

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונות שתי סדרות: $a_n = 4n + 1$, $b_n = 9 - 2n$.

א. (1) מצא את a_1 ואת b_1 .

(2) הוכח כי שתי הסדרות הן סדרות חשבוניות, ומצא את הפרשיהן.

סכום k האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 860.

ב. (1) מצא את k .

(2) מצא את סכום k האיברים הראשונים בסדרה b_n .

ג. נתונה סדרה חדשה המקיימת לכל n $c_n = a_n - b_n$.

האם c_n היא סדרה חשבונית? הוכח את תשובתך.

ד. מהו סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n ? הסבר את תשובתך.

טריגונומטריה במרחב

2. $SABCD$ היא פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

נתון: $SC = 4$, $AB = 6$, $BC = 2$.

א. חשב את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

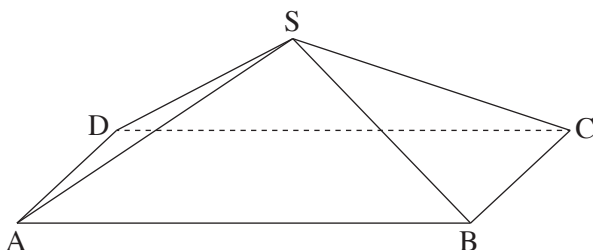
ב. (1) מצא את הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

ובין בסיס הפירמידה.

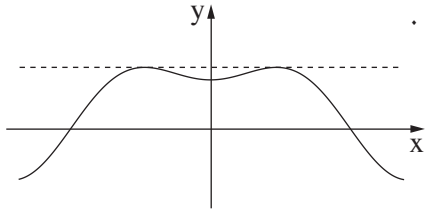
(2) מצא את שטח המשולש ASC .

ג. (1) מצא את זוויות הראש של כל הפאות הצדדיות של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה



3. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos x + c$. c הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

קבע את סוגן בעזרת גרף הפונקציה.

נתון כי הישר $y = 1.25$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות

המקסימום של הפונקציה (ראה סרטוט).

ב. (1) מצא את c .

(2) רשום את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + b$ (b הוא פרמטר).

ג. מצא את הערך של b שעבורו הפונקציה $g(x)$ משיקה לישר $y = 0.25$ (מצא את שלוש האפשרויות).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$, $a > 0$, הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של

הפונקציה $f(x)$.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. הבע באמצעות a את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y היא $(0, -2)$.

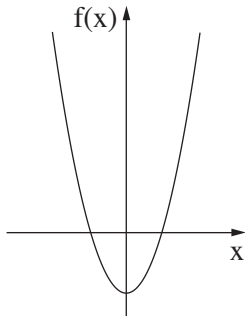
ג. מצא את a .

לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות: $y = 2$ בעבור $x \rightarrow \infty$ ו־ $y = 0$ בעבור $x \rightarrow -\infty$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

מה הם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ y ?



5. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 4$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$?

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!