבוע, וביחס הפוך – הריבית הולכת וקטֵנה.

תרגיל

התקבלה הלוואה בסך 400,000 שקלים לתקופה של 10 שנים, להחזר בתשלומים חודשיים שווים. שיעור הריבית החודשית הוא 0.5%. בנה לוח סילוקין שפיצר ל-5 התשלומים הראשונים.

פתרון

מספר התקופות להחזר הוא 120 חודשים (10×12).

נחשב את סכום ההחזר החודשי:

$$a = \frac{400{,}000 \times 0.005 \times (1+0.005)^{120}}{(1+0.005)^{120}-1} = \mathbf{4{,}441}$$

לוח סילוקין שפיצר:

תאריך / מס' תשלום	תשלום קרן	תשלום ריבית	סה"כ תשלום	יתרת קרן
0	-	-	-	400,000
1	2,441	2,000	4,441	397,559
2	2,453	1,988	4,441	395,106
3	2,465	1,976	4,441	392,641
4	2,478	1,963	4,441	390,163
5	2,490	1,951	4,441	387,673
.				

רשימת המקורות

יואל רטנר, **ספר לימוד הנהלת חשבונות סוג 1: מותאם למתכונת מבחני הסיווג של משרד התעשיה המסחר והתעסוקה**, הוצאת חשבונתון, 2006.

יאיר אינגבר, **ניתוח דוחות כספיים**, הוצאת פסיכולוגיה, 1994.

נספח: הוראות שימוש במחשבון פיננסי CASIO FC – V200

לצורך החישובים שלנו נתייחס למקשים הירוקים.

הסברים

מקש DAYS

מקש זה משמש לחישוב מספר הימים בין תאריך לתאריך.

התאריך נרשם במתכונת הזאת: <u>xx</u> <u>yy</u> <u>20xx</u>
יום חודש שנה

אפשר להזין תאריך ראשון, תאריך שני ולקבל את מספר הימים ביניהם.

אפשר לחשב לאיזה תאריך נגיע בעתיד אם ידוע התאריך היום ונוסיף x ימים: יש להזין תאריך ראשון, מספר הימים, ואז לעלות לתאריך שני, וללחוץ SOLVE. נקבל תאריך שני.

אפשר לחשב לאיזה תאריך נגיע לאחור, אם ידוע תאריך היום וממנו נגרע x ימים: יש להזין תאריך שני, מספר ימים, ואז לעלות לתאריך הראשון וללחוץ SOLVE.

מקש CMPD

מקש זה משמש לחישובים של ריבית דריבית, ערך עתידי, ערך נוכחי, חישוב PMT (לוח שפיצר), חישוב ה-i% וחישוב ה-n.

בתחילה יש להגדיר END או BEGIN.

N – מספר פעמים של חישוב הריבית על פני התקופה כולה.

I% – שיעור הריבית **השנתית** (לשים לב: בנוסחה רושמים את שיעור הריבית התקופתית).

PV – ערך נוכחי. לרשום אותו **במינוס** תמיד.

PMT – הסכום הסדרתי השווה.

FV – ערך עתידי.

P/Y – כמה פעמים **בשנה** בוצעו הפקדות /משיכות.

Y/C – כמה פעמים בשנה הריבית מחושבת.

שתי הערות חשובות:

P/Y ו-C/Y יכולים לקבל **אחד מהערכים האלה בלבד**:

1 (פעם בשנה)

2 (כל חצי שנה)

3 (כל שליש שנה)

4 (כל רבע שנה)

6 (כל חודשיים)

12 (כל חודש)

ברוב המקרים, P/Y ו-C/Y יקבלו את אותו ערך מספרי.

שאלות לדוגמה

1. מה הסכום שנקבל בעוד 8 שנים אם נפקיד היום 15,000 שקלים, בריבית שנתית 6% בחישובי דו-חודשי?

N	r	PV	FV	/
48	6	-15,000	?	6

פתרון:

השימוש בנוסחת הריבית האפקטיבית

נתון:

K=15,000 גובה הקרן

r = 6% = 0.06 ריבית <u>שנתית</u>

t = 8 מספר תקופות (<u>שנים</u>)

n=6 מספר תת תקופות (<u>בשנה</u>)

$FV = PV(1+\frac{r}{n})^{n\cdot t} = 15,000(1+\frac{0.06}{6})^{6X8} =$ **הסכום העתידי 24,183.39 שקל**

- ניתן להשתמש במחשבון פיננסי לפי הטבלה הנ"ל

2. מה הסכום שנפקיד היום, אם אנחנו מעוניינים לקבל בעוד 7 שנים 68,000 שקלים? שיעור הריבית 8% בחישוב רבע-שנתי.

