מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על־יסודיים
מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב'**
מספר השאלון: **035004**
תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

שאלון ד'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון: טריגונומטריה במישור ובמרחב,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של הפונקציות הטריגונומטריות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נק'
פרק שני: חזקות ולוגריתמים, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

$33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت للمدارس الثّانويّة
موعد الامتحان: 2013، **الموعد "ب"**
رقم النموذج: **035004**
ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

النموذج "د"

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعة وثلاثة أرباع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج فصلان.
الفصل الأوّل: حساب المثلّثات في المستوى وفي الفراغ، حساب التّفاضل والتّكامل للدوالّ المثلّثية
$33\frac{1}{3}\times 1$ – $33\frac{1}{3}$ درجة
الفصل الثاني: الأسس واللوغريثمات، حساب التّفاضل والتّكامل

$33\frac{1}{3}\times 2$ – $66\frac{2}{3}$ درجة
المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين.
استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

السؤال 1

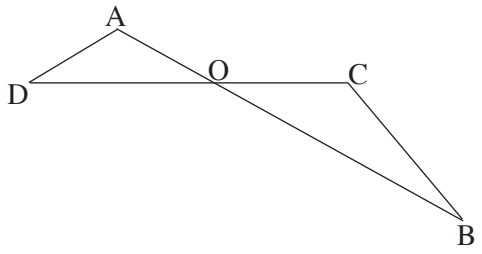
AB وَ CD هما قطعتان تتقاطعان في النقطة O

(كما هو موصوف في الرسم).

معطى أنّ: $\sphericalangle OCB = 130^o$ ، $\sphericalangle OAD = 120^o$

$OC =$ 14 سم ، $OB =$ 30 سم

$AD =$ 11 سم .



أ. جد طول القطعة DO.

ب. OM هو الارتفاع على الضلع BD في المثلّث BDO .

(1) احسب طول الضلع BD .

(2) احسب طول الارتفاع OM .

إجابة السؤال 1

أ. في $\triangle OCB$: $\frac{14}{\sin \sphericalangle CBO} = \frac{30}{\sin 130^o}$ نظريّة الجيب (السينوس)

$\Downarrow$

$\sphericalangle CBO = 20.95^o$ ($\sphericalangle OCB = 130^o$ لأنّ $\sphericalangle CBO < 90^o$)

إكمال زوايا: $\sphericalangle COB = 180^o - 20.95^o - 130^o = 29.05^o$

زاويتان متقابلتان بالرأس $\sphericalangle AOD = \sphericalangle COB = 29.05^o$

في $\triangle OAD$: $\frac{DO}{\sin 120^o} = \frac{11}{\sin 29.05^o}$ نظريّة الجيب (السينوس)

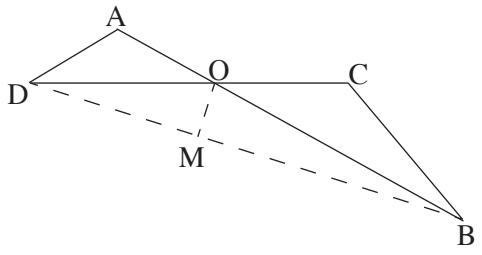
$\Downarrow$

$DO =$ 19.6 سم

/ يتبع في صفحة 3 /

تكملة إجابة السؤال 1.

ب.



(1) في $\triangle ODB$:

$\sphericalangle DOB = 180^o - 29.05^o = 150.95^o$

نظريّة جيب التمام (الكوسينوس)

$DB^2 = 19.6^2 + 30^2 - 2 \cdot 19.6 \cdot 30 \cdot \cos 150.95^o$

$\Downarrow$

$DB =$ سم 48.1

(2) الطريقة I

نكتب تعبيرين لحساب مساحة $\triangle ODB$:

$S = \frac{1}{2} \cdot 19.6 \cdot 30 \cdot \sin 150.95^o$

$S = \frac{1}{2} \cdot 48.1 \cdot OM$

نساوي بين التعبيرين:

$\frac{1}{2} \cdot 48.1 \cdot OM = 142.76$

$\Downarrow$

$OM =$ سم 5.9

الطريقة II

في $\triangle ODB$:

نظريّة الجيب (السينوس)

$\frac{48.1}{\sin 150.95^o} = \frac{30}{\sin \sphericalangle ODB}$

$\Downarrow$

$\sphericalangle ODB = 17.6^o$ ($\sphericalangle DOB = 150.95^o$ لأنّ $\sphericalangle ODB < 90^o$)

في $\triangle OMD$:

$\sin 17.6 = \frac{OM}{19.6}$

$\Downarrow$

$OM =$ سم 5.9

/ يتبع في صفحة 4 /

السؤال 2

معطاة الدالّة $f(x) = a - b\sin(2x)$ في المجال $0 \le x \le \pi$.

a وَ b هما بارامتران موجبان.

أ. إحدى نقاط تقاطع الدالّة مع المحور x هي النقطة التي فيها $x = \frac{\pi}{12}$.

عبّر عن b بدلالة a .

عوِّض في الدالّة $b = 2a$ ، وأجب عن البنود "ب" – "د" التي أمامك.

ب. في المجال المعطى، عبّر بدلالة a ، إذا دعت الحاجة:

(1) عن إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

(2) عن إحداثيّات النقاط القصوى المطلقة للدالّة، وحدِّد نوع هذه النقاط.

جـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة في المجال المعطى.

د. كم حلًّا يوجد للمعادلة $f(x) = 0.5a$ في المجال المعطى؟ علّل.

إجابة السؤال 2

أ. حسب المعطى نقطة تقاطع $f(x)$ مع المحور x هي: $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$

$$\Downarrow$$

من تعويض $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ ينتج: $0 = a - b\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right)$

$$\Downarrow$$

$$b = 2a$$

ب. (1) $f(x) = a - 2a\sin(2x)$

$$(a > 0) \quad f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad , \quad 2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$x = \frac{5\pi}{12} \quad , \quad x = \frac{\pi}{12}$$

نقطتا التقاطع مع المحور x : $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$, $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0) = a$$

نقطة التقاطع مع المحور y : $(0, a)$

/ يتبع في صفحة 5 /

تكملة إجابة السؤال 2.

ب. (2) $f'(x) = -4a\cos 2x$

$(a>0)$ $f'(x)=0 \Rightarrow \cos 2x = 0$

$\Downarrow$

$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$\Downarrow$

النقاط "المحتملة" كنقاط قصوى في المجال $0 \le x \le \pi$: $x = \frac{\pi}{4}\ ,\ x = \frac{3\pi}{4}$

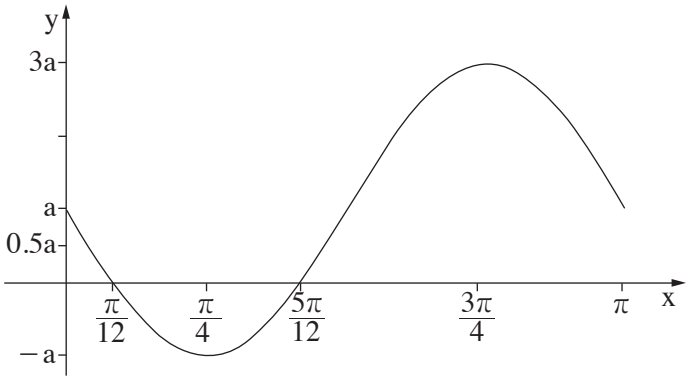
قيَم $f(x)$ في النقاط "المحتمَلة" وفي طرَفَي المجال:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(x)$	a	$-a$	$3a$	a

$a>0$ ، لذلك حسب الجدول النهاية العظمى المطلقة: $\left(\frac{3\pi}{4}, 3a\right)$

النهاية الصغرى المطلقة: $\left(\frac{\pi}{4}, -a\right)$

جـ.



د. حسب الرسم البيانيّ الذي في البند "جـ": المستقيم $y = 0.5a$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في نقطتين

$\Downarrow$

يوجد حلّان للمعادلة $f(x) = 0.5a$

/ يتبع في صفحة 6 /

السؤال 3

معطاة الدالّة $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط) .

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. بيّن أنّ $f(x) = f(-x)$ لكلّ x في مجال التعريف .

هـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

إجابة السؤال 3

أ. شرطان لمجال التعريف :

I. $x \neq 0$

II. $9 - x^2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad -3 \leq x \leq 3$

من I ، II مجال التعريف : $-3 \leq x \leq 3 \quad , \quad x \neq 0$

ب. التقاطع مع المحور y : لا يوجد .

(الدالّة ليست معرّفة بالنسبة لِـ $x = 0$.)

التقاطع مع المحور x :

$$f(x) = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$\sqrt{9-x^2} = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$9 - x^2 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x = \pm 3$$

$$(-3, 0) \quad , \quad (3, 0)$$

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 3.

جـ.

$$f'(x)=\frac{\frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}}\cdot x^2-\sqrt{9-x^2}\cdot 2x}{x^4}$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x)=\frac{-x^3-(9-x^2)\cdot 2x}{\sqrt{9-x^2}\cdot x^4}=\frac{x^3-18x}{\sqrt{9-x^2}\cdot x^4}=\frac{x^2-18}{\sqrt{9-x^2}\cdot x^3}\quad,\quad x\neq 0$$

$$f'(x)=0$$

$$\Downarrow$$

$$x^2-18=0$$

$$x=\pm\sqrt{18}$$

الإحداثيّات x ليست في مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

x	$-3<x<0$	0	$0<x<3$
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	↗		↘

الدالّة $f(x)$ تصاعديّة عندما $-3<x<0$.

الدالّة $f'(x)$ تنازليّة عندما $0<x<3$.

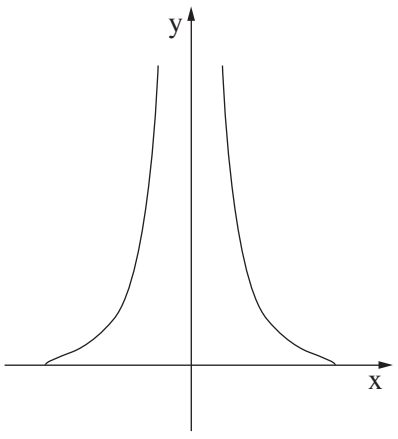
د.

$$f(-x)=\frac{\sqrt{9-(-x)^2}}{(-x)^2}=\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}$$

$$\Downarrow$$

$$f(-x)=f(x)$$

هـ.



/ يتبع في صفحة 8 /

السؤال 4

معطاة الدالّة $f(x) = (3e^x - 3)^2$.

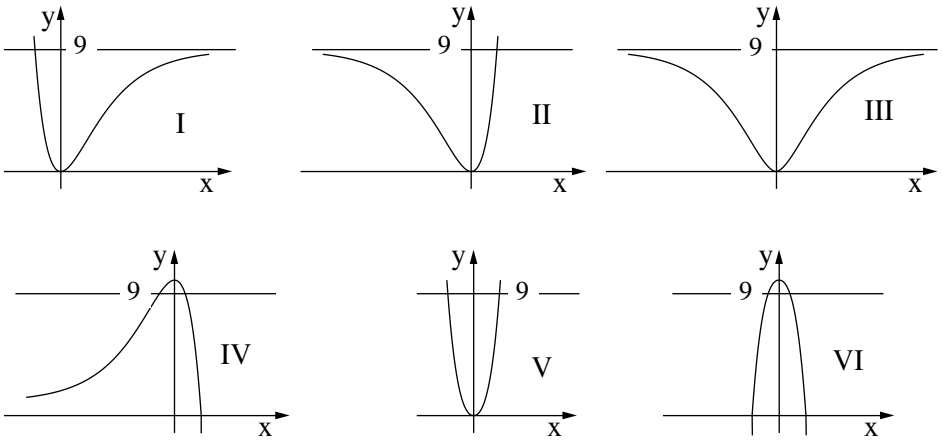
أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة.

(2) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة (إذا وُجدت مثل هذه النقاط)، وحدّد نوع هذه النقاط.

ب. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المستقيم $y = 9$ (إذا وجُدت مثل هذه النقاط).

جـ. من بين الرسوم البيانيّة I-VI التي أمامك، أيّ رسم بيانيّ يعرض رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$؟ علّل.



إجابة السؤال 4

أ. (1) الدالّة $f(x)$ معرّفة لكلّ x

(2) $f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3e^x - 3 = 0$

$$\Downarrow$$

$$e^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0) = 0$$

نقطة تقاطع $f(x)$ مع المحورين: $(0\,,\,0)$

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة إجابة السؤال 4.

أ. (3)

$$f'(x) = 2(3e^x - 3)\cdot 3e^x$$
$$\Downarrow$$
$$f'(x) = 18e^{2x} - 18e^x = 18e^x(e^x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad e^x(e^x - 1) = 0$$
$$\Downarrow$$
$e^x \neq 0$ لكلّ x ، لذلك: $e^x - 1 = 0$
$$\Downarrow$$
$$x = 0$$

$$f''(x) = 18\cdot 2e^{2x} - 18e^x$$
$$\Downarrow$$
$$f''(0) > 0$$
$$\Downarrow$$
نهاية صغرى في $(0\ ,\ 0)$

ب. نقاط التقاطع

بين $f(x)$ وَ $y = 9$ تحقّق: $9 = (3e^x - 3)^2$

$$\Updownarrow$$
$$e^x(e^x - 2) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$e^x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \ell n2 \qquad (e^x \neq 0)$$

إحداثيّات نقطة التقاطع

بين الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ والمستقيم $y = 9$: $(\ell n2\ ,\ 9)$

جـ. الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ هو الرسم البيانيّ II ، لأنّ:

- لِـ $f(x)$ توجد نهاية صغرى في $(0\ ,\ 0)$.
- المستقيم $y = 9$ يقطع $f(x)$ في نقطة واحدة في الربع الأوّل.

/ يتبع في صفحة 10 /

السؤال 5

معطاة الدالّة $f(x) = \frac{-2}{2x-3}$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة.

ب. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

جـ. جد خطوط تقارب الدالّة، الموازية للمحورين.

د. جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

هـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة.

و. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة والمحور x والمحور y والمستقيم $x = 1$.

إجابة السؤال 5

أ. يجب أن يتحقّق: $2x-3 \neq 0$

$\Downarrow$

مجال التعريف: $x \neq \frac{3}{2}$

ب. $f'(x) = \frac{4}{(2x-3)^2}$

$\Downarrow$

$f'(x) > 0$ لكلّ x لا يساوي $\frac{3}{2}$

$\Downarrow$

f(x) تصاعديّة بالنسبة لِـ $x > \frac{3}{2}$ وبالنسبة لِـ $x < \frac{3}{2}$

جـ. خطّا التقارب: $x = \frac{3}{2}$, $y = 0$

/ يتبع في صفحة 11 /

تكملة إجابة السؤال 5.

د. $f(x) \neq 0$ لأنّ بسط $f(x)$ لا يساوي 0

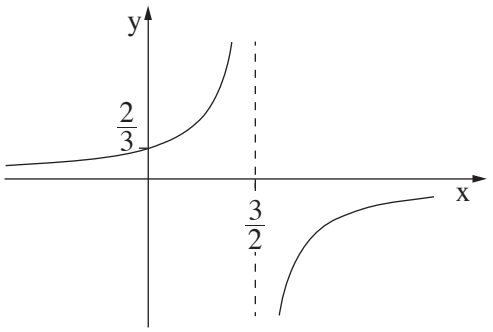
$\Downarrow$

لا توجد نقاط تقاطع مع المحور x

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{2}{3}$$

نقطة تقاطع $f(x)$ مع المحور y : $(0 , \frac{2}{3})$

هـ.



و. المساحة المطلوبة :

$$S = \int_0^1 \frac{-2}{2x-3}dx = \left[-\ell n|2x-3|\right]_0^1$$

$\Downarrow$

$$S = -\ell n|-1| + \ell n|-3| = \ell n3$$

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.