מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על־יסודיים

מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב'**

מספר השאלון: **035005**

תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: אלגברה

$33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נק'

פרק שני: הנדסת המישור והסתברות

$33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נק'

סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
   הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
   חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
   שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ב ה צ ל ח ה!

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت للمدارس الثّانويّة

موعد الامتحان: 2013، **الموعد "ب"**

رقم النّموذج: **035005**

ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

النّموذج "هـ"

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعتان.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج فصلان.

الفصل الأوّل: الجبر

$33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ درجة

الفصل الثّاني: الهندسة المستوية والاحتمال

$33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ درجة

المجموع — 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:

1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
   فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.
   عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين.
   استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

نتمنّى لك النّجاح!

السؤال 1

معطاة هيئة المعادلات $3x-y+a-1=0$
$x-y+3a+3=0$ ، a هو بارامتر.

أ. عبّر عن حلّ هيئة المعادلات بدلالة a.

ب. (1) جد قيَم a التي يتواجد بالنسبة لها حلّ هيئة المعادلات على المحور x أو على المحور y.

(2) اكتب حلول هيئة المعادلات، التي تتواجد على المحورين.

جـ. (1) جد بالنسبة لأيّة قيَم a يحقّق حلّ هيئة المعادلات $x\cdot y<0$.

(2) هل يمكن أن يتواجد حلّ هيئة المعادلات في الربع الثاني؟ علّل.

إجابة السؤال 1

أ.
$$\begin{cases}3x-y+a-1=0\\x-y+3a+3=0\end{cases}$$

نطرح المعادلة السفليّة من العلويّة، وينتج: $2x-2a-4=0$

$$\Downarrow$$
$$x=a+2$$
$$\Downarrow$$

نعوّض في إحدى المعادلتين، وينتج: $y=4a+5$

الحلّ: $(a+2\,,\,4a+5)$

/ يتبع في صفحة 3 /

تكملة إجابة السؤال 1.

ب. (1) على المحور x :

$$y = 0$$
$$\Downarrow$$
$$4a + 5 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$a = -\frac{5}{4}$$

على المحور y :

$$x = 0$$
$$\Downarrow$$
$$a + 2 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$a = -2$$

قِيَم a التي بالنسبة لها حلّ هيئة المعادلات يتواجد على المحور x أو على المحور y :

$$a = -\frac{5}{4} \quad \text{أو} \quad a = -2$$

(2) على المحور x :

$$x = a + 2$$
$$a = -\frac{5}{4}$$
$$\Downarrow$$
$$x = \frac{3}{4}$$
$$(\frac{3}{4}, 0)$$

على المحور y :

$$y = 4a + 5$$
$$a = -2$$
$$\Downarrow$$
$$y = -3$$
$$(0, -3)$$

/ يتبع في صفحة 4 /

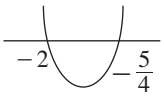
تكملة إجابة السؤال 1.

جـ. (1) $x \cdot y < 0$

$$\Downarrow$$

$$(a+2)(4a+5) < 0$$

نستعين بالرسم البيانيّ للقطع المكافئ



$$-2 < a < -\frac{5}{4}$$

(2) في الربع الثاني يتحقّق:

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a+2 < 0 \\ 4a+5 > 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} a < -2 \\ a > -\frac{5}{4} \end{cases}$$

لا توجد أيّة قيمة لِـ a تحقّق هذين الاضطرارين، لذلك حلّ هيئة المعادلات لا يمكن أن يتواجد في الربع الثاني.

/ يتبع في صفحة 5 /

السؤال 2

متوالية معرَّفة بواسطة الدستور التراجعيّ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 7n + P \end{cases}$ ، P هو بارامتر.

أ. (1) عبّر عن a_2 وعن a_3 بدلالة P.

(2) بيّن أنّ المتوالية a_n ليست متوالية حسابيّة.

ب. نُعرِّف متوالية جديدة $b_n = 2a_n - 7n^2$.

برهن أنّ المتوالية b_n هي متوالية حسابيّة.

جـ. معطى أنّ: $b_2 - b_1 = 3$.

(1) احسب P.

(2) احسب a_{20}.

إجابة السؤال 2

أ. (1) نعوّض $n = 1$ في الدستور التراجعيّ، وينتج: $a_2 = a_1 + 7 \cdot 1 + P$

$$\Downarrow$$

$$a_2 = 11 + P$$

نعوّض $n = 2$ في الدستور التراجعيّ، وينتج: $a_3 = a_2 + 7 \cdot 2 + P$

$$\Downarrow$$

$$a_3 = 25 + 2P$$

(2) لنبيّن أنّ المتوالية ليست حسابيّة، يكفي عرض زوجَي حدود متتالية، الفرق بين حدَّي كلّ زوج مختلف.

نحسب الفروق:

I. $a_3 - a_2 = 25 + 2P - (11 + p) = 14 + P$

II. $a_2 - a_1 = 11 + P - 4 = 7 + P$

$$7 + P \neq 14 + P$$

لذلك المتوالية a_n ليست متوالية حسابيّة لكلّ P.

/ يتبع في صفحة 6 /

تكملة إجابة السؤال 2.

ب.

$$b_n = 2a_n - 7n^2$$

$$b_{n+1} = 2a_{n+1} - 7(n+1)^2$$

نفحص الفرق: $b_{n+1} - b_n = 2a_{n+1} - 7(n^2 + 2n + 1) - 2a_n + 7n^2 =$

$$= 2(a_{n+1} - a_n) - 14n - 7 = 2(7n + P) - 14n - 7 = 2P - 7$$

الفرق ثابت (أي أنّه لا يتعلّق بِـ n)، لذلك المتوالية b_n هي متوالية حسابيّة.

جـ. (1)

$$b_2 - b_1 = 3$$

$$\Downarrow$$

فرق المتوالية b_n يساوي 3

$$\Downarrow$$

$$2P - 7 = 3$$

$$\Downarrow$$

$$P = 5$$

(2) نحسب أوّلاً b_{20}.

$$b_1 = 2 \cdot a_1 - 7 \cdot 1^2 = 1$$

$$d = 3$$

$$b_{20} = 1 + 3 \cdot 19 = 58$$

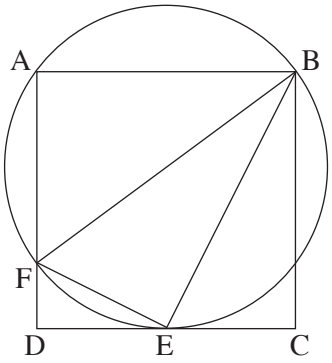
$$b_{20} = 2 \cdot a_{20} - 7 \cdot 20^2$$

$$\Downarrow$$

$$a_{20} = 1429$$

/ يتبع في صفحة 7 /

السؤال 3



معطى المربّع ABCD ومعطاة دائرة.

الرأسان A وَ B للمربّع موجودان على محيط الدائرة.

الضلع DC يمسّ الدائرة في النقطة E .

الضلع AD يقطع الدائرة في النقطة F (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ: $\Delta EDF \sim \Delta BEF$.

ب. معطى أنّ: طول نصف قطر الدائرة هو 5 سم

$FD = 2$ سم

احسب طول EF .

جـ. احسب طول ضلع المربّع المعطى.

إجابة السؤال 3

أ.

$\sphericalangle FDE = 90^o$ ABCD هو مربّع.

$\sphericalangle BAF = 90^o$ ABCD هو مربّع.

$\Downarrow$

FB قطر في الدائرة زاوية محيطيّة مقدارها 90^o تستند على قطر الدائرة.

$\Downarrow$

$\sphericalangle FEB = 90^o$ الزاوية المحيطيّة التي تستند على قطر الدائرة هي زاوية قائمة.

$\Downarrow$

$\sphericalangle FDE = \sphericalangle FEB$

$\sphericalangle FBE = \sphericalangle FED$ زاوية بين مماسّ ووتر.

$\Downarrow$

$\Delta EDF \sim \Delta BEF$ حسب ز.ز.

ب. من التشابه الذي في البند "أ" ينبع أنّ: $\frac{FD}{EF} = \frac{EF}{BF}$

معطى أنّ: $FD = 2$ سم

رأينا أنّ BF هو قطر في الدائرة، لذلك: $BF = 2 \cdot 5 = 10$ سم

$\Downarrow$

$EF^2 = BF \cdot FD = 20$

$\Downarrow$

$EF = \sqrt{20}$ سم

/ يتبع في صفحة 8 /

تكملة إجابة السؤال 3.

جـ. نرمز $AF = x$

$$\Downarrow$$

$$AB = AD = x + 2$$

حسب نظريّة فيثاغورس في $\triangle AFB$: $(x+2)^2 + x^2 = 10^2$

$$\Downarrow$$

$$x = 6$$

$$\Downarrow$$

$AB = x + 2 =$ 8 سم

طول ضلع المربّع هو 8 سم.

/ يتبع في صفحة 9 /

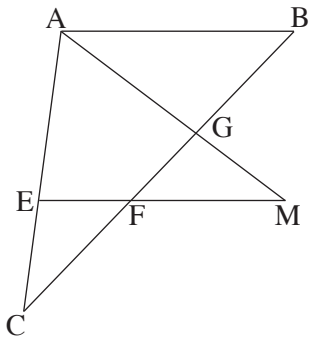
السؤال 4

معطى المثلّث ABC .

النقطتان E وَ F تقعان على الضلعين AC وَ BC بالتلاؤم بحيث $EF \parallel AB$.

النقطة G تقع على الضلع BC .

امتدادا القطعتين EF وَ AG يلتقيان في النقطة M (انظر الرسم) .



معطى أنّ: $\sphericalangle AGC = \sphericalangle AEM$

$CF = FM$

أ. برهن أنّ $\Delta EFC \cong \Delta GFM$.

ب. برهن أنّ $\Delta GBA \sim \Delta GFM$

جـ. معطى أيضًا أنّ: $EF = 6$ سم ، $AB = 15$ سم ، $\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$.

جد طول BC .

إجابة السؤال 4

أ. معطى أنّ: $\sphericalangle AGC = \sphericalangle AEM$

$$\sphericalangle FGM = 180^o - \sphericalangle AGC = 180^o - \sphericalangle AEM = \sphericalangle FEC$$

$\Downarrow$

$\sphericalangle FGM = \sphericalangle FEC$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180^o .

$\sphericalangle EFC = \sphericalangle GFM$ الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان .

$\Downarrow$

$\sphericalangle ECF = \sphericalangle GMF$ مجموع زوايا المثلّث 180^o .

معطى أنّ: $CF = FM$

$\Downarrow$

$\Delta EFC \cong \Delta GFM$ حسب ز.ض.ز

ب. $\sphericalangle AGB = \sphericalangle FGM$ الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان .

معطى أنّ: $EF \parallel AB$

$\Downarrow$

$\sphericalangle ABG = \sphericalangle GFM$ إذا تقاطع مستقيمان متوازيان مع مستقيم ثالث، فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين متساويتان .

$\Downarrow$

$\Delta GBA \sim \Delta GFM$ حسب ز.ز.

/ يتبع في صفحة 10 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. من التطابق الذي في البند "أ" ينبع أنّ: $EF = FG =$ 6 سم

معطى أنّ: $\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$

$AB =$ 15 سم

من التشابه الذي في البند "ب" ينبع أنّ: $\frac{2}{3} = \frac{6}{GB} = \frac{FM}{15}$

$\Downarrow$

$GB =$ 9 سم

$FM =$ 10 سم

معطى أنّ: $CF = FM$

لذلك: $BC = CF + FG + GB = 10 + 6 + 9 =$ 25 سم

/ يتبع في صفحة 11 /

السؤال 5

مجموعة من 4 رماة هواة يصوّبون بسهم إلى هدف. الاحتمال بأن يصيب كلّ واحد من الرماة الهدف في تصويبة سهم هو 0.6 .

أ. يصوّب جميع 4 الرماة بسهم إلى الهدف. ما هو الاحتمال بأن يصيب الرامي الأوّل والرامي الثالث الهدف، بينما لا يصيب الرامي الثاني والرامي الرابع الهدف؟

ب. انضمّ رامٍ ماهر إلى المجموعة. الاحتمال بأن يصيب الرامي الماهر الهدف هو 0.9 .
جميع 5 الرماة يصوّبون بسهم إلى الهدف.

(1) ما هو الاحتمال بأن يصيب 2 من 4 الرماة الهواة الهدف وكذلك الرامي الماهر يصيب الهدف؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يصيب 3 من 4 الرماة الهواة الهدف، والرامي الماهر لا يصيب الهدف؟

(3) ما هو الاحتمال بأن يصيب 3 من 5 الرماة الهدف؟

إجابة السؤال 5

أ. معطى أنّ: $P(\text{إصابة}) = 0.6$

$$\Downarrow$$

$P(\text{عدم الإصابة}) = 0.4$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{الأوّل والثالث يصيبان}\\ \text{والثاني والرابع لا يصيبان}\end{array}\right) = 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.0576$$

ب. (1) معطى أنّ: $P(\text{الماهر يصيب}) = 0.9$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{2 من 4 يصيبان}\\ \text{وكذلك الماهر}\\ \text{يصيب}\end{array}\right) = \binom{4}{2} \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2 \cdot 0.9 = 0.31104$$

(2) $P(\text{الماهر لا يصيب}) = 0.1$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{3 من 4 يصيبون}\\ \text{والماهر لا يصيب}\end{array}\right) = \binom{4}{3} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4 \cdot 0.1 = 0.03456$$

(3) الاحتمال المطلوب هو مجموع الاحتمالين اللذين تمّ حسابهما:

$$P\left(\begin{array}{c}\text{3 من 5}\\ \text{يصيبون}\end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c}\text{2 من 4 يصيبان}\\ \text{وكذلك الماهر}\\ \text{يصيب}\end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c}\text{3 من 4 يصيبون}\\ \text{والماهر لا يصيب}\end{array}\right) = 0.31104 + 0.03456 = 0.3456$$

/ يتبع في صفحة 12 /

السؤال 6

تطلب شبكة طعام كبيرة بيضًا من ثلاثة أنواع: بيض عاديّ وبيض عضويّ وبيض غنيّ.

في متابعة للبضاعة التي تمّ طلبها، وُجد أنّه في شهر معيّن 6% من مجمل البيض الذي تمّ طلبه كان مشقَّقًا.

$\frac{2}{3}$ البيض المشقَّق كان عاديًّا.

$\frac{1}{15}$ من البيض العاديّ كان مشقَّقًا.

عدد البيض العضويّ الذي تمّ طلبه في نفس الشهر كان 4 أضعاف عدد البيض الغنيّ الذي تمّ طلبه.

أ. جد النسبة المئويّة للبيض الذي تمّ طلبه في نفس الشهر من كلّ واحد من الأنواع.

ب. في متابعة للبضاعة، وُجد أيضًا أنّ $\frac{31}{32}$ من البيض العضويّ لم يكن مشقَّقًا.

حدِّد إذا كانت هناك علاقة إحصائيّة بين سلامة البيض (مشقَّق أو غير مشقَّق) وبين نوعَي البيض: البيض العضويّ أو البيض الغنيّ (بدون البيض العاديّ). علّل.

إجابة السؤال 6

أ. نرمز:

A_1 — بيضة عاديّة

A_2 — بيضة عضويّة

A_3 — بيضة غنيّة

B — بيضة مشقّقة

معطيات:

I $P(B) = 0.06$

II $P(A_1 / B) = \frac{2}{3}$

III $P(B / A_1) = \frac{1}{15}$

IV $P(A_2) = 4P(A_3)$

يتحقّق: $P(A_1 / B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$

$\Downarrow$

من I ، II: $P(A_1 \cap B) = \frac{2}{3} \cdot 0.06 = 0.04$

/ يتبع في صفحة 13 /

تكملة إجابة السؤال 6.

يتحقّق: $P(B/A_1)=\frac{P(A_1\cap B)}{P(A_1)}$

$$\Downarrow$$

من III: $P(A_1)=\frac{0.04}{1/15}=0.6$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2)+P(A_3)=1-P(A_1)=0.4$$

من IV: $P(A_2)=4P(A_3)$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2)=0.32$$

$$P(A_3)=0.08$$

في نفس الشهر تمّ طلب 60% من البيض العاديّ، وَ 32% من البيض العضويّ، وَ 8% من البيض الغنيّ.

ب. معطى أيضًا أنّ: $P(\overline{B}/A_2)=\frac{31}{32}$

إذا كان $\frac{31}{32}$ من البيض العضويّ ليس مشقّقًا، عندها $\frac{1}{32}$ من البيض العضويّ كان مشقّقًا.

$$\Downarrow$$

$$P(B/A_2)=\frac{1}{32}$$

يتحقّق: $P(B/A_2)=\frac{P(A_2\cap B)}{P(A_2)}$

$$\Downarrow$$

$$P(A_2\cap B)=0.32\cdot\frac{1}{32}=0.01$$

يتحقّق: $P(A_1\cap B)+P(A_2\cap B)+P(A_3\cap B)=P(B)$

$$\Downarrow$$

$$P(A_3\cap B)=0.06-0.04-0.01=0.01$$

نفحص علاقة إحصائيّة: $P(B/A_2)\stackrel{?}{=}P(B/A_3)$

$$\frac{0.01}{0.32}\neq\frac{0.01}{0.08}$$

لذلك توجد علاقة إحصائيّة بين سلامة البيضة وبين نوعَي البيض: البيض العضويّ والبيض الغنيّ.

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.