

מבוא לחקר ביצועים

יחידת לימוד חמישית במדעי המחשב

זמן הנדרש

90 שעות

אוכלוסיית יעד

תלמידים הלומדים לפחות 3 יח"ל במתמטיקה, אשר סיימו 3 יח"ל במדעי המחשב.

דרישות קדם

- לשלוט בניית ופתרון של מערכת משוואות לינאריות – בדרך אלגברית ובדרך גרפית.
- לנתח סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתם (פרק 5 ביחידה "עיצוב תכנה").

מטרות היחידה

להכיר את גישת חקר הביצועים לפתרון בעיות אופטימיזציה בתחומים יישומיים שונים.

להבין את המושגים הבסיסיים העקרוניים והשיטות של הענף המרכזי של חקר ביצועים – תכנון לינארי (ללא חובת שימוש באלגברה לינארית שאינו מקצוע קדם).

להבין את המושגים הבסיסיים העקרוניים והשיטות של בעיות זרימה ברשתות – המהוות נושא מרכזי בתחומים הבאים: אלגוריתמיקה, תורת הגרפים והרשתות, אופטימיזציה קומבינטורית, חקר ביצועים.

להיעזר בעקרונות של התכנון הלינארי להבנה מעמיקה יותר של התכונות של בעיות זרימה ברשתות והשיטות לפתרון. להיעזר בעקרונות של עיצוב תוכנה למימוש לניתוח ולשיפור של שיטות אלה.

משרד החינוך
המינהל למדע וטכנולוגיה
מגמת הנדסת תוכנה

להתנסות בניסוח מודל מתמטי מתאים ובפתרון של בעיות אופטימיזציה בתחומים יישומיים שונים, כולל ניתוח היעילות של הפתרון.

טבלת הפרקים וחלוקת השעות

<u>מס' שעות</u>	<u>פרקי הלימוד</u>
6	פרק 1 - מודל התכנון הלינארי
15	פרק 2 - פתרון של בעיות תכנון לינארי
12	פרק 3 - בעיית התובלה
15	פרק 4 - מודלים של זרימה ברשתות
22	בעיית המסלול הקצר ביותר-פרק 5
20	פרק 6 - עץ פורש מינימלי
90	סה"כ

ביבליוגרפיה

מבוא לאלגוריתמים, כרך ב', האוניברסיטה הפתוחה 1997.

מודלים דטרמיניסטיים בחקר ביצועים, כרכים א' ו-ב', האוניברסיטה הפתוחה 1995.

J. Gal-Ezer, G. Zwas, "An Algorithmic Approach to Linear Systems", *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* 1984 (pp. 501-519).

H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, 6th edition, Prentice Hall 1996.

R.K. Ahuja, T.L. Magnanti and J.B. Orlin, *Network Flows: Theory, Algorithms and Applications*, Prentice-Hall 1993.

פתרונות לתרגילים בספר האחרון נמצאים באתר:

<http://web.mit.edu/jorlin/www/SolutionManual/SolutionManual.html>

אתרים ברשת

אנימציה של אלגוריתמים

<http://www-b2.is.tokushima-u.ac.jp/~ikedasuuri/simplex/Simplex.html>

<http://www.cs.oswego.edu/~birgit/html/diplom/links.html>

<http://carnap.ss.uci.edu/java/dijkstra/DijkstraApplet.html>

מילון מונחים בתורת הגרפים

<http://www.utm.edu/departments/math/graph/glossary.html#degree>

אתרי קורסים המכילים גם חומר לימודי (class notes)

<http://ubmail.ubalt.edu/~harsham/opre640/opre640.htm>

<http://www-math.mit.edu/~vempala/18.433/course99.html>

<http://wwwpub.utdallas.edu/~chandra/documents/7313.htm>

<http://www.mat.uc.pt/~eqvm/links/cursos.html>

אתרים כלליים ופורטלים לחקר ביצועים

<http://www.opsresearch.com>

<http://www.opsresearch.com/OR-Links/index.html>

<http://mat.gsia.cmu.edu>

http://www.math.rpi.edu/~mitchj/sites_or.html

פרק 1: מודל התכנון הלינארי (6 שעות)

מטרות הפרק

- להכיר את ההנחות והמושגים הבסיסיים של מודל התכנון הלינארי.
 - לתרגל ניסוח בעיות בעזרת מודל התכנון הלינארי.
- פירוט התכנים
- 1.1 דוגמאות של בעיות תכנון לינארי: הקצאת משאבים אופטימלית (רווח מקסימלי ברמת משאבים נתונה), מינימום עלות ברמת שירות נדרשת, ועוד.
 - 1.2 ניסוח מתימטי של בעיית תכנון לינארי.
 - 1.3 המרכיבים העיקריים של בעיית תכנון לינארי: משתני החלטה (רציפים), פרמטרים, אילוצים, אילוצי אי-שליליות, פונקציית מטרה.
 - 1.4 ההנחות שעליהן מבוסס מודל התכנון הלינארי.
 - 1.5 דוגמאות לניסוח בעיות תכנון לינארי.

פרק 2: פתרון של בעיות תכנון לינארי (15 שעות)

מטרות הפרק

- להציג ולתרגל את הפתרון הגרפי של בעיית תכנון לינארי עם שני משתנים.
- לחקור את התכונות העיקריות של בעיות תכנון לינארי עם שני משתנים.
- להציג את ההשלכות של הפתרון הגרפי על התכונות של בעיות תכנון לינארי עם משתנים N.

• להכיר את העקרונות הבסיסיים של שיטת הסימפלקס.

• להדגים את השלבים השונים של שיטת הסימפלקס.