/	FV	PV	r	N
4	68,000	?	8	28

פתרון:

39,057 ש״ח

3. אלי פתח תוכנית חיסכון ל-6 שנים והפקיד סכום חד-פעמי של 22,000 שקלים. ב-3 השנים הראשונות שיעור הריבית הוא 5% בחישוב חצי-שנתי, וב-3 השנים הבאות שיעור הריבית הוא 4% בחישוב שליש-שנתי.

א. כמה יקבל אלי כעבור 6 שנים?

/	FV	PMT	PV	%	N
2	?	-	22,000	5	6 כעבור 3 שנים
3	?	-	25,213	4	9 כעבור 3 שנים הבאות

פתרון:

כעבור 3 שנים 25,513 ₪

כעבור 3 שנים נוספות 28,173 ₪

ב. כמה יקבל אלי כעבור 8 שנים, אם החליט שלא למשוך את הכסף כעבור 6 שנים ולהפקיד אותו לשנתיים נוספות לפי 6% ריבית בחישוב שנתי?

/	FV	PMT	PV	%	N
2	?	-	22,000	5	6 כעבור 3 שנים
3	?	-	25,213	4	9 כעבור 3 שנים הבאות
1	?	-	28,173	6	2 כעבור עוד שנתיים

פתרון:

כעבור 3 שנים 25,513 ₪

כעבור 3 שנים נוספות 28,173 ₪

כעבור שנתיים נוספות 31,655 ש״ח

4. בן ציון פתח תוכנית חיסכון ל-10 שנים והפקיד בכל סוף שנה 1,500 שקלים. שיעור הריבית הוא 4% בחישוב חצי-שנתי.

א. כמה יקבל כעבור 10 שנים?

	N	%	PV	PMT	FV	/
תשובה א	20	4	-	– 1,500	?	2

פתרון:

36,446 ש"ח

ב. מה תהיה התשובה אם בן ציון גם הפקיד באופן חד-פעמי 5,000 שקלים ביום פתיחת תוכנית החיסכון?

	N	%	PV	PMT	FV	/
תשובה ב	20	4	– 5,000	– 1,500	?	2

פתרון:

36,446 ש"ח

5. א. גלעד פתח תוכנית חיסכון והפקיד 10 הפקדות של 6,000 שקלים בסוף כל חודשיים. שיעור הריבית הוא 6% בחישוב דו-חודשי. כמה יקבל בסוף התקופה?

N	%	PV	PMT	FV	/
10	6	-	– 6,000	?	6

פתרון:

62,773 ש"ח

ב. מה תהיה התשובה אם הפקדה מספר 7 לא הופקדה?

נחשב את הערך העתידי (חד-פעמי) של הפקדה מספר 7 לסוף התקופה, ונפחית את התוצאה מהתשובה המקורית:

N	%	PV	PMT	FV	/
3	6	– 6,000	-	?	6

פתרון:

FV= 6,182

$62,773 - 6,182 =$ **56,591**

6. מה הסכום החד-פעמי שנפקיד היום, אם אנו מעוניינים לקבל בסוף כל חודש במשך 5 שנים 3,000 שקלים? שיעור הריבית הוא 4% בחישוב חודשי.

N	%	PV	PMT	FV	/
60	4	?	3,000	-	12

פתרון:

162,897 ש״ח

7. התקבלה הלוואה בסך 200,000 שקלים ל-4 שנים. ההלוואה תוחזר בתשלומים חודשיים שווים של קרן + ריבית. שיעור הריבית 3% לשנה, בחישוב חודשי. מה סכום ההחזר החודשי השווה?

N	%	PV	PMT	FV	/
48	3	$-200,000$	?	-	12

פתרון:

4,427 ש״ח

מקש AMRT

במקש זה נשתמש כדי לערוך לוח סילוקין שפיצר.לפני זה חשוב לדעת שה-PMT מורכב ממרכיב קרן (PRN) וממרכיב ריבית (INT).

