

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 20 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание
Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций
Вы должны ответить на три вопроса по своему выбору:
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ועשרים דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Вы должны ответить на три из вопросов 1–5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание

1. Ученики 12-А класса и ученики 12-Б класса одной школы решили провести выпускной вечер.

Чтобы покрыть расходы на выпускной вечер, они в течение нескольких недель собирали пустые бутылки и сдавали их за деньги на переработку.

Ученики 12-А класса собирали бутылки в течение 5 недель.

Число бутылок, которые они собирали за каждую неделю, было в q раз больше числа бутылок, собранных за предыдущую неделю.

Число бутылок, которые собрали ученики 12-А класса за четвертую неделю, было в 3.375 раза больше числа бутылок, собранных ими за первую неделю.

(к) Найдите значение q .

Общее число бутылок, собранных учениками 12-А класса за первую и за последнюю недели, составило 2425.

(д) Найдите, сколько бутылок собрали ученики 12-А класса в течение первой недели.

Ученики 12-Б класса собирали бутылки в течение 18 недель. За каждую неделю они собирали на d бутылок больше, чем за предыдущую неделю. За вторую неделю ученики 12-Б класса собрали 230 бутылок.

Ученики 12-Б класса собрали в общей сложности 6300 бутылок.

(л) Найдите значение d .

За каждую сданную на переработку бутылку ученики получили 0.3 шекеля.

Стоимость выпускного вечера составляет 3400 шекелей.

(т) Хватит ли денег, полученных учениками обоих классов за все сданные ими бутылки, чтобы покрыть расходы на выпускной вечер?

Обоснуйте свой ответ.

2. На чертеже справа изображен прямоугольный параллелепипед

$ABCD A' B' C' D'$, основание которого $ABCD$ – квадрат.

Точка F – середина ребра BC .

Точка E – такая точка на диагонали $A' C'$,

что выполняется $\overrightarrow{A'E} = \frac{3}{4} \overrightarrow{A'C'}$.

Обозначим: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

(к) Выразите через $\underline{u}$, $\underline{v}$ и $\underline{w}$ векторы $\overrightarrow{A'E}$ и $\overrightarrow{FE}$.

Известно, что длина ребра основания равна 4.

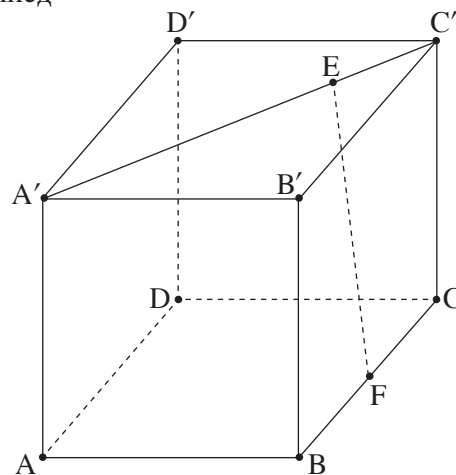
(а) Вычислите длину вектора $\overrightarrow{A'E}$.

Дано: $|\overrightarrow{A'E}| = |\overrightarrow{FE}|$.

(а) Покажите, что данный параллелепипед является кубом.

(т) (1) Покажите, что $\overrightarrow{FE}$ перпендикулярен $\overrightarrow{A'C'}$.

(2) Вычислите площадь треугольника $A'FC'$.



3. На территории А живут пингины. С начала 2000 года число пингинов на этой территории уменьшается каждый год на постоянный процент.

(к) Равна ли разность между числом пингинов в начале 2000 и их числом в начале 2001 года разности между числом пингинов в начале 2001 года и их числом в начале 2002 года? Обоснуйте свой ответ.

В начале 2000 года на территории А было 253 000 пингинов. Число пингинов на этой территории уменьшается на 5% каждый год.

На территории В также живут пингины. Число пингинов на этой территории уменьшается каждый год на постоянный процент.

В начале 2000 года на территории В было 313 000 пингинов.

В начале 2010 число пингинов на территории А сравнялось с числом пингинов на территории В.

(а) Найдите, на сколько процентов уменьшается число пингинов на территории В каждый год.

(а) Найдите, через какое время с начала 2000 года на территории В стало 98 000 пингинов.

С начала 2018 года в результате восстановления территории А число пингинов стало расти на 2% каждый год.

(т) Найдите, через какое время с начала 2018 года число пингинов на территории А увеличилось на 17% по сравнению с их числом в начале 2018 года.

Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

4. Дана функция $f(x) = (3x^2 - a) \cdot e^x$, определенная для любого x .

a – параметр.

Известно, что у функции $f(x)$ есть точка экстремума в точке с координатой $x = 1$.

(**א**) Найдите значение a .

Подставьте $a = 9$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (**ב**)–(**ה**).

(**ב**) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(**ג**) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.

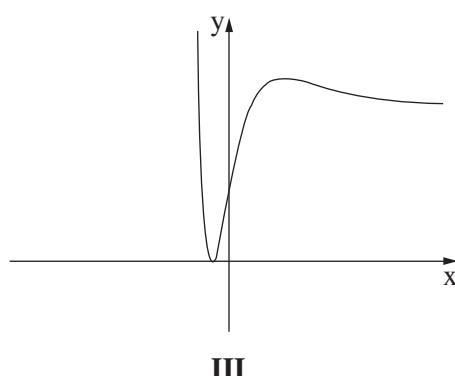
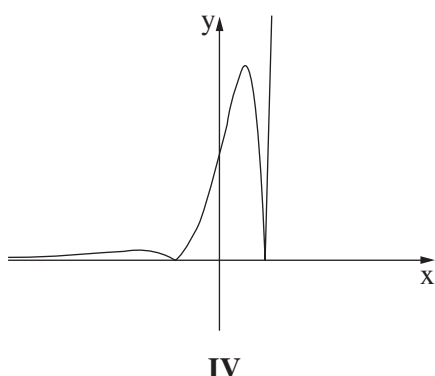
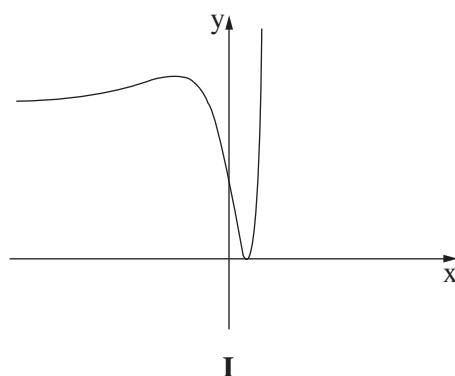
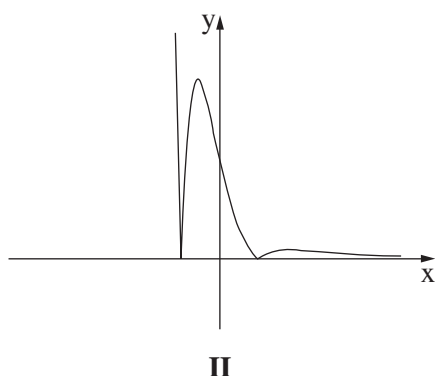
(**ה**) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = |f(x)|$, определенная для любого x .

(**ה**) (1) Определите, какой из приведенных ниже графиков I–IV соответствует функции $g(x)$.

Обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите координаты точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип.

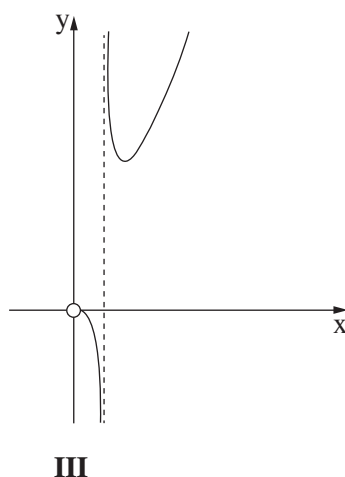
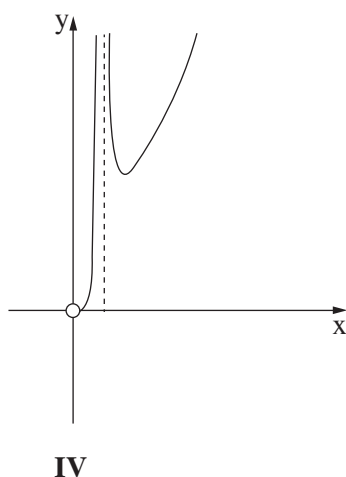
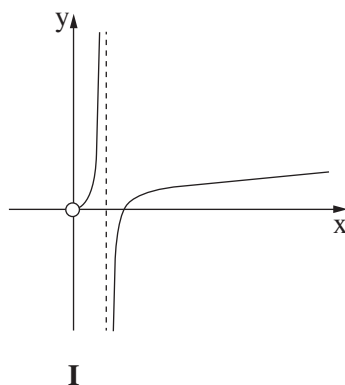
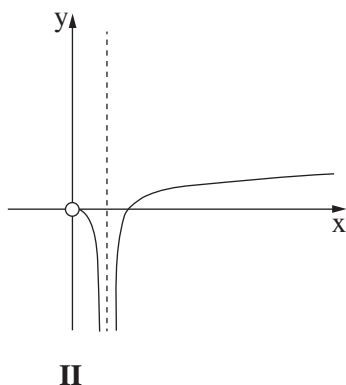


5. Дана функция $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$.

- (⌘) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .
- (⌘) Пересекает ли график функции $f(x)$ ось x ? Обоснуйте свой ответ.
- (⌘) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

Область определения производной $f'(x)$ совпадает с областью определения функции $f(x)$.

- (⌘) (1) Определите, какой из приведенных ниже графиков I—IV соответствует функции $f(x)$, а какой соответствует производной $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямой $x = e^3$.



Желаем успеха!

בהצלחה!