פירוט התכנים

- 2.1 פתרון גרפי של בעיית תכנון לינארי עם שני משתנים: תיאור גרפי של התחום האפשרי במקרים הבאים: תחום חסום, תחום לא חסום, תחום ריק; התכונות של התחום האפשרי: קמירות, נקודות קיצון; תיאור גרפי של פונקציית המטרה; הטלי גובה, התכונות של הפתרון האופטימלי, והמצבים האפשריים: פתרון יחיד, פתרונות מרובים, פתרון לא חסום.
- 2.2 שיטת הסימפלקס: האלגברה של שיטת הסימפלקס ושלבים של שיטת הסימפלקס, התכונות ה"גיאומטריות" של התחום האפשרי והתכונות של הפתרון האופטימלי, קריטריון האופטימליות: פתרונות בסיסיים אפשריים סמוכים. המצבים האפשריים: פתרון יחיד, פתרונות מרובים, פתרון לא חסום.
- 2.3 סיכום שלבי הפתרון.

פרק 3: בעיית התובלה (12 שעות)

מטרות הפרק

- להציג את המודל של בעיית תובלה ולהכיר את המושגים הבסיסיים שלה.

- להציג כיצד ניתן לנצל את התכונות של בעיית התובלה למימוש יעיל של שיטת הסימפלקס לפתרונה.
- לתרגל את המימוש של שיטת הסימפלקס באמצעות פתרון בעיות תובלה.
- להציג בצורה לא פורמלית מושגים של בעיות זרימה ברשתות (מבוא לפרקים הבאים).
פירוט התכנים
- 3.1 ניסוח בעיית התובלה כבעיית תכנון לינארי בשלמים.
- 3.2 התכונות של בעיית התובלה: תכונת הפתרונות השלמים, תכונת הפתרון האפשרי.
- 3.3 ניצול התכונות של בעיית התובלה למימוש יעיל של שיטת הסימפלקס: מציאת פתרון בסיסי אפשרי- בשיטת פינת צפון מערבית, בדיקת אופטימליות, שיפור הפתרון.
- 3.4 סיכום היתרונות של השימוש בשיטת הסימפלקס המותאמת לבעיית התובלה לעומת השימוש בשיטת הסימפלקס לבעיית תכנון לינארי כללית.
- 3.5 רשות: סקירת שיטות לשיפור היעילות של פתרון בעיית התובלה.

פרק 4: מודלים של זרימה ברשתות (15 שעות)

מטרות הפרק

- להדגים מודלים של בעיות זרימה ברשתות ולהכיר את המושגים הבסיסיים של בעיות אלו.
- להציג את הגרף כטיפוס נתונים מופשט.
- להדגים אלגוריתמים של בעיות זרימה ברשתות.
פירוט התכנים
- 4.1 דוגמאות של בעיות זרימה ברשתות.
- 4.2 הגדרת המרכיבים העיקריים של בעיות זרימה ברשתות: גרף - קודקוד, קשת, מסלול, עץ, מעגל... רשת - זרימה, מחירים, קיבולת, היצע וביקוש...
- 4.3 סקירת מבני נתונים שונים לייצוג גרפים ורשתות.
- 4.4 מטריצת מסלולים.

פרק 5: בעיית המסלול הקצר ביותר (22 שעות)

מטרות הפרק

- להציג את בעיית המסלול הקצר ביותר ולהכיר את המושגים הבסיסיים של בעיות אלו.
- להציג ולנתח יעילות של שיטות שונות לפתרון בעיות המסלול הקצר ביותר.
- לתרגל ניסוח ופתרון של בעיות המסלול הקצר ביותר.
פירוט התכנים
- 5.1 דוגמאות של בעיות המסלול הקצר ביותר בתחומים שונים.

- 5.2 סיווג של בעיות המסלול הקצר ביותר.
- 5.3 הגדרה פורמלית של הבעיה (כולל ההנחות) וניסוח כבעיית תכנון לינארי בשלמים, תכונת הפתרונות השלמים.
- 5.4 מציאת המסלולים הקצרים מקדקוד נתון לכל הקדקודים האחרים – אלגוריתם דיקסטרה. ניתוח היעילות של האלגוריתם.
- הצגה יעילה של המסלולים הקצרים מקדקוד נתון לכל הקדקודים האחרים – עץ המסלולים הקצרים.
- 5.5 מציאת המסלולים הקצרים מקדקוד נתון לכל הקדקודים האחרים כאשר לכל הקשתות . עץ המסלולים הקצרים עץ פורש BFSמשקל זהה - סריקת גרף על-ידי חיפוש לרוחב - ניתוח היעילות של האלגוריתם. BFS.
- , ניתוח היעילות של האלגוריתם. DFS. עץ פורש DFS 5.6 סריקת גרף לעומק - אלגוריתם למציאת רכיבים קשירים בגרף לא מכוון ואלגוריתם למציאת רכיבי קשירות חזקה (רק"חים) בגרפים מכוונים.
- 5.7 מיון טופולוגי.
- 5.8 מציאת המסלולים הקצרים ביותר בין כל זוגות הקדקודים אלגוריתמים של דיקסטרה, פלוגיד-וורשל.

פרק 6: עץ פורש מינימלי (20 שעות)

מטרות הפרק

- להכיר את המושגים הבסיסיים של בעיית העץ הפורש.
- להציג ולנתח יעילות של שיטות שונות לפתרון בעיית העץ הפורש.

פירוט התכנים

- 6.1 הצגת הבעיה.
- 6.2 עצים, הגדרות ותכונות יסוד.
- 6.3 האלגוריתם של קרוסקאל.
- 6.4 האלגוריתם של פרים.