

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

3 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שש שאלות.

לכל שאלה – 25 נקודות.

מוותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך,

אך סך הנקודות שתוכל לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) כתוב את כל החישובים והתשובות בגוף השאלון.

אסור לכתוב על הפסים שבשוליים.

(2) לטייטה יש להשתמש בדפים שבגוף השאלון (כולל הדפים שבסופו) או בדפים

שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

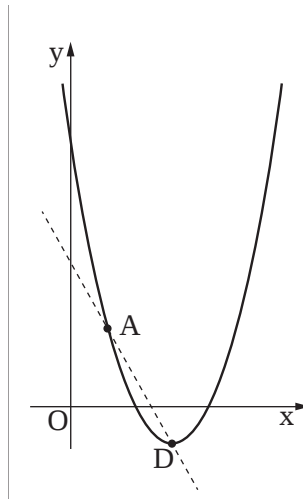
(3) הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1



נתונה פרבולה שהמשוואה שלה היא $y = 4x^2 - 20x + 24$ (ראה ציור).

- מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
- הנקודה D היא קדקוד הפרבולה. מצא את שיעורי הנקודה D .
- הנקודה A נמצאת על גרף הפרבולה. שיעור ה- x של הנקודה A הוא 1. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A .
- תן דוגמה לשיעור x של נקודה על הפרבולה הנמצאת מעל הישר AD (ראה ציור). נמק.

תשובה לשאלה 1

א. בנקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x

מתקיים $y = 0$, לכן:

$$4x^2 - 20x + 24 = 0$$

$\Downarrow$

$$x = 2, \quad x = 3$$

$\Downarrow$

$$(2, 0), \quad (3, 0)$$

ב. דרך I:

על פי סעיף א ותכונות הסימטריה של הפרבולה,

שיעור ה- x של הקדקוד הוא:

$$x_p = \frac{2+3}{2} = 2.5$$

נציב בפונקציה $x = 2.5$,

$$y_p = 4 \cdot 2.5^2 - 20 \cdot 2.5 + 24 = -1$$

ונקבל את שיעור ה- y של הקדקוד:

$$D(2.5, -1)$$

לכן שיעורי הנקודה D הם:

דרך II:

על פי הנוסחה, שיעור ה- x של הקדקוד:

$$x_p = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{8} = 2.5$$

$$y_p = 4 \cdot 2.5^2 - 20 \cdot 2.5 + 24 = -1$$

$$D(2.5, -1)$$

המשך תשובה לשאלה 1

ג. נציב בפונקציה $x = 1$

ונקבל את שיעור ה־ y של A : $y = 4 \cdot 1^2 - 20 \cdot 1 + 24 = 8$

לכן שיעורי הנקודה A הם: $A(1, 8)$

ד. נקודה אפשרית: $x = 0$

כי כל נקודה ששיעור ה־ x שלה בתחום $x > 2.5$ או $x < 1$
מקיימת את הנדרש.

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2

מחיר הקרקע באזור מסוים בארץ עולה באחוז קבוע בכל שנה, החל בתאריך 1.1.2010.

מחיר הקרקע בתאריך זה היה 500,000 שקלים.

בתאריך 1.1.2013 היה מחיר הקרקע 665,500 שקלים.

א. בכמה אחוזים עלה מחיר הקרקע מ־ 1.1.2010 עד ל־ 1.1.2011 ?

ב. אם מחיר הקרקע ימשיך לעלות בכל שנה באותו אחוז,

כעבור כמה שנים מ־ 1.1.2010 יהיה מחיר הקרקע 732,050 שקלים?

תשובה לשאלה 2

$$M_t = M_0 \cdot q^t \quad \text{א. על פי הנוסחה של גדילה ודעיכה:}$$

$$\Downarrow$$

$$665,500 = 500,000 \cdot q^3$$

$$\Downarrow$$

$$q = \sqrt[3]{1.331} = 1.1$$

מקדם הגדילה q :

$$\Downarrow$$

$$1 + \frac{P}{100} = 1.1$$

עליית המחיר באחוזים, P מקיימת:

$$\Downarrow$$

$$P = 10\%$$

עליית המחיר באחוזים היא:

ב. דרך I:

$$732,050 = 500,000 \cdot 1.1^t$$

על פי הנוסחה של גדילה ודעיכה:

$$\Downarrow$$

$$1.4641 = 1.1^t$$

$$\Downarrow$$

$$1.1^4 = 1.4641 \quad \text{כי } t = 4 \text{ שנים}$$

מספר השנים הוא:

דרך II:

מחיר הקרקע עולה בכל שנה ב־ 10%, לכן: בשנת 2011 המחיר הוא: $500,000 \cdot 1.1 = 550,000$

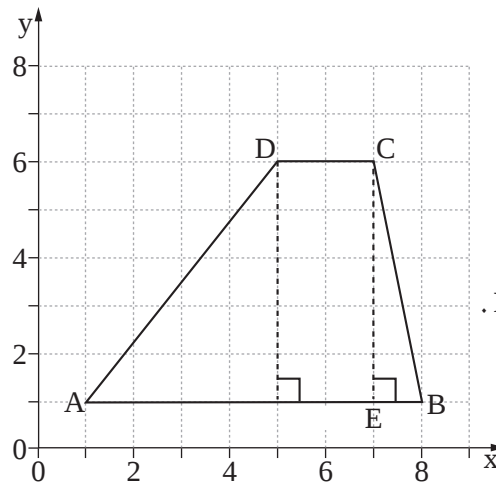
בשנת 2012 המחיר הוא: $550,000 \cdot 1.1 = 605,000$

בשנת 2013 המחיר הוא: $605,000 \cdot 1.1 = 665,500$

בשנת 2014 המחיר הוא: $665,500 \cdot 1.1 = 732,050$

מכאן שמחיר הקרקע יהיה 732,050 שקלים כעבור 4 שנים.

שאלה 3



במערכת צירים נתון טרפז ABCD, שבו

AB הוא הבסיס הגדול

ו-DC הוא הבסיס הקטן.

CE הוא גובה בטרפז (ראה ציור).

א. על פי הציור, רשום את

השיעורים של הנקודות: D, C, B, A.

ב. חשב את הזוויות החדות של הטרפז

($\angle CBA$ ו- $\angle DAB$).

ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה לשאלה 3

א. על פי הציור: $A(1, 1)$, $B(8, 1)$, $C(7, 6)$, $D(5, 6)$

$$\operatorname{tg} \angle CBE = \frac{CE}{EB}$$

ב. במשולש CEB שבו $\angle CEB = 90^\circ$ מתקיים:

על פי מספר המשבצות בציור או

$$CE = 5, \quad EB = 1$$

על פי חישוב המרחקים בין הנקודות מקבלים:

$$\operatorname{tg} \angle CBE = \frac{5}{1} = 5$$

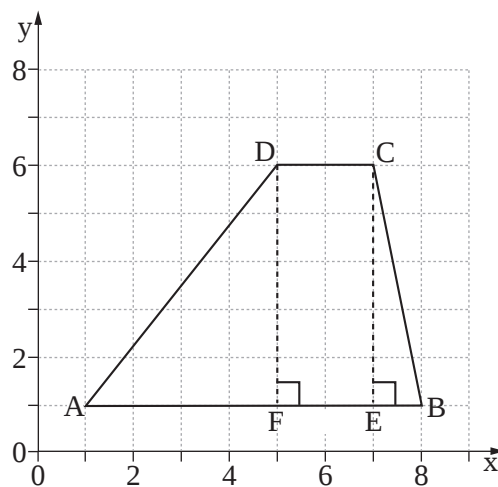
מכאן:

$\Downarrow$

$$\angle CBE = 78.69^\circ$$

$$\operatorname{tg} \angle DAF = \frac{DF}{AF}$$

על פי הציור, במשולש ADF שבו $\angle DFA = 90^\circ$ מתקיים:



המשך פתרון לשאלה 3

על פי מספר המשבצות בציור

או על פי חישוב המרחקים בין הנקודות מקבלים:

$$AF = 4, \quad DF = 5$$

$$\operatorname{tg} \angle DAF = \frac{5}{4} = 1.25$$

מכאן:

$\Downarrow$

$$\angle DAF = 51.34^\circ$$

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(AB + CD) \cdot CE}{2}$$

שטח הטרפז ABCD :

$$CE = DF = 5, \quad AB = 7, \quad CD = 2$$

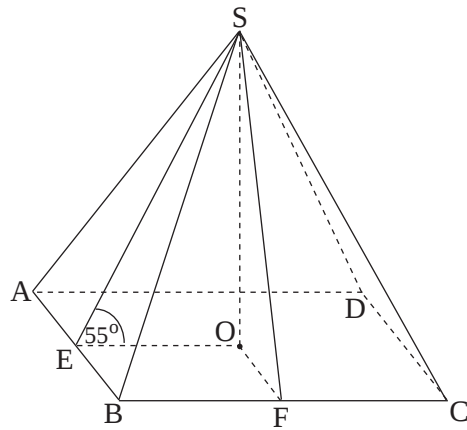
על פי הציור מקבלים:

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(7 + 2) \cdot 5}{2} = 22.5$$

שטח הטרפז הוא:

/המשך בעמוד 7/

שאלה 4



4. הבסיס ABCD של פירמידה ישרה SABCD הוא מלבן (ראה ציור). נתון: $AB = 16$ ס"מ, $BC = 20$ ס"מ, הנקודה E היא אמצע הצלע AB, הנקודה F היא אמצע הצלע BC. הזווית שבין SE לבסיס היא 55° .
- א. חשב את גובה הפירמידה, SO.
- ב. חשב את נפח הפירמידה.
- ג. חשב את $\angle SFO$.
- ד. האם SF שווה באורכו ל-SE? נמק באמצעות חישוב או בדרך אחרת.

תשובה לשאלה 4

א. במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$ מתקיים:

$$\tan 55^\circ = \frac{SO}{EO}$$

$\Downarrow$

$\tan 55^\circ = \frac{SO}{10}$ $EO = \frac{1}{2}BC$, לכן:

$\Downarrow$

$SO = 14.28$ ס"מ אורך הגובה SO הוא:

ב. על פי הנוסחה לנפח פירמידה:

$$V = \frac{AB \cdot BC \cdot SO}{3}$$

$V = \frac{16 \cdot 20 \cdot 14.28}{3} = 1523.2$ סמ"ק נפח הפירמידה SABCD:

ג. במשולש SFO שבו $\angle SOF = 90^\circ$ מתקיים:

$$\tan \angle SFO = \frac{SO}{OF}$$

$\Downarrow$

$\tan \angle SFO = \frac{14.28}{8}$ $OF = \frac{1}{2}AB$, לכן:

$\Downarrow$

$\angle SFO = 60.74^\circ$

המשך תשובה לשאלה 4

ד. דרך I:

במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$ מתקיים:

$$\sin 55^\circ = \frac{14.28}{SE}$$

$$\Downarrow$$

$$SE = \frac{14.28}{\sin 55^\circ} = 17.43 \text{ ס"מ}$$

במשולש SFO שבו $\angle SOF = 90^\circ$ מתקיים:

$$\sin 60.74^\circ = \frac{14.28}{SF}$$

$$\Downarrow$$

$$SF = \frac{14.28}{\sin 60.74^\circ} = 16.36 \text{ ס"מ}$$

לכן: $SE \neq SF$

דרך II:

במשולש SEO שבו $\angle SOE = 90^\circ$

$$EO^2 + SO^2 = SE^2$$

מתקיים משפט פיתגורס:

במשולש SFO שבו $\angle SOF = 90^\circ$

$$FO^2 + SO^2 = SF^2$$

מתקיים משפט פיתגורס:

$$EO = 10, \quad FO = 8$$

מצאנו:

$$SE^2 = SO^2 + 10^2$$

לכן:

$$SF^2 = SO^2 + 8^2$$

$$\Downarrow$$

$$SE \neq SF$$

שאלה 5

בטבלה שלפניך מוצגת התפלגות של כל הציונים בבחינה בהיסטוריה בכיתה י"ב.

הציון	60	70	80	90
מספר התלמידים	7	x	11	1

א. ממוצע הציונים בבחינה זו הוא 72.5. חשב את x.

ב. מהו הציון השכיח בבחינה?

ג. כמה תלמידים נבחנו בבחינה?

ד. מהו חציון הציונים בבחינה? נמק.

ה. בוחרים באקראי תלמיד שנבחן בבחינה.

מהי ההסתברות שהציון שקיבל התלמיד בבחינה הוא 80 או יותר?

תשובה לשאלה 5

א. על פי הנוסחה הממוצע הוא:
$$\frac{60 \cdot 7 + 70x + 80 \cdot 11 + 90 \cdot 1}{1 + 11 + x + 7} = 72.5$$

↓

$$1390 + 70x = 72.5(19 + x)$$

↓

$$x = 5 \text{ תלמידים}$$

מספר התלמידים שקיבלו ציון 70 הוא:

ב. הציון שמספר התלמידים הרב ביותר קיבל הוא 80,

80

לכן הציון השכיח הוא:

ג. מספר התלמידים שנבחנו בבחינה זו: $7 + 5 + 11 + 1 = 24$ תלמידים

ד. מספר התלמידים שנבחנו הוא 24, והוא מספר זוגי

↓

חציון הציונים הוא הציון הממוצע של

התלמיד במקום ה-12 (הציון שלו 70)

ושל התלמיד במקום ה-13 (הציון שלו 80)

↓

$$\frac{70 + 80}{2}$$

↓

75

לכן חציון הציונים הוא:

המשך תשובה לשאלה 5

ה. ההסתברות לקבל בבחינה ציון 80 היא:

ההסתברות לקבל בבחינה ציון 90 היא:

לכן ההסתברות לקבל בבחינה ציון 80 או יותר היא:

$$\frac{11}{24}$$

$$\frac{1}{24}$$

$$\frac{11}{24} + \frac{1}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

/המשך בעמוד 11/

שאלה 6

6. הגובה של קבוצת תלמידים מתפלג נורמלית.

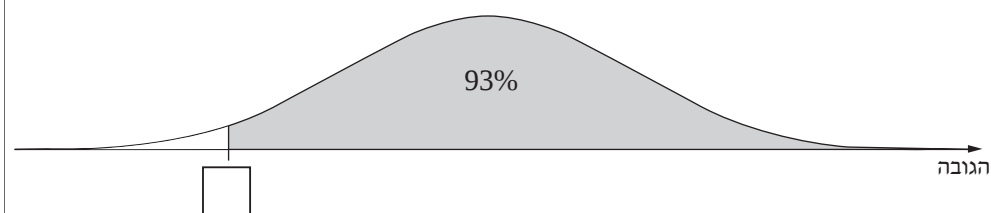
הגובה של 69% מהתלמידים הוא פחות מ-178 ס"מ.

להעתיק: ציור I מציג את התפלגות הגובה של תלמידי בית הספר.

א. (1) מצא את הממוצע של הגבהים בקבוצה זו.

(2) מצא את סטיית התקן של הגבהים בקבוצה זו.

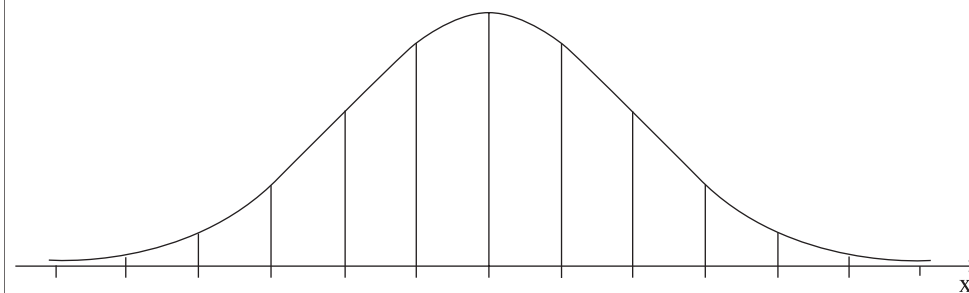
ב. הגרף שלפניך מתאר את ההתפלגות של הגבהים בקבוצה זו.



(1) רשום במשבצת שבציור את הגובה המתאים.

(2) מהו אחוז התלמידים שהגובה שלהם הוא פחות מהגובה שרשמת במשבצת? נמק.

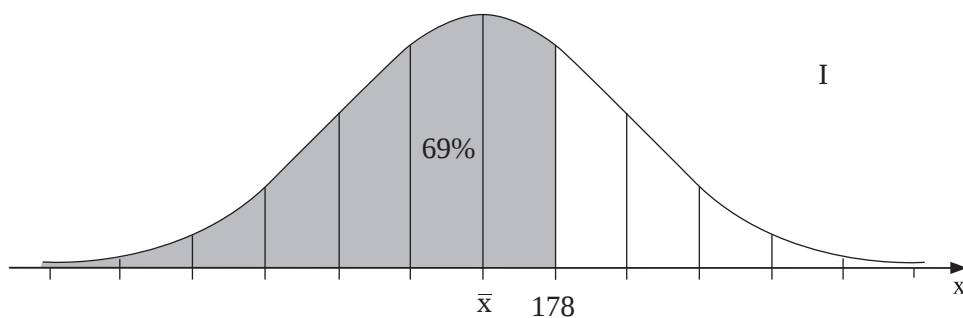
לפניך שלד של גרף ההתפלגות הנורמלית (מדף הנוסחאות). תוכל להיעזר בו בחישוביך.



