מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי"ס על־יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ג

מספר השאלון: **035005**

תרגום לערבית (2)

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

שאלון ה'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: אלגברה

$33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נק'

פרק שני: הנדסת המישור והסתברות

$33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נק'

סה"כ – 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
   הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
   חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
   שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل

وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت للمدارس الثّانويّة

موعد الامتحان: صيف 2013

رقم النّموذج: **035005**

ترجمة إلى العربيّة (2)

اقتراح إجابات لأسئلة امتحان بجروت

الرياضيّات

النّموذج "هـ"

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ساعتان.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج فصلان.

الفصل الأوّل: الجبر

$33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ درجة

الفصل الثّاني: الهندسة المستوية والاحتمال

$33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ درجة

المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:

1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
   فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.
   عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين.
   استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لك النّجاح!

السؤال 1

معطى مستقيمان:

$$x + y - 5 = 0$$

$y + 2(x - m) - 4 = 0$ ، m هو بارامتر.

أ. هل توجد قيمة لِـ m يتوازى المستقيمان بالنسبة لها؟ علّل.

ب. جد بالنسبة لأيّة قيَم m يتقاطع المستقيمان المعطيان داخل مربّع رؤوسه:
$(1 , 3)$, $(3 , 3)$, $(3 , 5)$, $(1 , 5)$.

جـ. المستقيم $y = x + 2$ يمرّ عبر نقطة تقاطع المستقيمين المعطيين.
جد m.

إجابة السؤال 1

أ. ميل المستقيم $x + y - 5 = 0$ هو -1 : $(y = -x + 5)$

ميل المستقيم $y + 2(x - m) - 4 = 0$ هو -2 : $(y = -2x + 2m + 4)$

ميلا المستقيمين غير متساويين
ولذلك (لكلّ قيمة لِـ m) المستقيمان لا يتوازيان.

ب. نقطة تقاطع المستقيمين تحقّق:

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -2x + 2m + 4 \end{cases}$$

نحلّ:

$$-x + 5 = -2x + 2m + 4$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} x = 2m - 1 \\ y = 6 - 2m \end{cases}$$

نطلب أن تكون نقطة التقاطع (x , y)
داخل المربّع:

$$\begin{cases} 1 < x < 3 \\ 3 < y < 5 \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} 1 < 2m - 1 < 3 \\ 3 < 6 - 2m < 5 \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} 1 < m < 2 \\ \frac{1}{2} < m < 1\frac{1}{2} \end{cases}$$

المستقيمان يتقاطعان داخل المربّع عندما: $1 < m < 1\frac{1}{2}$

جـ. المستقيم $y = x + 2$ يمرّ عبر النقطة: $(2m - 1 \ , \ 6 - 2m)$

$$\Downarrow$$
$$6 - 2m = 2m - 1 + 2$$
$$\Downarrow$$
$$m = \frac{5}{4}$$

/ يتبع في صفحة 3 /

السؤال 2

معطاة متوالية حسابيّة.

الحدّ الذي في المكان الـ 30 أكبر بِـ 96 من الحدّ الذي في المكان الـ 6.

مجموع 2n الحدود الأولى في المتوالية هو 4 أضعاف مجموع n الحدود الأولى في المتوالية.

أ. جد فرق المتوالية والحدّ الأوّل في المتوالية.

ب. قاموا بمحو 2n الحدود الأولى في المتوالية المعطاة.

عبّر بدلالة n عن مجموع n الحدود الأولى في المتوالية التي بقيت بعد المحو.

إجابة السؤال 2

أ. معطى أنّ: $a_{30} = a_6 + 96$

حسب قانون الحدّ العامّ في المتوالية الحسابيّة: $a_1 + 29d = a_1 + 5d + 96$

$$\Downarrow$$

$$d = 4$$

معطى أنّ: $S_{2n} = 4 \cdot S_n$

حسب قانون مجموع الحدود في المتوالية الحسابيّة: $\frac{2n}{2}[2a_1 + d(2n-1)] = 4 \cdot \frac{n}{2}[2a_1 + d(n-1)]$

نقسم الطرفين على $n \ (n \neq 0)$ ، ونعوّض $d = 4$:

$$\Downarrow$$

$$2a_1 + 4(2n-1) = 4a_1 + 8(n-1)$$

$$\Downarrow$$

$$a_1 = 2$$

ب. <u>الطريقة I</u>

الفرق بين حدّين متتالين في المتوالية التي بقيت ما زال 4 .

