

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

3 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שש שאלות.

לכל שאלה – 25 נקודות.

מוותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך,

אך סך הנקודות שתוכל לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) כתוב את כל החישובים והתשובות בגוף השאלון.

אסור לכתוב על הפסים שבשוליים.

(2) לטייטה יש להשתמש בדפים שבגוף השאלון (כולל הדפים שבסופו) או בדפים

שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

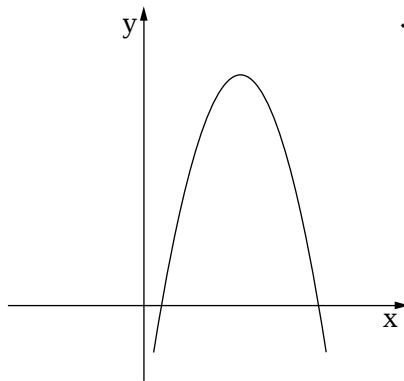
(3) הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1



נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 10x - 9$ (ראה ציור).

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה

עם ציר ה- x .

ב. תן דוגמה לנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה

ששיעור ה- y שלה חיובי.

ג. עבור אילו ערכים של x

הפונקציה הנתונה שלילית?

תשובה לשאלה 1

א. בנקודות החיתוך של הפרבולה

עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$,

לכן:

$$-x^2 + 10x - 9 = 0$$

$\Downarrow$

$$x = 1, \quad x = 9$$

$\Downarrow$

$$(1, 0), \quad (9, 0)$$

נקודות החיתוך של הפרבולה

עם ציר ה- x הן:

ב. יש לבחור נקודה ששיעור ה- x שלה

בתחום $1 < x < 9$, ולחשב את שיעור ה- y

שלה.

דוגמה:

נציב $x = 5$ בפונקציה,

ונקבל את שיעור ה- y של הנקודה:

$$x = 5$$

$$y = -5^2 + 5 \cdot 10 - 9$$

$$y = 16$$

שיעור ה- y הוא חיובי

$$(5, 16)$$

הנקודה היא:

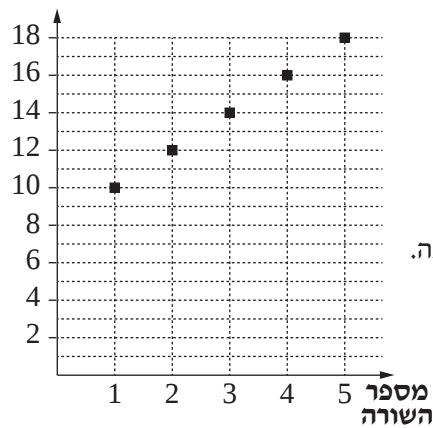
ג. הפונקציה שלילית עבור כל הנקודות

שערכי ה- x שלהן נמצאים בתחום:

$$x < 1 \quad \text{או} \quad x > 9$$

שאלה 2

מספר
הכיסאות



לפניך גרף המתאר את מספר הכיסאות באולם קולנוע,

בכל אחת מחמש השורות הראשונות באולם.

א. (1) כמה כיסאות יש בשורה הראשונה?

(2) מצא את ההפרש בין מספר

הכיסאות בשורה השנייה

ובין מספר הכיסאות בשורה הראשונה.

ב. נתון כי ההפרש שמצאת בסעיף א

נשאר קבוע בין כל שורה לשורה שלפניה.

מצא כמה כיסאות יש בשורה ה-15.

תשובה לשאלה 2

א. (1) מספר הכיסאות בשורה הראשונה הוא: 10 כיסאות

(2) מספר הכיסאות בשורה השנייה הוא: 12 כיסאות

ההפרש בין מספר הכיסאות בשורה השנייה

למספר הכיסאות בשורה הראשונה הוא: $12 - 10 = 2$

ב. ההפרש במספר הכיסאות בין שורה לשורה נשאר קבוע.

לכן מספרי הכיסאות בכל שורה הם סדרה חשבונית.

מספר הכיסאות בשורה הראשונה הוא: $a_1 = 10$

הפרש הסדרה הוא: $d = a_2 - a_1 = 12 - 10 = 2$

האיבר במקום ה-15 הוא: $a_{15} = a_1 + 14d = 10 + 14 \cdot 2 = 38$

מספר הכיסאות בשורה ה-15 הוא: 38 כיסאות

שאלה 3

בנק מסוים מציע שתי תכניות חיסכון: "הכספת" ו"השקעה בטוחה".

א. מר לוי הפקיד בתכנית החיסכון "הכספת" 200,000 שקלים.

בתכנית זו מרוויחים 5% בכל שנה.

מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי כעבור 3 שנות חיסכון?

ב. מר כהן הפקיד בתכנית החיסכון "השקעה בטוחה" 200,000 שקלים.

בתכנית זו הרווח הכולל בתום 3 שנות חיסכון הוא 15%.

מי מבין השניים (מר לוי או מר כהן) הרוויח יותר בתום 3 השנים? נמק.

תשובה לשאלה 3

א. דרך I:

מר לוי הפקיד 200,000 שקלים

בתכנית חיסכון "הכספת" שמרוויחים בה 5%

בכל שנה.

הסכום ההתחלתי הוא: $M_0 = 200,000$

מקדם הגדילה הוא: $q = 1.05$

מספר השנים: $t = 3$

לכן מתקיים: $M_3 = M_0 \cdot q^3$

↓

הסכום שהצטבר למר לוי כעבור 3 שנים

בתכנית החיסכון הוא: $M_3 = 200,000 \cdot 1.05^3 = 231,525$ שקלים

דרך II:

בתום שנה אחת סכום החיסכון היה: $200,000 \cdot 1.05 = 210,000$ שקלים

בתום שנתיים סכום החיסכון היה: $210,000 \cdot 1.05 = 220,500$ שקלים

בתום שלוש שנים סכום החיסכון היה: $220,500 \cdot 1.05 = 231,525$ שקלים

הסכום שהצטבר למר לוי כעבור 3 שנים

בתכנית החיסכון הוא: 231,525 שקלים

ב. מר כהן הרוויח בתום 3 שנים

15% מסכום ההפקדה.

הסכום שהיה למר כהן בתום 3 שנות

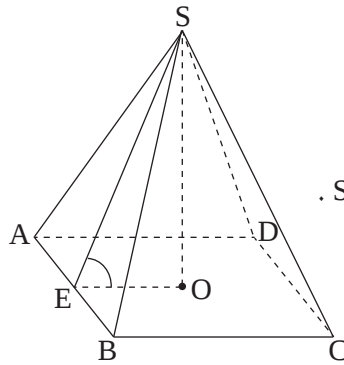
חיסכון הוא: $200,000 \cdot 1.15 = 230,000$ שקלים

מר לוי ומר כהן הפקידו סכום זהה: 200,000 שקלים.

אחרי שלוש שנים מר לוי חסך 231,525 שקלים ומר כהן חסך 230,000 שקלים.

לכן בתום 3 שנים מר לוי הרוויח יותר ממר כהן.

שאלה 4



הבסיס ABCD של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD הוא מלבן (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה SO הוא 12 ס"מ.

הגובה של הפאה הצדדית SAB הוא 13 ס"מ SE.

א. חשב את $\angle SEO$.

ב. חשב את האורך של EO

ואת האורך של מקצוע הבסיס BC.

ג. נפח הפירמידה הוא 320 סמ"ק.

חשב את אורך המקצוע AB.