תשובה לשאלה 6

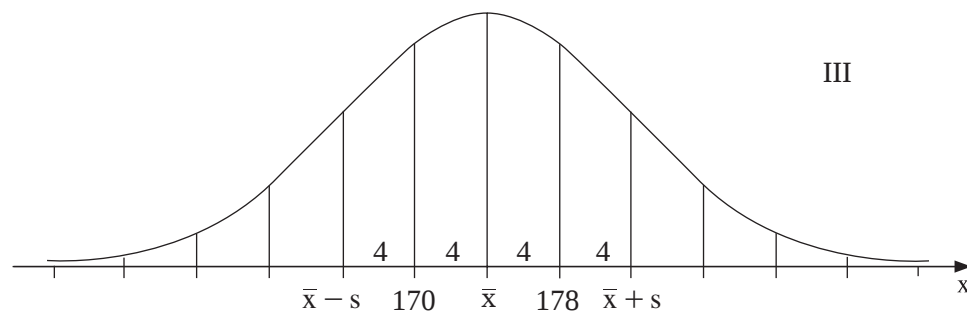
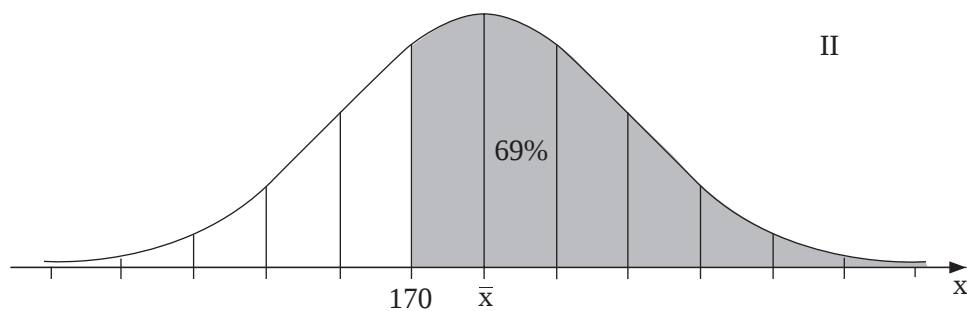
א. (1) 178:

הגובה 178 נמצא במרחק חצי סטיית תקן מימין לממוצע (ראה ציור I).



הגובה 170 נמצא במרחק חצי סטיית תקן משמאל לממוצע (ראה ציור II).

המשך תשובה לשאלה 6



לכן על פי גרף III הממוצע הוא: $\bar{x} = \frac{178 + 170}{2} = 174$ ס"מ

(2) על פי גרף III חצי סטיית התקן היא: $\frac{S}{2} = 4$

↓

$S = 8$ ס"מ

דרך II:

$$\begin{cases} \bar{x} + \frac{S}{2} = 178 \\ \bar{x} - \frac{S}{2} = 170 \end{cases}$$

על פי גרף I: $\bar{x} + \frac{S}{2} = 178$

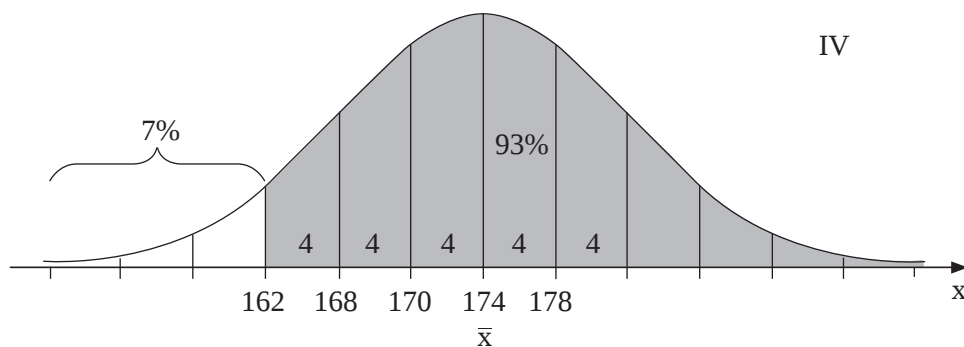
על פי גרף II: $\bar{x} - \frac{S}{2} = 170$

↓

מפתרון מערכת המשוואות מקבלים: $\bar{x} = 174$ ס"מ, $s = 8$ ס"מ

המשך תשובה לשאלה 6

ב. (1) על פי גרף IV הגובה של 93% מהתלמידים הוא יותר מ-162 ס"מ.



(2) על פי גרף IV אחוז התלמידים שהגובה שלהם פחות מ-162 ס"מ הוא: $100\% - 93\% = 7\%$