הדגמה על ההלוואה המוזכרת בשאלה 7 לעיל:

מהו סכום הקרן והריבית בתשלום מספר 18?

PM1 = 18

PM2 = 18

יורדים במחשבון עד INT ולוחצים SOLVE (=461, הריבית), ואחר כך שוב למטה עד PRN ולוחצים SOLVE
(= 3,966, הקרן). נחבר: 3,966 + 461 ונקבל PMT = 4,427.

מהי יתרת הקרן כעבור 30 תשלומים?

PM1 = 30

PM2 = 30

יורדים במחשבון עד BAL ולוחצים SOLVE (= 77,822, יתרת הקרן).

מהו סך הכול הריבית של תשלומים 1 עד 9?

PM1 = 1

PM2 = 9

יורדים במחשבון עד ∑INT ולוחצים SOLVE (= 4,145, סה״כ ריבית).

מהו סך הכול הקרן של תשלומים 14 עד 20?

PM1 = 14

PM2 = 20

יורדים במחשבון עד ∑PRN ולוחצים SOLVE (= 28,609, סה״כ קרן).

מקש CASH

מקש זה משמש אותנו לשלושה דברים:

חישוב ענ״נ.

חישוב שיעור תשואה פנימי (שת״פ).

חישוב ערך נוכחי של הלוואה המוחזרת בתשלומים לא שווים אבל בהפרשי זמן שווים.

הערה: אם גם התשלומים לא שווים וגם הפרשי הזמן בין תשלום לתשלום לא שווים, אז צריך לחשב ערך נוכחי של כל סכום בנפרד.

חישוב ענ״נ (NPV)

לוחצים על מקש CASH.

מקישים את אחוז הריבית התקופתית, לא השנתית, ואחר כך EXE.

לדוגמה, אם נתון ששיעור הריבית 6% לשנה והתקבולים הצפויים הם כל חצי שנה, אז ה-i% יהיה 3%, ואם כל רבע שנה – ה-i% יהיה 1.5%.

יורדים שורה למטה (D.EDITOR) ולוחצים, ומקבלים טור של מספרים.

בשורה הראשונה מקישים את סכום ההשקעה במינוס. ובכל שורה נוספת מקישים את התקבול בכל שנה או תקופה, לפי הסדר, בפלוס.

לאחר כל הקשה של הסכום לוחצים EXE.

לאחר שסיימנו להקיש את כל התקבולים הצפויים, לוחצים ESC ויורדים ל-NPV ולוחצים SOLVE. מקבלים את הענ״נ.

הערות חשובות:

אם למשל יש 5 תקבולים ובתרגיל קודם היו 8 תקבולים, יש להקיש אפס בתקבולים 6, 7, 8 כדי למחוק אותם.

אם בשנה, או בתקופה מסוימת, לא היה כל תקבול, מקישים אפס.

אם בשנה או בתקופה מסוימת היו גם השקעה וגם תקבול, מקישים רק את ההפרש. אם ההשקעה הייתה גדולה מהתקבול, מקישים את ההפרש במינוס, ואם להפך – בפלוס.

חישוב ערך נוכחי של הלוואה

מזינים את ה-i% התקופתי.

נכנסים ל-D.EDITOR ובשורה הראשונה מקישים אפס, ואחר כך את ההחזרים על חשבון הלוואה, לפי הסדר.

יוצאים בלחיצה על מקש ESC.

יורדים ל-NPV ולוחצים SOLVE ומקבלים את הערך הנוכחי של ההלוואה.

הערה: אם ההחזרים על חשבון ההלוואה שווים והפרשי הזמן שווים, אפשר לחשב את סכום ההלוואה (הערך הנוכחי של ההחזרים) במקש CMPD.

חישוב ערך נוכחי של סדרת תשלומים אין-סופית

נוסחה לחישוב הערך הנוכחי של סדרת תשלומים / תקבולים אין-סופית :

$$\boldsymbol{PV} = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{i}\%}$$

כאשר :

PV = ערך נוכחי

C = התקבול / התשלום השווה

i% = שיעור הריבית התקופתית

מניחים שנתון סכום קבוע, ובמשך כל החיים נקבל ריבית בשיעור מסוים. סכום הריבית יהיה קבוע לכל הזמן והקרן אף היא קבועה.