מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על־יסודיים
מועד הבחינה: חורף תשע"ד
מספר השאלון: **035005**
תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
$33\frac{1}{3}$ נק' — $33\frac{1}{3}\times 1$
פרק שני: הנדסת המישור והסתברות
$66\frac{2}{3}$ נק' — $33\frac{1}{3}\times 2$
100 נק' — סה"כ

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت للمدارس الثّانويّة
موعد الامتحان: شتاء 2014
رقم النّموذج: **035005**
ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

النّموذج "هـ"

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعتان.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج فصلان.
الفصل الأوّل: الجبر
$33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثّاني: الهندسة المستوية والاحتمال
$33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ درجة
المجموع — 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين.
استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! — **نتمنّى لك النّجاح!**

السؤال 1

معطى المستقيمان I وَ II :

I. $a(1-ax)=y$

II. $2(ax-y)+3(x+y)+1=0$

a هو بارامتر.

أ. جد بالنسبة لأيّة قِيَم a :

(1) يتقاطع المستقيمان.

(2) يتوازى المستقيمان.

(3) يتّحد المستقيمان.

ب. في الحالة التي يتوازى فيها المستقيمان، أيّ مستقيم يقع فوق المستقيم الآخر؟ علّل.

جـ. (1) في الحالة التي يتقاطع فيها المستقيمان، عبّر بدلالة a عن الإحداثيّ x لنقطة تقاطع المستقيمين.

(2) معطى أنّ النقطة $(t\ ,\ -2)$ فقط، تقع على المستقيمين المعطيَيْن.
جد قيمة t .

إجابة السؤال 1

أ. (1) المعادلتان المرتّبتان للمستقيمين هما :

I. $a^2x+y=a$

II. $(2a+3)x+y=-1$

يتقاطع المستقيمان عندما يتحقّق :

$$\frac{a^2}{2a+3}\neq 1$$

$$\Updownarrow$$

$$a^2-2a-3\neq 0$$

$$\Updownarrow$$

يتقاطع المستقيمان بالنسبة لِـ: $a\neq 3\ \ ,\ \ a\neq -1$

(2) يتوازى المستقيمان عندما يتحقّق : $\frac{a^2}{2a+3}=1\neq -a$

من حلّ المعادلة التربيعيّة وجدنا أنّ : $a=3\ \ ,\ \ a=-1$

بما أنّ شرط التوازي لا يتحقّق بالنسبة لِـ $a=-1$ ،
فإنّ المستقيمين يتوازيان فقط بالنسبة لِـ: $a=3$

(3) يتّحد المستقيمان عندما يتحقّق : $\frac{a^2}{2a+3}=1=-a$

بما أنّ شرط الاتّحاد لا يتحقّق بالنسبة لِـ $a=3$ ،
فإنّ المستقيمين يتّحدان فقط بالنسبة لِـ : $a=-1$

/ يتبع في صفحة 3 /

تكملة إجابة السؤال 1.

ب. يتوازى المستقيمان بالنسبة لِـ $a=3$ ،

لذلك معادلتا المستقيمين المتوازيين هما: I. $y=-9x+3$

II. $y=-9x-1$

$\Downarrow$

المستقيم I يقطع المحور y في النقطة التي فيها: $y=3$

المستقيم II يقطع المحور y في النقطة التي فيها: $y=-1$

من هنا: المستقيم I فوق المستقيم II

جـ. (1) وجدنا أنّ: I. $a^2x+y=a$ II. $(2a+3)x+y=-1$

$\Downarrow$

عندما يتقاطع المستقيمان يتحقّق: $a^2x-a=(2a+3)x+1 \quad a\neq 3\ ,\ a\neq -1$

$\Updownarrow$

$$x=\frac{1+a}{a^2-2a-3}$$

$\Updownarrow$

$$x=\frac{1+a}{(a-3)(a+1)}$$

$\Downarrow$

بعد قسمة طرفَي المعادلة على $a+1$ ينتج

أنّ الإحداثيّ x لنقطة التقاطع هو: $x=\frac{1}{a-3}$

(2) ينبع من المعطى أنّ المستقيمين يتقاطعان في النقطة: $(-2\ ,\ t)$

نعوّض $x=-2$ في التعبير الذي نتج في البند الفرعيّ "جـ(1)"

بالنسبة للإحداثيّ x لنقطة التقاطع، وينتج: $-2=\frac{1}{a-3}$

$\Updownarrow$

$a=2.5$

$\Downarrow$

معادلة المستقيم I في هذه الحالة هي: $y=-2.5^2x+2.5$

نعوّض في معادلة المستقيم إحداثيّات

نقطة التقاطع: $t=-2.5^2(-2)+2.5$

$\Updownarrow$

$t=15$

/ يتبع في صفحة 4 /

السؤال 2

معطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة أساسها موجب وأصغر من 1 .
مجموع حدود المتوالية بدون الحدّ الأوّل هو 10 .
نُكوِّن متوالية جديدة عن طريق استبدال إشارات الحدود التي في الأماكن الزوجيّة في المتوالية المعطاة.
مجموع حدود المتوالية الجديدة هو 3 .

أ. جد أساس المتوالية المعطاة.

ب. جد بكم ضعف مجموع كلّ حدود المتوالية المعطاة أكبر من مجموع كلّ حدود المتوالية الجديدة.

إجابة السؤال 2

أ. الأساس في المتوالية المعطاة هو: $\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$

في المتوالية الجديدة، إذا كان a_{n+1} سالبًا
عندها a_n موجب أو بالعكس،
لذلك في المتوالية الجديدة يتحقّق: $\frac{-a_{n+1}}{a_n}=-q$ أو $\frac{a_{n+1}}{-a_n}=-q$

$$\Downarrow$$

المتوالية الجديدة هي هندسيّة أساسها $-q$

مجموع حدود المتوالية المعطاة بدون الحدّ الأوّل يحقّق: $\frac{a_2}{1-q}=10$

$$\Downarrow$$

$$\text{I.}\quad \frac{a_1 q}{1-q}=10$$

أساس المتوالية الجديدة هو $-q$ ،
لذلك مجموع حدود المتوالية الجديدة يحقّق: $\frac{a_1}{1+q}=3$

$$\Downarrow$$

$$a_1=3(1+q)$$

نعوّض $a_1=3(1+q)$ في المعادلة I وينتج: $\frac{3(1+q)\cdot q}{1-q}=10$

$$\Downarrow$$

$$3q^2+13q-10=0$$

$$\Downarrow$$

بما أنّ $q>0$ ، ينتج: $q=\frac{2}{3}$

/ يتبع في صفحة 5 /

تكملة إجابة السؤال 2.

ب. مجموع حدود المتوالية المعطاة هو: $S_I = \frac{a_1}{1-q} = \frac{a_1}{1-\frac{2}{3}}$

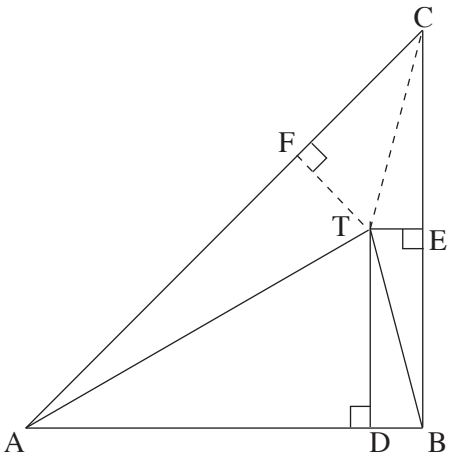
مجموع حدود المتوالية الجديدة هو: $S_{II} = \frac{a_1}{1+q} = \frac{a_1}{1+\frac{2}{3}}$

من هنا: $\frac{S_I}{S_{II}} = \frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = 5$

/ يتبع في صفحة 6 /

السؤال 3

في المثلّث القائم الزاوية ABC معطى أنّ:
$\sphericalangle ABC = 90^o$, $AB = BC$.
النقطة T تقع داخل المثلّث
بحيث $\sphericalangle TAB = 30^o$ وَ $AT = AB$.
مرّروا عبر النقطة T عمودًا على الضلع AB
وعمودًا على الضلع BC .
العمودان يقطعان الضلعين في النقطة D
وفي النقطة E بالتلاؤم (انظر الرسم).



أ. (1) برهن أنّ $TD = \frac{1}{2}AT$.

(2) برهن أنّ $TD = \frac{1}{2}BC$.

ب. برهن أنّ $TB = TC$.

جـ. مرّروا عبر النقطة T عمودًا على الضلع AC . العمود يقطع الضلع AC في النقطة F .
برهن أنّ $\triangle ATD \sim \triangle CTF$.

إجابة السؤال 3

أ. (1) حسب المعطى: $\sphericalangle TAB = 30^o$, $\sphericalangle ADT = 90^o$

$\Downarrow$

$TD = \frac{1}{2}AT$ في المثلّث القائم الزاوية، الضلع القائم المقابل لزاوية 30^o يساوي نصف الوتر

(2) حسب المعطى: $AB = BC$, $AT = AB$

$\Downarrow$

$AT = BC$

$\Downarrow$

وجدنا أنّ $TD = \frac{1}{2}AT$ ، لذلك: $TD = \frac{1}{2}BC$

ب. حسب المعطى: $\sphericalangle TEB = 90^o$, $TDB = 90^o$, $\sphericalangle DBE = 90^o$

$\Downarrow$

الشكل الرباعيّ TEBD هو مستطيل

$\Downarrow$

$TD = EB$

$\Downarrow$

وجدنا أنّ $TD = \frac{1}{2}BC$ ، لذلك: $EB = \frac{1}{2}BC$

$\Downarrow$

TE هو ارتفاع ومستقيم متوسّط للضلع BC في المثلّث TCB

$\Downarrow$

$TB = TC$ إذا كان الارتفاع مستقيمًا متوسّطًا في المثلّث عندها المثلّث هو متساوي الساقين

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 3.

جـ. في المثلّث المتساوي الساقين ATB

يتحقّق حسب المعطيات: $\sphericalangle ATB = \sphericalangle ABT = \frac{180 - 30^o}{2} = 75^o$ مجموع زوايا المثلّث هو 180^o

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle TBC = 90^o - 75^o = 15^o$$

$$\Downarrow$$

في المثلّث المتساوي الساقين TBC $(TB = TC)$ يتحقّق: $\sphericalangle TBC = \sphericalangle TCB = 15^o$

في المثلّث القائم الزاوية والمتساوي الساقين ABC يتحقّق: $\sphericalangle ACB = 45^o$

من هنا: $\sphericalangle FCT = \sphericalangle ACB - \sphericalangle TCB$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle FCT = 45^o - 15^o = 30^o$$

$\sphericalangle CFT = 90^o$ حسب المعطى

بما أنّه في المثلّث ATD يوجد أيضًا زاويتان مقدارهما 30^o وَ 90^o ، لذلك: $\triangle ATD \sim \triangle CTF$ حسب ز.ز.

/ يتبع في صفحة 8 /

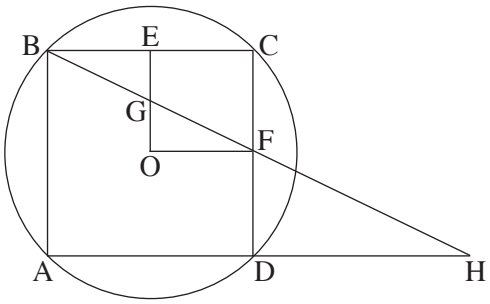
السؤال 4

المربّع ABCD محصور داخل دائرة مركزها O .

النقطة F تقع على الضلع CD

والنقطة E تقع على الضلع BC

بحيث $OF \perp CD$ وَ $OE \perp BC$ (انظر الرسم).



أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ ECFO هو مربّع.

ب. المستقيم BF يقطع OE في النقطة G (انظر الرسم).

برهن أنّ $EG = GO$.

جـ. امتداد AD يلتقي مع امتداد BF في النقطة H (انظر الرسم).

(1) برهن أنّ $\triangle BCF \cong \triangle HDF$.

(2) جد النسبة $\frac{EG}{DH}$.

إجابة السؤال 4

أ. حسب المعطى: $OE \perp BC \ , \ OF \perp CD$

$\Downarrow$

$EC = \frac{1}{2}BC \ , \ FC = \frac{1}{2}DC$ نصف قطر معامد لوتر ينصّف الوتر

$BC = DC$ ضلعان في مربّع

$\Downarrow$

$EC = FC$

$\sphericalangle OEC = 90^o \ , \ \sphericalangle OFC = 90^o \ , \ \sphericalangle ECD = 90^o$ حسب المعطى

من هنا: ECFO مربّع جميع الزوايا تساوي 90^o والضلعان المتجاوران متساويان

ب. $EC = OF$ ضلعان في مربّع

وجدنا أنّ: $EC = BE$

من هنا: $OF = BE$

$\sphericalangle GOF = 90^o$ زاوية في مربّع

$\sphericalangle BEG = 90^o$ حسب المعطى

$BC \parallel OF$ ضلعان متقابلان في مربّع

$\Downarrow$

$\sphericalangle EBG = \sphericalangle GFO$ زاويتان متبادلتان بين متوازيين

من هنا: $\Delta BEG \cong \Delta FOG$ حسب ز.ض.ز.

$\Downarrow$

$EG = GO$

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. (1) وجدنا في البند "أ" أنّ $FC=\frac{1}{2}DC$ ، لذلك: $FC=FD$

$\sphericalangle FCB=\sphericalangle FDH=90^o$ حسب المعطى

$\sphericalangle CFB=\sphericalangle HFD$ زاويتان متقابلتان بالرأس

من هنا: $\triangle BCF\cong\triangle HDF$ حسب ز.ض.ز.

(2) برهنّا في البند "ب" أنّ: $EG=\frac{1}{2}EO$

$EO=CF$ ضلعان في مربّع

$\Downarrow$

$EG=\frac{1}{2}FC$

وجدنا في البند "أ" أنّ: $FC=\frac{1}{2}CD$

$\Downarrow$

$FC=\frac{1}{2}BC$ لأنّ $CD=BC$

$\Downarrow$

من هنا: $EG=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}BC)$

$\Downarrow$

$BC=DH$ حسب التطابق الذي

في البند الفرعيّ "جـ(1)"، لذلك: $EG=\frac{1}{4}DH$

$\Downarrow$

$\frac{EG}{DH}=\frac{1}{4}$

/ يتبع في صفحة 10 /

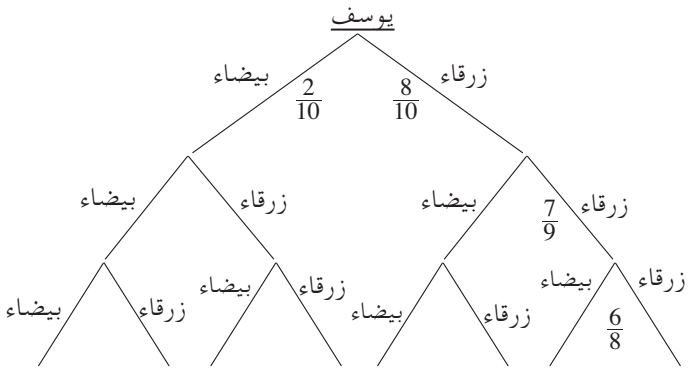
السؤال 5

أ. توجد في جرّة يوسف 8 كرات زرقاء وكرتان بيضاوان.
يُخرِج يوسف عشوائيًّا من الجرّة 3 كرات الواحدة تلو الأخرى بدون إعادة.
تملك هدى 3 جِرار. توجد في كلّ واحدة من الجرار 8 كرات زرقاء وكرتان بيضاوان.
تُخرِج هدى عشوائيًّا كرة واحدة من كلّ جرّة.
أيّ احتمال هو الأكبر: الاحتمال بأن تكون جميع الكرات الـ 3 التي أخرجها يوسف زرقاء
أم الاحتمال بأن تكون جميع الكرات الـ3 التي أخرجتها هدى زرقاء؟ علّل.

ب. معلوم أنّه من بين الكرات الـ3 التي أخرجتها هدى من الجرار الثلاث كانت على الأقلّ كرتان زرقاوان.
ما هو الاحتمال بأن تكون جميع الكرات الـ 3 التي أخرجتها هدى زرقاء؟

إجابة السؤال 5

أ.



حسب مخطّط الشجرة الاحتمال بأن يُخرِج يوسف 3 كرات زرقاء من الجرّة هو: $\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}=0.467$

الاحتمال بأن تكون الكرات الثلاث التي تُخرجِها هدى زرقاء هو: $\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}=0.512$

$0.512 > 0.467$

$\Downarrow$

احتمال هدى هو الأكبر

/ يتبع في صفحة 11 /

تكملة إجابة السؤال 5.

ب. الاحتمال بأن تُخرِج هدى على الأقلّ كرتين زرقاوين هو: $P(\text{على الأقلّ كرتين زرقاوين}) = P(\text{كرتين زرقاوين}) + P(\text{3 كرات زرقاء})$

$$P(\text{على الأقلّ كرتين زرقاوين}) = \frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{2}{10} + \frac{8}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10} + \frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10} + \frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10} = \frac{112}{125}$$

$$\Downarrow$$

$$P(\text{3 كرات زرقاء} \,/\, \text{على الأقلّ كرتين زرقاوين}) = \frac{P(\text{على الأقلّ كرتين زرقاوين} \cap \text{3 كرات زرقاء})}{P(\text{على الأقلّ كرتين زرقاوين})} = \frac{\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{8}{10}}{\frac{112}{125}} = \frac{4}{7}$$

/ يتبع في صفحة 12 /

السؤال 6

من أجل فحص إذا كانت الدورة التحضيريّة لامتحان البسيخومتري تساعد في النجاح في الامتحان بعلامة أعلى من 600 ، أُجري استطلاع للرأي في مجموعة كبيرة من الطلّاب الجامعيّين. اشترك نصف الطلّاب الجامعيّين في دورة تحضيريّة، ونصفهم لم يشترك.

وُجد أنّ 60% من الطلّاب الجامعيّين الذين تعلّموا الدورة التحضيريّة نجحوا في امتحان البسيخومتري بعلامة أعلى من 600 ، وحصل الباقي على علامة أقلّ من 600.

75% من الذين نجحوا في الامتحان البسيخومتري بعلامة أعلى من 600 ، تعلّموا الدورة التحضيريّة.

أ. هل يمكن أن يساعد تعلُّم الدورة التحضيريّة في الحصول على علامة أعلى من 600 في الامتحان البسيخومتري؟ علّل.

ب. سامية شاركت في الاستطلاع. تعلّمت سامية في المدرسة الثانويّة رياضيّات بمستوى 5 وحدات تعليميّة، وكان معدّل علاماتها في البجروت أعلى من تسعين.

معلوم أنّ 25% من الطلّاب الجامعيّين الذين شاركوا في الاستطلاع ونجحوا في الامتحان البسيخومتري بعلامة أعلى من 600 ، حالهم كحال سامية.

30% من الطلّاب الجامعيّين الذين شاركوا في الاستطلاع حالهم كحال سامية.

حدِّد أيّ الأمرَيْن أرجح: حصلت سامية في الامتحان البسيخومتري على علامة أعلى من 600 أم حصلت سامية في الامتحان على علامة أقلّ من 600 . علّل بواسطة حسابات ملائمة.

إجابة السؤال 6

نرمز: A — مجموعة المشتركين في الدورة التحضيريّة

B — مجموعة الذين ينجحون بعلامة أعلى من 600

أ. حسب المعطى: $P(A/B)=0.75$ $P(B/A)=0.6$ $P(A)=0.5$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=0.75 \qquad \frac{P(A\cap B)}{0.5}=0.6$$

$$\Downarrow$$

$$P(B)=0.4$$

$$0.6>0.4$$

$$\Downarrow$$

$$P(B/A)>P(B)$$

$$\Downarrow$$

تعلُّم الدورة التحضيريّة يمكنه أن يساعد في

الحصول على علامة أعلى من 600

يتبع في صفحة 13 /

تكملة إجابة السؤال 6.

ب. نرمز: D — مجموعة الطلّاب الذين حالهم كحال سامية

حسب المعطى: $P(D)=0.3$ ، $P(D/B)=0.25$

$$\Downarrow$$

$$P(D\cap B)=P(B)\cdot 0.25=0.4\times 0.25=0.1$$

$$\frac{P(D\cap B)}{P(D)}=\frac{0.1}{0.3}=\frac{1}{3}$$

$$\Downarrow$$

من بين الذين حالهم كحال سامية

$\frac{1}{3}$ فقط نجحوا بعلامة أعلى من 600

$$\Downarrow$$

الأرجح أنّ سامية حصلت على علامة أقلّ من 600

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.