

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures et cinquante-cinq minutes.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte deux parties constituées de cinq exercices.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Résolvez trois exercices de votre choix – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page.

Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שתיים וחמישים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Bonne chance !

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5 ($33\frac{1}{3}$ points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit un cercle d'équation $(x - \sqrt{k})^2 + y^2 = 36$,
et une ellipse d'équation $9x^2 + ky^2 = 9k$.

k est un paramètre supérieur à 9 .

Le point M est le centre du cercle, le point F est le foyer droit de l'ellipse,

et le point B est le point d'intersection de l'ellipse avec la partie positive de l'axe des ordonnées.

- א. Déterminez les coordonnées des points M , B et F . Exprimez vos réponses en fonction de k si nécessaire.

Le point O est l'origine du repère.

On sait que l'aire du triangle BOF est 4 fois supérieure à l'aire du triangle BFM .

- ב. Déterminez la valeur de k .

Substituez $k = 25$, puis répondez aux articles ג-ד.

Le point A est le point d'intersection de l'ellipse avec la partie négative de l'axe des abscisses.

On a tracé deux tangentes au cercle passant par le point A .

- ג. Déterminez les équations des deux tangentes.

L'une des droites que vous avez déterminées à l'article ג est tangente au cercle au point C , et l'autre droite est tangente au cercle au point D .

- ד. Déterminez le périmètre du quadrilatère $ACMD$.

2. La figure ci-contre représente la pyramide SABCD dont la base ABCD est un carré.

L'arête AS est une hauteur de la pyramide.

La longueur de l'arête AS est égale à la longueur du côté du carré ABCD.

Le point E est situé sur l'arête SD tel que $SE = \frac{3}{4} \cdot SD$.

Le point N vérifie $\vec{SN} = k \cdot \vec{SC}$. k est un paramètre.

On note : $\vec{AD} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. Exprimez le vecteur $\vec{EN}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ et k.

Donnée : $|\vec{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}|$.

א. Déterminez la valeur de k.

Substituez $k = \frac{1}{2}$, puis répondez aux articles ג-ז.

On place la pyramide dans un repère tel que A(0, 0, 0),

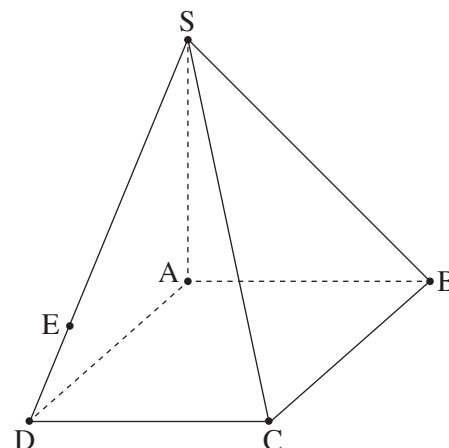
B(0, 12, 0).

Le sommet D est situé sur la partie positive de l'axe des abscisses et le sommet S est situé sur la partie positive de l'axe des cotes (z).

ג. (1) Déterminez les coordonnées des points N et E.

(2) Déterminez l'équation du plan ENB.

ז. Le volume de la pyramide SENB est-il supérieur, inférieur ou égal au volume de la pyramide CENB ? Justifiez votre réponse.



3. Soit les trois nombres complexes suivants :

$$z_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha), \quad z_2 = \frac{1}{r} \cdot (\cos(\alpha + 90^\circ) + i \cdot \sin(\alpha + 90^\circ)), \quad w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}.$$

$r > 0$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Le point A représente le nombre w dans le plan de Gauss. On sait que l'abscisse du point A est -1.

א. Déterminez la valeur de α .

On sait que le point A est situé sur la droite $y = -1$.

א. Déterminez la valeur de r.

Soit l'équation $z^4 = 128 \cdot (z_1 \cdot w)^2$.

z est une variable complexe.

ג. Déterminez les quatre solutions de l'équation.

Le point O est l'origine du repère.

Chacun des points B et C représente une des solutions que vous avez déterminées à l'article ג.

Le point B est situé dans le premier quadrant et le point C est situé dans le deuxième quadrant.

Le lieu géométrique de tous les points $z = x + iy$ du plan de Gauss qui vérifient $|z| = b$ coupe la partie positive de l'axe des ordonnées en un point K.

b est un nombre réel positif.

On sait que l'aire du quadrilatère CKBO vaut $7\sqrt{2}$.

ז. Déterminez la valeur de b.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{e^x - 1} + \frac{5}{e^x - 5} + a$.

a est un paramètre.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

Exprimez vos réponses en fonction de a , si nécessaire.

א. Démontrez que la fonction dérivée $f'(x)$ est négative sur l'ensemble de son domaine de définition.

On sait que la droite $y = 2$ est une asymptote de la fonction $f(x)$.

א. Déterminez les deux valeurs possibles de a .

Substituez $a = 2$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles 7-10.

7. Montrez que $f(x) = \frac{2e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} - 6e^x + 5}$.

ה. (1) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ו. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, l'axe des abscisses et la droite $x = \ln 2$.

5. Soit la fonction $f(x) = 8 \cdot \ln(x^2 + 7) - 2x$, définie pour tout x .

א. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

א. Déterminez les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est convexe [קעירות כלפי מעלה] et les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est concave [קעירות כלפי מטה].

On sait que la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses en un seul point.

א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = \ln(f(x) - 18)$, définie sur l'intervalle sur lequel $f(x) > 18$.

7. (1) Combien d'asymptotes perpendiculaires à l'axe des abscisses la fonction $g(x)$ admet-elle ? Justifiez votre réponse.

(2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez son type.

(3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך