

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

Указания

- Продолжительность экзамена: 4 часа.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – статистика и теория вероятностей
Раздел второй – геометрия
Раздел третий – дифференциальное и интегральное
исчисление полиномов, рациональных функций и функций,
содержащих корни
Вы должны ответить на пять вопросов по своему выбору –
за каждый вопрос 22 балла. Общее количество баллов,
которое вы сможете набрать, не превысит 100.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- משך הבחינה: ארבע שעות.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל
פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם –
לכל שאלה 22 נקודות.
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

(продолжение на странице 2)

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8 (за каждый вопрос – 22 балла).

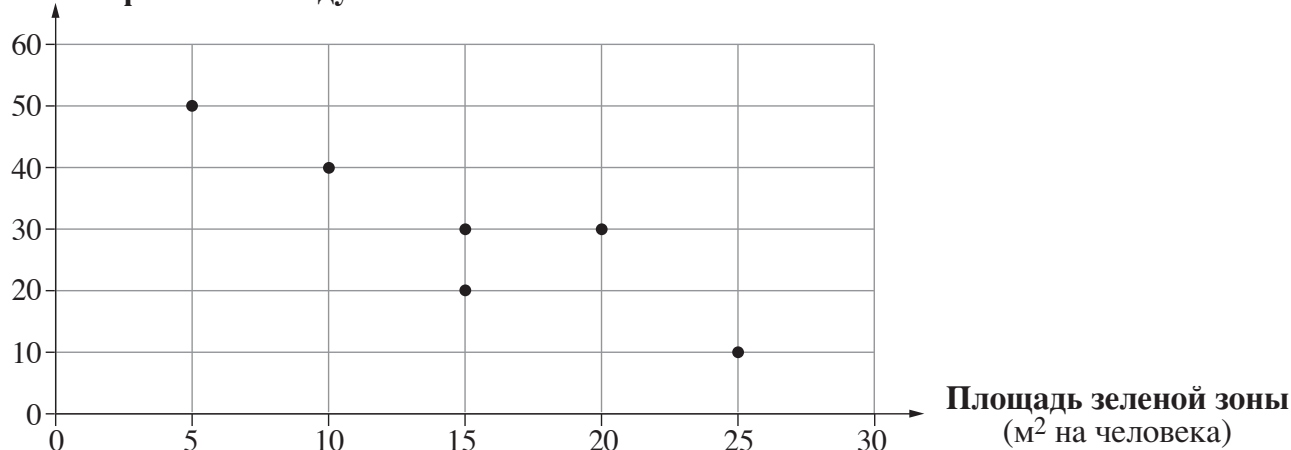
Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятностей

1. В одной стране было проведено общенациональное исследование в области здравоохранения. В исследовании проверили число шагов, которые делает в день каждый участник исследования. Выяснилось, что ежедневное число шагов распределилось согласно нормальному закону [התפלגות נורמלית] со среднеквадратичным отклонением [סטיית התקן], равным 800 . Выяснилось, что 37.5% участников исследования делают менее 6944 шагов в день.
- (א) Найдите среднее [מומם] число шагов в день, которое делает участник исследования.
- Министерство здравоохранения рекомендует делать более 8400 шагов в день.
- (ב) Найдите процент участников исследования, которые выполняют эту рекомендацию.
- Выяснилось, что 14722 из участников исследования делают более 7200 и менее 8400 шагов в день.
- (ג) Согласно таблице нормального распределения, сколько всего людей участвовали в исследовании?
- В этом исследовании проверили также число часов сна в сутки каждого участника исследования.
- Выяснилось, что число часов сна в сутки каждого участника исследования также распределилось согласно нормальному закону.
- Средняя продолжительность сна участников исследования составила 7 часов.
- Сарит принимала участие в исследовании. Число часов сна Сарит в сутки было 9.28 , а число ее шагов в день было 8416 .
- Стандартизированная оценка [ציון התקן] числа шагов Сарит в день была равна стандартизированной оценке числа часов ее сна в сутки.
- (ד) Найдите среднеквадратичное отклонение [סטיית התקן] числа часов сна в сутки у участников исследования.

2. Эколог проверил в 6 разных городах связь между площадью зеленой зоны (парки и скверы) на человека (переменная x) в городе и уровнем загрязнения воздуха (переменная y) в этом городе. Эколог установил уровень загрязнения воздуха с помощью индекса качества воздуха AQI (численного параметра, соответствующего количеству загрязнителей). Данные представлены на диаграмме распределения ниже.

Уровень загрязнения воздуха



Обозначим через r коэффициент корреляции [מקדם המתאם] между x и y .

- (א) Ниже приведены четыре высказывания I–IV. Определите, какое высказывание верно. Обоснуйте свой ответ.

I. $0 < r < 1$

II. $r = -1$

III. $-1 < r < 0$

IV. Невозможно определить интервал значений r .

- (ב) (1) Вычислите среднюю [מוצע] площадь зеленой зоны на человека в 6 городах.
 (2) Вычислите средний уровень загрязнения воздуха в 6 городах.

Дано уравнение линии регрессии [ישר הרגרסיה] для прогнозирования y по x : $y = -1.8x + b$.

- (ג) (1) Найдите значение b .

(2) Согласно линии регрессии, каков прогноз уровня загрязнения воздуха в городе, площадь зеленой зоны в котором 18 м^2 на человека?

- (ד) Вычислите среднеквадратичное отклонение [סטיית חלק] площади зеленой зоны в 6 городах.

Эколог выяснил, что среднеквадратичное отклонение уровня загрязнения воздуха $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.

- (ה) Воспользуйтесь уравнением линии регрессии для прогнозирования y по x и найдите коэффициент корреляции r .

Эколог обнаружил, что измерительный прибор был неисправен и в действительности уровень загрязнения воздуха в каждом из 6 городов был на 4 выше, чем измеренный уровень загрязнения. Эколог исправил данные соответственно.

- (ו) (1) Увеличился, уменьшился или остался без изменений угловой коэффициент линии регрессии для прогнозирования y по x ? Обоснуйте свой ответ.
 (2) Напишите уравнение линии регрессии для прогнозирования y по x после исправления данных уровня загрязнения воздуха.

3. На одном предприятии производят компьютеры.

Все компьютеры, произведенные за определенный производственный цикл, прошли две проверки контроля качества, чтобы удостовериться, что они исправны.

При первой проверке выяснилось, что 80% компьютеров исправны.

Если компьютер признан исправным при первой проверке, вероятность того, что при второй проверке он будет признан исправным, равна 0.9 .

Если компьютер признан неисправным при первой проверке, вероятность того, что при второй проверке он будет признан исправным, равна 0.35 .

Случайным образом выбрали компьютер, произведенный за этот производственный цикл.

(א) Какова вероятность, что ровно при одной из проверок этот компьютер был признан исправным?

(ב) Какова вероятность, что по меньшей мере при одной из проверок этот компьютер был признан исправным?

Только компьютер, признанный исправным при обеих проверках, поступает в продажу.

Случайным образом выбрали компьютер, произведенный за этот производственный цикл.

(ג) Известно, что выбранный компьютер признан исправным по меньшей мере при одной проверке. Какова вероятность того, что этот компьютер поступил в продажу?

Известно, что за этот производственный цикл произвели 250 компьютеров.

(ד) Найдите число компьютеров в этом производственном цикле, которые поступили в продажу.

Из компьютеров, произведенных за этот производственный цикл, случайным образом выбирают два компьютера один за другим (без возвращения).

(ה) Какова вероятность, что ровно один компьютер поступил в продажу?

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа изображена окружность. Центр этой окружности M лежит на оси x . Точка A лежит на этой окружности.

Продолжение отрезка MA пересекает ось y в точке B .

Дано: $A(-16, 6)$, $B(0, 18)$.

(⌘) (1) Найдите уравнение прямой AB .

(2) Найдите уравнение этой окружности.

Через точку A провели касательную к этой окружности, пересекающую ось y в точке D .

(⌘) Найдите координаты точки D .

Точка C – такая точка на окружности, что AC – диаметр окружности.

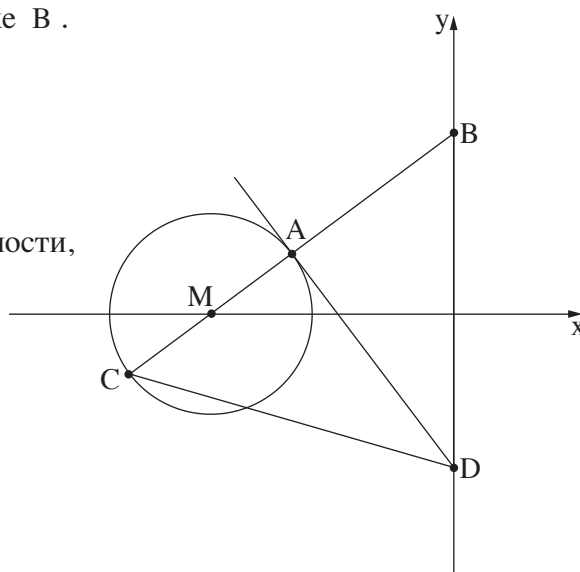
(⌘) Покажите, что $BD = CD$.

(7) Вычислите величину угла ABD .

Точка K лежит на отрезке CD .

Известно, что площадь треугольника MCK равна 90.

(7) Найдите длину отрезка CK .



5. На чертеже справа изображена прямоугольная трапеция $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$).