תשובה לשאלה 4

א. במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$

מתקיים:

$$\sin \angle SEO = \frac{SO}{SE} = \frac{12}{13}$$

$\Downarrow$

$$\angle SEO = 67.38^\circ$$

לכן גודל הזווית הוא:

ב. דרך I:

במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$

מתקיים:

$$\cos 67.38^\circ = \frac{EO}{SE} = \frac{EO}{13}$$

$\Downarrow$

$$EO = 13 \cdot \cos 67.38^\circ = 5 \text{ ס"מ}$$

לכן האורך של EO הוא:

$$OE = \frac{1}{2} BC$$

$\Downarrow$

$$BC = 10 \text{ ס"מ}$$

דרך II:

במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$

מתקיים משפט פיתגורס:

$$SE^2 = EO^2 + SO^2$$

$$13^2 = EO^2 + 12^2$$

$\Downarrow$

$$EO^2 = 25$$

$\Downarrow$

$$EO = 5 \text{ ס"מ}$$

לכן האורך של EO הוא:

$$OE = \frac{1}{2} BC$$

$\Downarrow$

$$BC = 10 \text{ ס"מ}$$

לכן אורך הצלע BC הוא:

המשך פתרון לשאלה 4.

$$S_{ABCD} = BC \cdot AB = 10 \cdot AB$$

$$SO = 12$$

$$V = \frac{S_{ABCD} \cdot SO}{3} = \frac{10 \cdot AB \cdot 12}{3} = 320$$

$\Downarrow$

$$AB = 8 \text{ ס"מ}$$

ג. שטח בסיס הפירמידה הוא:

גובה הפירמידה הוא:

לכן נפח הפירמידה הוא:

לכן אורך הצלע AB הוא:

/המשך בעמוד 7/

שאלה 5

במשחק מזל יש 3 אפשרויות: לזכות ב־ 800 שקל, לזכות ב־ 400 שקל, או לא לזכות כלל.

ההסתברות לזכות ב־ 800 שקל היא $\frac{1}{6}$.

ההסתברות לזכות ב־ 400 שקל היא $\frac{1}{3}$.

ההסתברות לא לזכות כלל היא $\frac{1}{2}$.

אדם משחק במשחק זה פעמיים.

א. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב־ 1,600 שקל?

ב. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב־ 800 שקל?

תשובה לשאלה 5

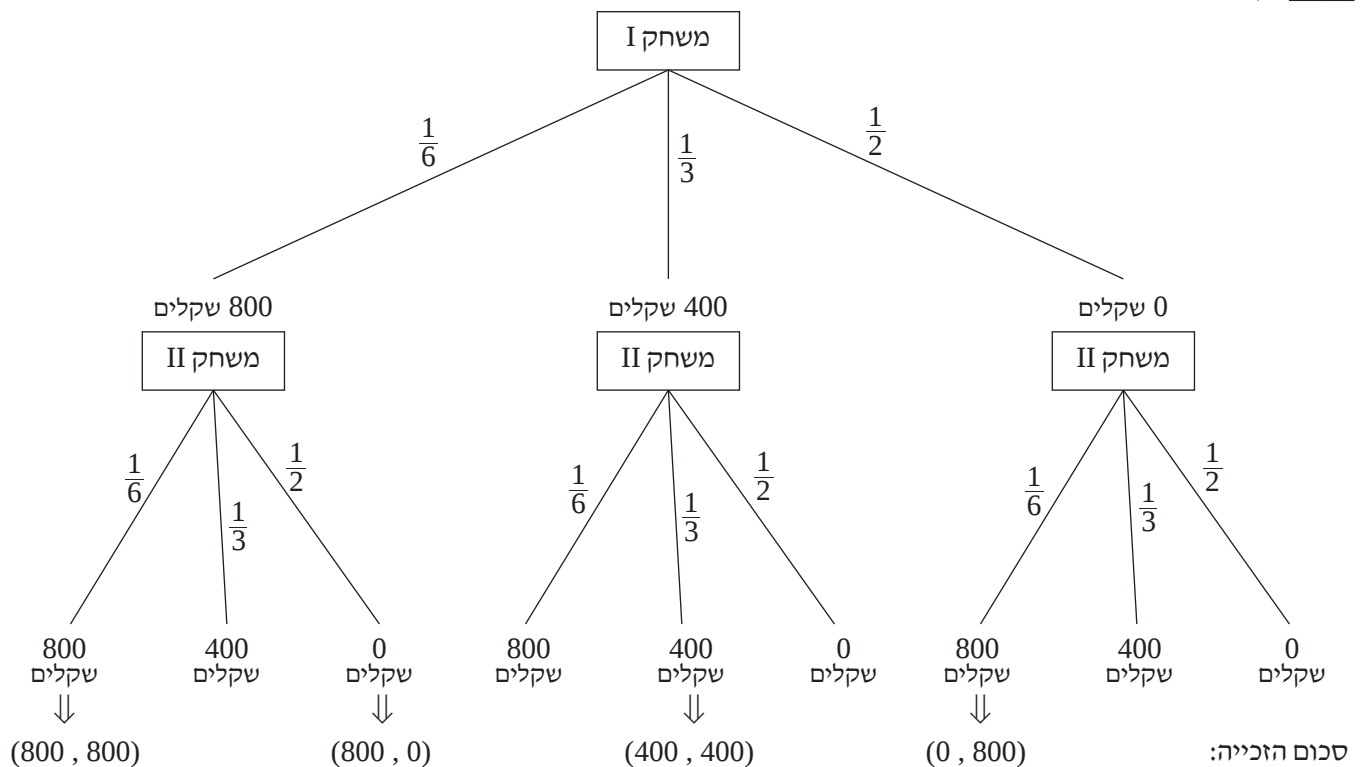
מרחב המדגם כולל 9 תוצאות אפשריות. אפשר להציג את מרחב המדגם בדרכים שונות.

דרך I: זוגות סדורים.

שיעור ה־ x מייצג את סכום הכסף
 שאפשר לזכות בו במשחק הראשון,
 ושיעור ה־ y מייצג את סכום הכסף
 שאפשר לזכות בו במשחק השני.

(0, 0) , (0, 400) , (0, 800)
 (400, 0) , (400, 400), (400, 800)
 (800, 0) , (800, 400), (800, 800)

דרך II: עץ.



א. ההסתברות לזכות בדיוק

ב־ 1600 שקלים היא ההסתברות

$$P(1600) = P(800, 800)$$

שיקרה המאורע:

לכן ההסתברות לזכות בדיוק ב־ 1600

$$P(1600) = P(800, 800) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0.027$$

שקלים היא:

המשך תשובה לשאלה 5.

ב. ההסתברות לזכות בדיוק ב־ 800 שקלים

היא ההסתברות שיקרו המאורעות:

לכן ההסתברות לזכות בדיוק ב־ 800

שקלים היא:

$$P(800) = P(800, 0) + P(400, 400) + P(0, 800)$$

$$P(800) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{18} = 0.278$$

שאלה 6

ציוני בחינה שנערכה בבית ספר גדול לאמנויות מתפלגים נורמלית.

הציון הממוצע הוא 80.

7% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מ-68.

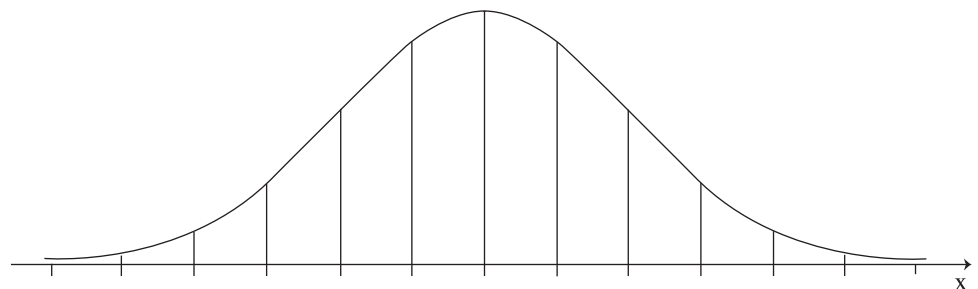
א. מצא את סטיית התקן.

ב. מצא את אחוז התלמידים שקיבלו ציון גבוה מ-80 אך נמוך מ-88.

ג. לבחינה ניגשו 1,000 תלמידים.

מצא את מספר התלמידים שקיבלו ציון גבוה מ-80 אך נמוך מ-88.

לפניך שלד של גרף ההתפלגות הנורמלית (מדף הנוסחאות). תוכל להיעזר בו בחישוביך.



תשובה לשאלה 6

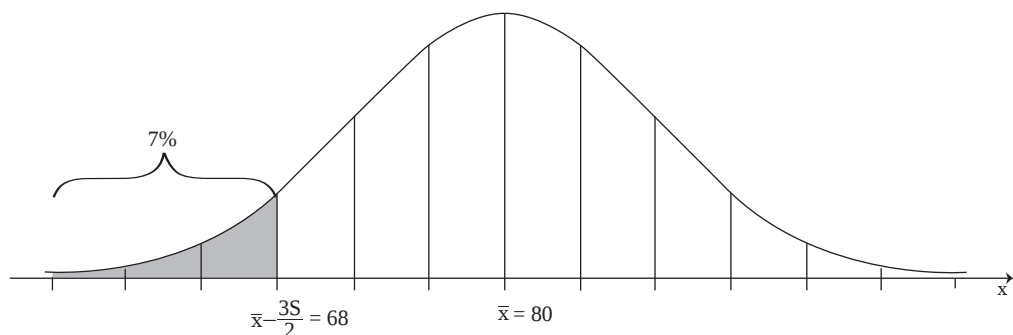
א. נתון שהממוצע הוא 80,

וש-7% מן התלמידים קיבלו ציון נמוך מ-68.

על פי גרף ההתפלגות הנורמלית,

הציון 68 נמצא במרחק 1.5 סטיות תקן משמאל לממוצע.

(ראה ציור).



⇓

$$80 - \frac{3S}{2} = 68$$

נציב $\bar{x} = 80$

⇓

$$80 - 68 = \frac{3S}{2}$$

⇓

$$S = 8$$

לכן הגודל של סטיית התקן הוא:

המשך תשובה לשאלה 6.

ב. בסעיף א מצאנו את סטיית התקן: $S = 8$,

לכן הציון 88 נמצא במרחק סטיית תקן אחת

מימין לממוצע:

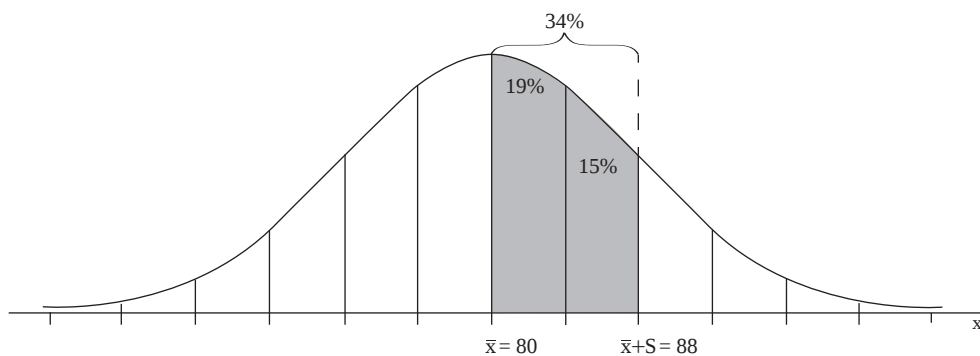
על פי גרף ההתפלגות הנורמלית,

34% מן התלמידים קיבלו ציון גבוה

מ־80 אך נמוך מ־88 (ראה ציור).

$$\bar{x} = 80, \quad \bar{x} + S = 88$$

$$19\% + 15\% = 34\%$$



ג. לבחינה ניגשו 1000 תלמידים.

34% מן התלמידים קיבלו ציון גבוה מ־80 אך נמוך מ־88,

לכן מספר התלמידים שקיבלו ציון

$$\frac{1000 \cdot 34}{100} = 1000 \cdot 0.34 = 340 \text{ תלמידים} \quad \text{גבוה מ־80 אך נמוך מ־88 הוא:}$$