الحدّ الأوّل في المتوالية التي بقيت بعد المحو هو a_{2n+1}

$$a_{2n+1} = a_1 + d \cdot 2n = 2 + 8n$$

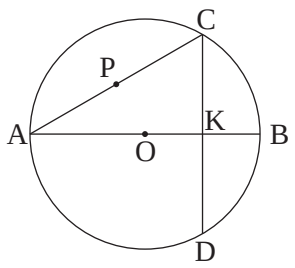
مجموع T_n لِـ n الحدود الأولى في المتوالية التي بقيت بعد المحو هو: $T_n = a_{2n+1} + ... + a_{3n} = \frac{n}{2}[2(2+8n) + 4(n-1)] = \frac{n}{2}[20n] = 10n^2$

<u>الطريقة II</u>

مجموع T_n لِـ n الحدود الأولى في المتوالية التي بقيت بعد المحو هو: $T_n = S_{3n} - S_{2n} = \frac{3n}{2}[2 \cdot 2 + 4(3n-1)] - \frac{2n}{2}[2 \cdot 2 + 4(2n-1)] = 10n^2$

/ يتبع في صفحة 4 /

السؤال 3



AB هو قطر في دائرة مركزها في النقطة O .
القطر AB يقطع الوتر CD في النقطة K ، كما هو موصوف في الرسم.
النقطة K هي منتصف الوتر CD ، والنقطة P هي منتصف الوتر AC .
معطى أنّ: $AC = CD$.

أ. برهن أنّ: $\Delta APO \cong \Delta DKB$.

ب. برهن أنّ: المثلّث POK هو متساوي الساقين.

جـ. عبّر عن طول القطعة OK وعن طول الوتر CD بدلالة نصف قطر الدائرة، R .

إجابة السؤال 3

أ. حسب المعطى $AP = PC$, $CK = KD$

$\Downarrow$

$OK \perp CD$, $OP \perp AC$ القطعة من مركز الدائرة التي تنصّف الوتر تكون معامدة للوتر.

حسب المعطى: $AC = CD$

$\Downarrow$

$AP = KD$ نصفا الوترين المتساويين متساويان

$\sphericalangle PAO = \sphericalangle KDB$ الزاويتان المحيطيّتان اللتان تستندان على نفس القوس متساويتان.

(يتحقّق أيضًا $OP = OK$ — الوتران المتساويان يتواجدان في بُعدين متساويين عن مركز الدائرة)

ولذلك $\Delta APO \cong \Delta DKB$ حسب ز.ض.ز (أو حسب ض.ز.ض)

ب. حسب المعطى: $AC = CD$

وبرهنّا أنّ: $OP \perp AC$, $OK \perp CD$

$\Downarrow$

$OP = OK$ الوتران المتساويان يتواجدان في بُعدين متساويين عن مركز الدائرة.

يمكن أيضًا أن نبرهن أنّ $OP = OK$ حسب:

$CP = CK$ نصفا الوترين المتساويين متساويان.

$\sphericalangle CPK = \sphericalangle CKP$ في المثلّث المتساوي الساقين، زاويتا القاعدة متساويتان.

$\sphericalangle KPO = \sphericalangle PKO$ تكمّلان لِـ 90^o .

$\Downarrow$

$OP = OK$ في المثلّث، مقابل الزوايا المتساوية توجد أضلاع متساوية.

/ يتبع في صفحة 5 /

تكملة إجابة السؤال 3.

جـ. برهنّا في البند "ب" أنّ: $OP = OK$

من التطابق الذي في البند "أ" ينبع أنّ: $OP = KB$

$$\Downarrow$$

$$OK = KB = \frac{1}{2}R$$

حسب نظريّة فيثاغورس في $\triangle OKD$: $OK^2 + KD^2 = OD^2$

$$\frac{R^2}{4} + KD^2 = R^2$$

$$\Downarrow$$

$$KD = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

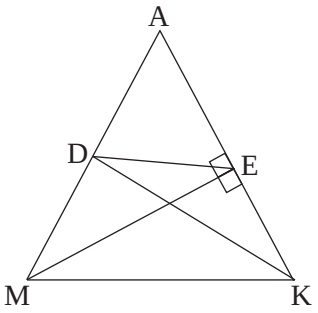
$$CD = 2 \cdot KD$$

$$\Downarrow$$

$$CD = \sqrt{3}\,R$$

/ يتبع في صفحة 6 /

السؤال 4



في المثلّث المتساوي الساقين AMK $(AM = AK)$
KD هو مستقيم متوسّط للساق AM ، وَ ME هو ارتفاع على الساق AK (انظر الرسم) .

أ. برهن أنّ $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$.

ب. إذا كان معطى أيضًا أنّ $MK = 2 \cdot DE$:

(1) ما هو مقدار $\sphericalangle MAK$ ؟ علّل.

(2) برهن أنّ $DE \parallel MK$.

(3) ME وَ DK يتقاطعان في النقطة P .

جد بكم ضعف محيط المثلّث MPK أكبر من محيط المثلّث EPD .

إجابة السؤال 4

أ. في المثلّث القائم الزاوية MEA: $DE = \frac{1}{2}AM = AD$ — في المثلّث القائم الزاوية المستقيم المتوسّط للوتر يساوي نصف الوتر.

$\Downarrow$

$\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$ — مقابل الأضلاع المتساوية في المثلّث توجد زوايا متساوية.

ب. (1) معطى أن: $MK = 2 \cdot DE$

برهنّا في البند "أ" أنّ: $DE = \frac{1}{2}AM$ ،

$\Downarrow$

$MK = AM$

معطى أنّ: $AM = AK$

$\Downarrow$

$\triangle AMK$ هو متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

$\sphericalangle MAK = 60^o$ — في المثلّث المتساوي الأضلاع كلّ الزوايا متساوية.

(2) برهنّا في البند "أ" أنّ: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$

برهنّا في البند "ب (1)" أنّ: $\triangle AMK$ — هو متساوي الأضلاع

$\Downarrow$

$\sphericalangle DEA = \sphericalangle AKM$

$\Downarrow$

$DE \parallel MK$ — مستقيمان يتقاطعان بواسطة مستقيم ثالث.

إذا كانت الزاويتان متساويتين بالتناظر، عندها المستقيمان متوازيان.

/ يتبع في صفحة 7 /

تكملة إجابة السؤال 4.

(3) برهنّا في البند "ب (1)" أنّ: $DE \parallel MK$

$\Downarrow$

حسب نظريّة تالس الموسّعة
أو حسب التشابه بين
$\triangle MPK$ وَ $\triangle EPD$:

$$\frac{MK}{DE} = \frac{PK}{PD} = \frac{PM}{PE}$$

معطى أنّ: $\frac{MK}{DE} = 2$

$\Downarrow$

$$MK + PK + PM = 2(DE + PD + PE)$$

$\Downarrow$

محيط $\triangle MPK$ هو ضعف محيط $\triangle EPD$

/ يتبع في صفحة 8 /

السؤال 5

يُنتِج مصنع معيّن قبّعات ومناديل. 70% من المنتَجات التي يُنتِجها المصنع هي قبّعات، والباقي مناديل.
قسم من المنتَجات التي يُنتِجها المصنع يتلف خلال الإنتاج.
خلال الإنتاج، تتلف 5% من المناديل. 40% من المنتَجات التي تتلف هي قبّعات.

أ. نختار بشكل عشوائيّ منتَجًا واحدًا من المنتَجات التي يُنتِجها المصنع. ما هو الاحتمال بأن نختار منتَجًا قد تلف؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ قبّعة يُنتِجها المصنع. ما هو الاحتمال بأن تكون القبّعة التي اختيرت لم تتلف خلال الإنتاج؟

جـ. يُرسِل المصنع كلّ شهر إلى شبكات الحوانيت الكبرى 30% من القبّعات التي لم تتلف وَ 60% من المناديل التي لم تتلف.
في الشهر الأخير، أرسل المصنع إلى شبكات الحوانيت الكبرى 4140 قبّعة.

(1) كم منتَجًا أنتج المصنع في الشهر الأخير؟

(2) كم منديلاً أرسل المصنع إلى شبكات الحوانيت الكبرى في الشهر الأخير؟

إجابة السؤال 5

أ. نرمز: A — المنتَج الذي يُنتَج هو قبّعة.
B — المنتَج الذي يُنتَج تالف.

معطى أنّ: $P(A)=0.7 \Rightarrow P(\overline{A})=0.3$ I.

$P(B/\overline{A})=0.05$ II.

$P(A/B)=0.4$ III.

يتحقّق: $P(B/\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}$

$\Downarrow$

من I ، II: $P(\overline{A}\cap B)=P(B/\overline{A})\cdot P(\overline{A})=0.05\cdot 0.3=0.015$

يتحقّق: $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

من III: $P(A\cap B)=0.4\,P(B)$

يتحقّق: $P(\overline{A}\cap B)+P(A\cap B)=P(B)$

$\Downarrow$

$0.015+0.4\cdot P(B)=P(B)$

$\Downarrow$

$P(B)=0.025$

الاحتمال بأن نختار منتَجًا قد تلف هو 0.025.

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة إجابة السؤال 4.

		مناديل $\overline{A}$	قبّعات A	
منتَج تالف	B	0.015	0.01	0.025
منتَج ليس تالفًا	$\overline{B}$	0.285	0.69	0.975
		0.3	0.7	

ب. ينتج أنّ: $P(A \cap B) = 0.01$

$$P(A \cap \overline{B}) = 0.69$$

$$P(\overline{B} / A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)}$$

$$P(\overline{B} / A) = \frac{0.69}{0.7} = \frac{69}{70} = 0.986$$

الاحتمال بأنّ القبّعة التي اختيرت لم تتلف خلال الإنتاج هو 0.986.

جـ. (1) نرمز بـ M إلى عدد المنتَجات التي أنتجها المصنع في الشهر الأخير.

30% من $0.69M$ أُرسلت إلى شبكات الحوانيت الكبرى

$$\Downarrow$$

$$4140 = 0.3 \cdot 0.69\ M$$

$$\Downarrow$$

$$M = 20{,}000$$

أنتج المصنع في الشهر الأخير 20,000 منتَج.

(2) ينتج أنّ: $P(\overline{B}) = 0.975$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.285$$

60% من $0.285M$ أُرسلت إلى شبكات الحوانيت الكبرى

$$\Downarrow$$

$$0.6 \cdot 0.285 \cdot 20{,}000 = 3420$$

أرسل المصنع إلى شبكات الحوانيت الكبرى في الشهر الأخير 3420 منديلاً.

/ يتبع في صفحة 10 /

السؤال 6

في بركة سباحة في بلدة معيّنة، يوجد لقسم من الزوّار اشتراك للبركة والبقيّة ليس لديهم اشتراك. أجرت إدارة البركة استطلاعًا للرأي حول تمديد ساعات فتح البركة شارك فيه جمهور الزوّار.

وُجد أنّ 80% من الذين لديهم اشتراك وَ 10% من الذين ليس لديهم اشتراك، معنيّون بتمديد ساعات فتح البركة.

يوسف، الذي شارك في الاستطلاع، قال إنّه معنيّ بتمديد ساعات فتح البركة.

أ. إحدى العاملات في البركة اطّلعت على نتائج الاستطلاع، وادّعت أنّه حسب نتائج الاستطلاع، الاحتمال بأن يكون لدى يوسف اشتراك في البركة هو أكبر من الاحتمال بأن لا يكون لديه اشتراك. هل ادّعاء هذه العاملة صحيح؟ علّل.

ب. إذا افترضنا أنّ عدد الذين لديهم اشتراك للبركة هو $\frac{1}{6}$ عدد الذين ليس لديهم اشتراك للبركة، احسب بكم ضعف سيكون الاحتمال بأنّ ليوسف اشتراكًا للبركة أكبر من الاحتمال بأنّ ليس لديه اشتراك.

جـ. في أيّ مجال يجب أن تكون النسبة المئويّة للّذين لديهم اشتراك للبركة من مجمل الزوّار، حتّى يكون على الأقلّ 30% من الزوّار معنيّين بتمديد ساعات فتح البركة؟

إجابة السؤال 6

أ. ادّعاء العاملة غير صحيح.

يمكن أن يكون عدد الذين لديهم اشتراك قليلاً، لكنّ نسبة مئويّة كبيرة منهم يكونون معنيّين بتمديد ساعات فتح البِرْكة.

يمكن إعطاء مثال يناقض ادّعاء العاملة:

إذا كان هناك 100 لديهم اشتراك في البركة وَ 900 ليس لديهم اشتراك في البركة، عندها 80 من الذين لديهم اشتراك وَ 90 من الذين ليس لديهم اشتراك هم مع تمديد ساعات فتح البِرْكة.

ب. نرمز إلى القسم الذي لديه اشتراك بـ x

معطى أنّ: عدد الذين لديهم اشتراك هو $\frac{1}{6}$ الذين ليس لديهم اشتراك للبركة.

لذلك القسم الذي ليس لديه اشتراك هو $6x$.

من بين الذين لديهم اشتراك، 80% معنيّون بالتمديد، لذلك قسم الذين لديهم اشتراك ومعنيّين بالتمديد هو $0.8x$.

من بين الذين ليس لديهم اشتراك، 10% معنيّون بالتمديد، لذلك قسم الذين ليس لديهم اشتراك ومعنيّين بالتمديد هو $0.1 \cdot 6x = 0.6x$.

قسم المعنيّين بالتمديد: $0.8x + 0.6x = 1.4x$

نحسب النسبة: $\frac{0.8x}{1.4x} : \frac{0.6x}{1.4x} = \frac{0.8x}{0.6x} = \frac{4}{3}$

الاحتمال بأن يكون ليوسف اشتراك في البركة هو $\frac{4}{3}$ ضعف الاحتمال بأن لا يكون لديه اشتراك.

جـ. قسم المعنيّين بتمديد ساعات فتح البركة هو على الأقلّ 0.3 (30%): $0.8x + 0.1(1-x) \geqslant 0.3$

$$\Downarrow$$

$$x \geqslant 0.2857$$

حتّى يكون على الأقلّ 30% من الزوّار معنيّين بتمديد ساعات فتح البركة، يجب أن تكون النسبة المئويّة للذين لديهم اشتراك 28.57% على الأقلّ.

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.