Вершина B лежит на отрицательной части оси x .

Дано: $A(0, 4)$, длина стороны AB равна 5.

(⌘) Найдите координаты вершины B .

(⌘) Найдите уравнение стороны BC .

Дано уравнение диагонали AC : $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

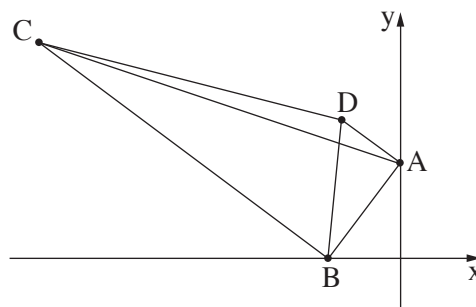
(⌘) Найдите длину стороны BC .

Точка M – точка пересечения диагоналей этой трапеции.

(7) Докажите: $\triangle DMA \sim \triangle BMC$.

Известно, что длина отрезка AD равна 3.

(7) Найдите, во сколько раз площадь треугольника BMC больше площади треугольника DMA .



**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих корни**

6. Дана функция $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.

a – параметр.

(к) Найдите область определения функции $f(x)$.

(д) Докажите, что функция $f(x)$ является четной.

Известно, что график функции $f(x)$ пересекает ось x в точке, в которой $x = \sqrt{3}$.

(л) Найдите значение a .

Подставьте $a = 2$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы (т)–(и).

(т) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.

(2) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(4) Найдите уравнения асимптот графика функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.

(и) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x - 7)$.

(и) (1) Найдите уравнения асимптот функции $g(x)$, перпендикулярных осям координат.

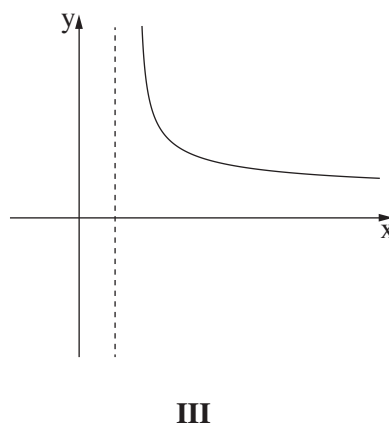
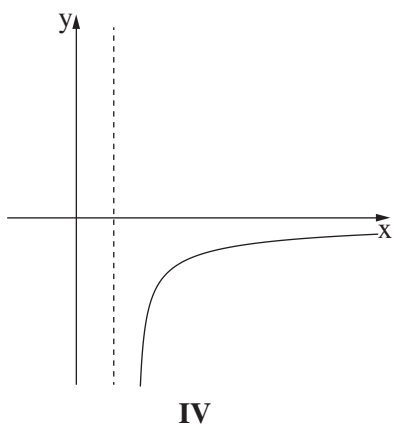
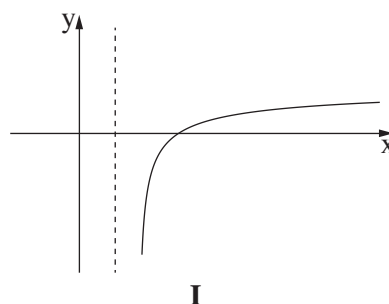
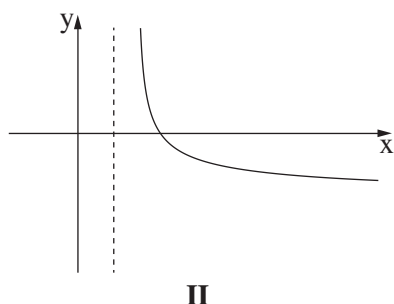
(2) Четная ли функция $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Производная $f'(x)$ определена в области $x > 3.2$.

- (ה) (1) Определите, какой из графиков I–IV в конце вопроса соответствует производной $f'(x)$.
- (2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямыми $x = 4$ и $x = 13$.



8. Ландшафтный архитектор спроектировала комплекс.

Комплекс состоит из трех частей, связанных друг с другом:

входная зона – прямоугольник $ABCD$,

дорожка – прямоугольник $BEFC$,

парк скульптур – квадрат $EGHK$.

Точки A, B, E, G лежат на одной прямой, как показано на чертеже.



Длина отрезка AG равна 8 метрам.

Длина стороны EG в 2 раза больше длины стороны AB .

Обозначим через x длину стороны AB .

(к) Выразите при помощи x длину стороны BE .

Известно, что площадь входной зоны равна 1 м^2 .

(г) (1) Выразите при помощи x длину стороны AD .

(2) Выразите при помощи x общую площадь этого комплекса.

(д) Найдите значение x , при котором общая площадь комплекса будет минимальной.

(е) Может ли общая площадь этого комплекса равняться 9 м^2 ? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך