

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מ ת מ ט י ק ה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה	—	$33 \frac{1}{3} \times 1$	—	$33 \frac{1}{3}$	נקודות
פרק שני	—	הנדסת המישור והסתברות	—	$33 \frac{1}{3} \times 2$	—	$66 \frac{2}{3}$	נקודות
סה"כ	—		—		—	100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1

נתונה מערכת המשוואות $3x - y + a - 1 = 0$, $x - y + 3a + 3 = 0$, a הוא פרמטר.

- א. הבע את הפתרון של מערכת המשוואות באמצעות a .
- ב. (1) מצא את הערכים של a שעבורם פתרון המערכת נמצא על ציר ה- x או על ציר ה- y .
 (2) רשום את פתרונות המערכת שנמצאים על הצירים.
- ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של a הפתרון של המערכת מקיים $x \cdot y < 0$.
 (2) האם הפתרון של המערכת יכול להימצא ברביע השני? נמק.

תשובה לשאלה 1

$$\begin{cases} 3x - y + a - 1 = 0 \\ x - y + 3a + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{א.}$$

נחסיר את המשוואה התחתונה מהעליונה, ונקבל:

$$2x - 2a - 4 = 0$$

$\Downarrow$

$$x = a + 2$$

$\Downarrow$

$$y = 4a + 5$$

נציב באחת המשוואות, ונקבל:

$$(a + 2, 4a + 5)$$

הפתרון:

המשך תשובה לשאלה 1.

ב. (1) על ציר ה־x :

$$y = 0$$

$$\Downarrow$$

$$4a + 5 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a = -\frac{5}{4}$$

על ציר ה־y :

$$x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a + 2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a = -2$$

הערכים של a שעבורם פתרון המערכת נמצא על ציר ה־x או על ציר ה־y :

$$a = -2 \text{ או } a = -\frac{5}{4}$$

(2) על ציר ה־x :

$$x = a + 2$$

$$a = -\frac{5}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

על ציר ה־y :

$$y = 4a + 5$$

$$a = -2$$

$$\Downarrow$$

$$y = -3$$

$$(0, -3)$$

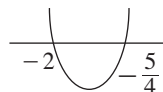
המשך תשובה לשאלה 1.

ג. (1) $x \cdot y < 0$

$\Downarrow$

$(a + 2)(4a + 5) < 0$

ניעזר בגרף פרבולה



$-2 < a < -\frac{5}{4}$

(2) ברביע השני מתקיים: $\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} a + 2 < 0 \\ 4a + 5 > 0 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} a < -2 \\ a > -\frac{5}{4} \end{cases}$

אין אף ערך של a המקיים את האילוצים האלו, לכן פתרון המערכת לא יכול להימצא ברביע השני.

שאלה 2

סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 7n + P \end{cases}$, P הוא פרמטר.

א. (1) הבע את a_2 ואת a_3 באמצעות P .

(2) הראה שהסדרה a_n אינה סדרה חשבונית.

ב. מגדירים סדרה חדשה $b_n = 2a_n - 7n^2$.

הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ג. נתון: $b_2 - b_1 = 3$.

(1) חשב את P .

(2) חשב את a_{20} .

תשובה לשאלה 2

א. (1) נציב $n = 1$ בכלל הנסיגה, ונקבל:

$$a_2 = a_1 + 7 \cdot 1 + P$$

$\Downarrow$

$$a_2 = 11 + P$$

נציב $n = 2$ בכלל הנסיגה, ונקבל:

$$a_3 = a_2 + 7 \cdot 2 + P$$

$\Downarrow$

$$a_3 = 25 + 2P$$

(2) כדי להראות שהסדרה אינה חשבונית,

מספיק להציג שני זוגות של איברים עוקבים,

שהפרש בין איברי כל זוג הוא שונה.

נחשב את ההפרשים:

$$\text{I. } a_3 - a_2 = 25 + 2P - (11 + P) = 14 + P$$

$$\text{II. } a_2 - a_1 = 11 + P - 4 = 7 + P$$

$$7 + P \neq 14 + P$$

לכן הסדרה a_n אינה סדרה חשבונית לכל P .

המשך תשובה לשאלה 2.

$$b_n = 2a_n - 7n^2 \quad \text{ב.}$$

$$b_{n+1} = 2a_{n+1} - 7(n+1)^2$$

$$b_{n+1} - b_n = 2a_{n+1} - 7(n^2 + 2n + 1) - 2a_n + 7n^2 = \quad \text{נבדוק הפרש:}$$

$$= 2(a_{n+1} - a_n) - 14n - 7 = 2(7n + P) - 14n - 7 = 2P - 7$$

ההפרש קבוע (כלומר לא תלוי ב- n), לכן הסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

$$b_2 - b_1 = 3 \quad \text{ג. (1)}$$

$\Downarrow$

הפרש הסדרה b_n שווה ל-3

$\Downarrow$

$$2P - 7 = 3$$

$\Downarrow$

$$P = 5$$

(2) ראשית נחשב את b_{20} .

$$b_1 = 2 \cdot a_1 - 7 \cdot 1^2 = 1$$

$$d = 3$$

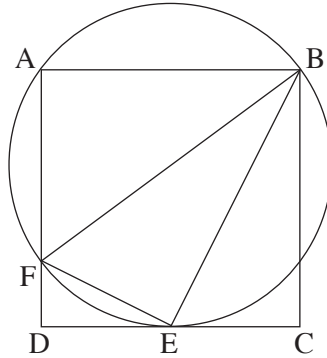
$$b_{20} = 1 + 3 \cdot 19 = 58$$

$$b_{20} = 2 \cdot a_{20} - 7 \cdot 20^2$$

$\Downarrow$

$$a_{20} = 1429$$

שאלה 3



- נתון ריבוע ABCD ונתון מעגל.
הקדקודים A ו-B של הריבוע נמצאים על המעגל.
הצלע DC משיקה למעגל בנקודה E.
הצלע AD חותכת את המעגל בנקודה F (ראה ציור).
א. הוכח: $\triangle EDF \sim \triangle BEF$.
ב. נתון: האורך של רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.
 $FD = 2$ ס"מ.
חשב את האורך של EF.
ג. חשב את האורך של צלע הריבוע הנתון.

תשובה לשאלה 3

- א. $\angle FDE = 90^\circ$ ABCD הוא ריבוע.
 $\angle BAF = 90^\circ$ ABCD הוא ריבוע.
 $\downarrow$
זווית היקפית בת 90° נשענת על קוטר. FB קוטר
 $\downarrow$
זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה. $\angle FEB = 90^\circ$
 $\downarrow$
 $\angle FDE = \angle FEB$
 $\angle FBE = \angle FED$ זווית בין משיק ומיתר.
 $\downarrow$
על פי ז.ז. $\triangle EDF \sim \triangle BEF$

ב. מהדמיון בסעיף א נובע: $\frac{FD}{EF} = \frac{EF}{BF}$

נתון: $FD = 2$ ס"מ

ראינו ש-BF הוא קוטר, לכן: $BF = 2 \cdot 5 = 10$ ס"מ

$\downarrow$

$EF^2 = BF \cdot FD = 20$

$\downarrow$

$EF = \sqrt{20}$ ס"מ

המשך תשובה לשאלה 3.

$$AF = x$$

ג. נסמן

$\Downarrow$

$$AB = AD = x + 2$$

$$(x + 2)^2 + x^2 = 10^2 \quad \text{לפי משפט פיתגורס ב-} \triangle AFB :$$

$\Downarrow$

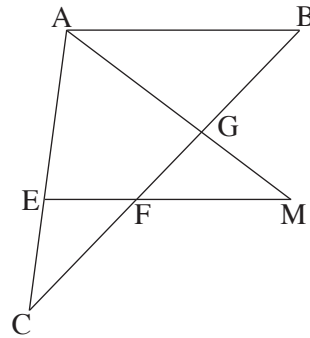
$$x = 6$$

$\Downarrow$

$$AB = x + 2 = 8 \text{ ס"מ}$$

האורך של צלע הריבוע 8 ס"מ.

שאלה 4



נתון משולש ABC.

הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AC ו-BC

בהתאמה כך ש- $EF \parallel AB$.

הנקודה G נמצאת על הצלע BC.

המשכי הקטעים EF ו-AG נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נתון: $\angle AGC = \angle AEM$

$$CF = FM$$

א. הוכח כי $\triangle EFC \cong \triangle GFM$.

ב. הוכח כי $\triangle GBA \sim \triangle GFM$.

ג. נתון גם: $EF = 6$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ, $\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$.

מצא את האורך של BC.

תשובה לשאלה 4

א. נתון: $\angle AGC = \angle AEM$

$$\angle FGM = 180^\circ - \angle AGC = 180^\circ - \angle AEM = \angle FEC$$

$\Downarrow$

$$\angle FGM = \angle FEC \quad \text{זוויות צמודות משלימות זו את זו ל-} 180^\circ.$$

$$\angle EFC = \angle GFM \quad \text{זוויות קדקודיות שוות זו לזו.}$$

$\Downarrow$

$$\angle ECF = \angle GMF \quad \text{סכום הזוויות במשולש הוא } 180^\circ.$$

$$CF = FM$$

נתון:

$\Downarrow$

$$\triangle EFC \cong \triangle GFM \quad \text{על פי ז.צ.ז.}$$

ב. $\angle AGB = \angle FGM$ זוויות קדקודיות שוות זו לזו.

$$EF \parallel AB$$

נתון:

$\Downarrow$

$$\angle ABG = \angle GFM \quad \text{אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי,}$$

אז כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.

$\Downarrow$

$$\triangle GBA \sim \triangle GFM \quad \text{על פי ז.ז.}$$

המשך תשובה לשאלה 4.

$$EF = FG = 6 \text{ ס"מ}$$

ג. מהחפיפה בסעיף א נובע:

$$\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$$

נתון:

$$AB = 15 \text{ ס"מ}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{GB} = \frac{FM}{15}$$

מהדמיון בסעיף ב נובע:

$\Downarrow$

$$GB = 9 \text{ ס"מ}$$

$$FM = 10 \text{ ס"מ}$$

$$CF = FM$$

נתון:

$$BC = CF + FG + GB = 10 + 6 + 9 = 25 \text{ ס"מ}$$

לכן:

שאלה 5

קבוצה של 4 קלעים חובבים זורקים חצים למטרה. ההסתברות של כל אחד מן הקלעים לפגוע במטרה בזריקת חץ היא 0.6.

א. כל 4 הקלעים זורקים חץ למטרה. מהי ההסתברות שהקלע הראשון והקלע השלישי יפגעו במטרה, ואילו הקלע השני והקלע הרביעי לא יפגעו במטרה?

ב. קלע מיומן הצטרף לקבוצה. ההסתברות של הקלע המיומן לפגוע במטרה היא 0.9. כל 5 הקלעים זורקים חץ למטרה.

(1) מהי ההסתברות ש-2 מ-4 הקלעים החובבים יפגעו במטרה וגם הקלע המיומן יפגע במטרה?

(2) מהי ההסתברות ש-3 מ-4 הקלעים החובבים יפגעו במטרה, והקלע המיומן לא יפגע במטרה?

(3) מהי ההסתברות ש-3 מ-5 הקלעים יפגעו במטרה?

תשובה לשאלה 5

א. נתון: $P(\text{לפגוע}) = 0.6$

$\Downarrow$

$P(\text{לא לפגוע}) = 0.4$

$$P\left(\begin{array}{l} \text{הראשון והשלישי יפגעו} \\ \text{והשני והרביעי לא יפגעו} \end{array}\right) = 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.0576$$

ב. (1) נתון: $P(\text{מיומן יפגע}) = 0.9$

$$P\left(\begin{array}{l} \text{2 מ-4 יפגעו} \\ \text{וגם המיומן יפגע} \end{array}\right) = \binom{4}{2} \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2 \cdot 0.9 = 0.31104$$

(2) $P(\text{מיומן לא יפגע}) = 0.1$

$$P\left(\begin{array}{l} \text{3 מ-4 יפגעו} \\ \text{והמיומן לא יפגע} \end{array}\right) = \binom{4}{3} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4 \cdot 0.1 = 0.03456$$

(3) ההסתברות המבוקשת היא סכום שתי ההסתברויות שחישבנו:

$$P\left(\begin{array}{l} \text{3 מ-5 יפגעו} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{l} \text{2 מ-4 יפגעו} \\ \text{וגם המיומן יפגע} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{l} \text{3 מ-4 יפגעו} \\ \text{והמיומן לא יפגע} \end{array}\right) = 0.31104 + 0.03456 = 0.3456$$

שאלה 6

רשת מזון גדולה מזמינה ביצים משלושה סוגים: ביצים רגילות, ביצים אורגניות וביצים מועשרות.

במעקב אחר הסחורה המוזמנת נמצא כי בחודש מסוים 6% מכלל הביצים שהוזמנו היו סדוקות.

$\frac{2}{3}$ מן הביצים הסדוקות היו רגילות.

$\frac{1}{15}$ מן הביצים הרגילות היו סדוקות.

מספר הביצים האורגניות שהוזמנו באותו חודש היה גדול פי 4 ממספר הביצים המועשרות

שהוזמנו.

א. מצא את אחוז הביצים שהוזמנו באותו חודש מכל אחד מן הסוגים.

ב. במעקב אחר הסחורה נמצא גם כי $\frac{31}{32}$ מן הביצים האורגניות לא היו סדוקות.

קבע אם יש קשר סטטיסטי בין שלמות הביצה (סדוקה או לא סדוקה) ובין

שני סוגי הביצים: ביצים אורגניות או ביצים מועשרות (בלי הביצים הרגילות). נמק.

תשובה לשאלה 6

א. נסמן: A_1 — ביצה רגילה

A_2 — ביצה אורגנית

A_3 — ביצה מועשרת

B — ביצה סדוקה

I נתונים: $P(B) = 0.06$

II $P(A_1 / B) = \frac{2}{3}$

III $P(B / A_1) = \frac{1}{15}$

IV $P(A_2) = 4P(A_3)$

מתקיים: $P(A_1 / B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$

$\Downarrow$

מ-I, II: $P(A_1 \cap B) = \frac{2}{3} \cdot 0.06 = 0.04$

המשך תשובה לשאלה 6.

$$P(B / A_1) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(A_1)} \quad \text{מתקיים:}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A_1) = \frac{0.04}{1/15} = 0.6 \quad \text{מ- III:}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2) + P(A_3) = 1 - P(A_1) = 0.4$$

$$P(A_2) = 4P(A_3) \quad \text{מ- IV:}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2) = 0.32$$

$$P(A_3) = 0.08$$

באותו חודש הוזמנו 60% ביצים רגילות, 32% ביצים אורגניות ו- 8% ביצים מועשרות.

$$P(\bar{B} / A_2) = \frac{31}{32} \quad \text{ב. נתון גם:}$$

אם $\frac{31}{32}$ מהביצים האורגניות לא היו סדוקות, אז $\frac{1}{32}$ מהביצים האורגניות היו סדוקות.

$$\Downarrow$$

$$P(B / A_2) = \frac{1}{32}$$

$$P(B / A_2) = \frac{P(A_2 \cap B)}{P(A_2)} \quad \text{מתקיים:}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2 \cap B) = 0.32 \cdot \frac{1}{32} = 0.01$$

$$P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) = P(B) \quad \text{מתקיים:}$$

$$\Downarrow$$

$$P(A_3 \cap B) = 0.06 - 0.04 - 0.01 = 0.01$$

$$P(B / A_2) \stackrel{?}{=} P(B / A_3) \quad \text{נבדוק קשר סטטיסטי:}$$

$$\frac{0.01}{0.32} \neq \frac{0.01}{0.08}$$

לכן יש קשר סטטיסטי בין שלמות הביצה ובין שני סוגי הביצים: ביצים אורגניות או ביצים מועשרות.