

Mathématiques

4 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : deux heures et vingt minutes.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en deux parties comporte cinq questions.
Première partie — Suites, géométrie dans l'espace
Deuxième partie — Croissance et décroissance, calcul différentiel et intégral de fonctions trigonométriques, fonctions exponentielles et logarithmiques et fonctions puissance

Résolvez trois exercices de votre choix
— $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaire (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ועשרים דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם.
— $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1–5 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Suites, trigonométrie dans l'espace

1. Dans un lycée, les élèves de 1ב and les élèves de 2ב ont décidé de préparer une fête de fin d'année. Afin de couvrir les frais de la fête, ils ont récolté des bouteilles vides pendant plusieurs semaines puis ils les ont apportées au recyclage contre de l'argent.

Les élèves de 1ב ont récolté des bouteilles pendant 5 semaines.

Le nombre de bouteilles qu'ils ont récoltées chaque semaine est q fois supérieur au nombre de bouteilles qu'ils ont récoltées la semaine précédente.

Le nombre de bouteilles que les élèves de 1ב ont récoltées la quatrième semaine est 3,375 fois supérieur au nombre de bouteilles qu'ils ont récoltées la première semaine.

א. Déterminez la valeur de q .

Le nombre total de bouteilles que les élèves de 1ב ont récoltées la première semaine et la dernière semaine était égal à 2425.

ב. Déterminez le nombre de bouteilles que les élèves de 1ב ont récoltées la première semaine.

Les élèves de 2ב ont récolté des bouteilles pendant 18 semaines. Chaque semaine, ils ont récolté d bouteilles de plus que la semaine précédente.

La deuxième semaine, les élèves de 2ב ont récolté 230 bouteilles.

Les élèves de 2ב ont récolté 6300 bouteilles en tout.

ג. Déterminez la valeur de d .

Pour chaque bouteille apportée au recyclage, les élèves ont reçu 0,3 shekel.

Les frais de la fête de fin d'année s'élèvent à 3400 shekels.

- ד. La somme totale que les élèves des deux classes ont reçue pour toutes les bouteilles apportées au recyclage sera-t-elle suffisante pour couvrir les frais de la fête ?

Justifiez votre réponse.

2. La figure ci-contre représente une pyramide droite SABCD dont la base ABCD est un carré.
SO est une hauteur de la pyramide.

On sait que la longueur de SO vaut 7,2 et que le volume de la pyramide vaut 38,4 .

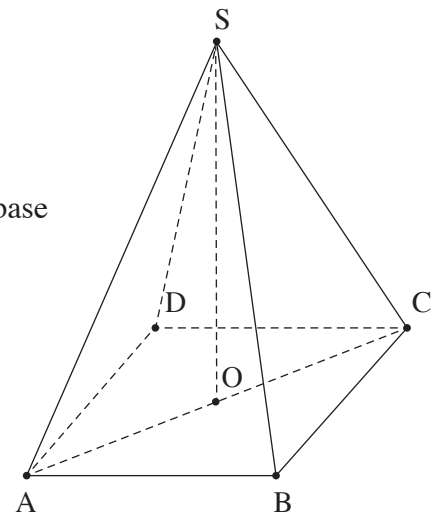
- א. Déterminez la longueur du côté de la base ABCD .
- ב. Déterminez la mesure de l'angle entre une arête latérale et la base de la pyramide .

Le point F se trouve sur la hauteur SO de la pyramide.

À partir du point F , on a relié des segments aux sommets A , B et D de manière à former une pyramide droite FABD .

On sait que la mesure de l'angle entre une arête latérale de la pyramide FABD et la base ABD vaut 60° .

- א. (1) Déterminez la longueur du segment FO .
(2) Déterminez combien de fois le volume de la pyramide SABCD est supérieur au volume de la pyramide FABD .



Deuxième partie — Croissance et décroissance, calcul différentiel et intégral de fonctions trigonométriques, fonctions exponentielles et logarithmiques et fonctions puissance

3. Soit la fonction $f(x) = ax + 5 \cos(2x) - 1$ définie sur l'intervalle $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.

a est un paramètre.

On sait que le coefficient directeur de la tangente au graphe de la fonction $f(x)$ au point d'abscisse $x = \frac{\pi}{4}$ vaut -5 .

א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 5$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ד.

- ב. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x)$ dont la fonction dérivée vérifie $g'(x) = f(x)$.

La fonction $g(x)$ et la fonction dérivée $g'(x)$ sont définies sur l'intervalle $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.

- ד. Voici deux affirmations, I-II. Déterminez pour chacune de ces affirmations si elle vraie ou fausse. Justifiez vos réponses.
- I. La fonction $g(x)$ admet deux points d'extremum locaux.
- II. La fonction $g(x)$ est croissante sur l'intervalle $0 < x < \frac{2}{3}\pi$.

4. Soit la fonction $f(x) = (2x^2 - ax) \cdot e^x$ définie pour tout x .

a est un paramètre.

On sait que la fonction $f(x)$ admet un point d'extremum d'abscisse $x = 1$.

א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 3$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ד.

- ב. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ה. Déterminez les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est positive et les intervalles sur lesquels elle est négative.

Soit la fonction $g(x) = -f(x) - 2e$, définie pour tout x .

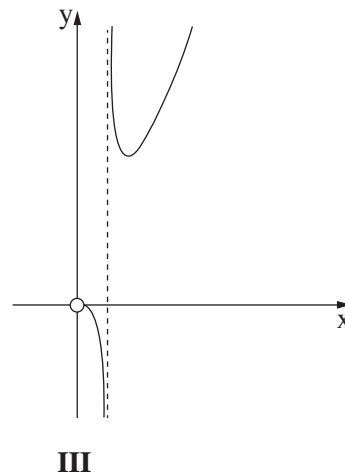
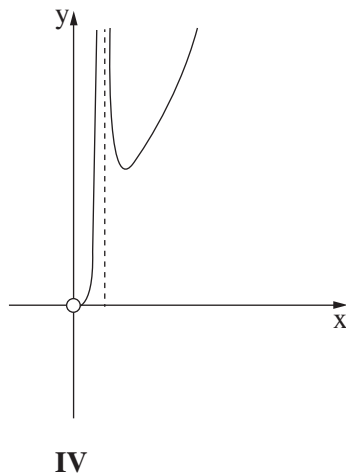
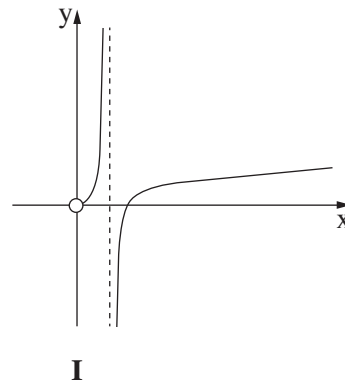
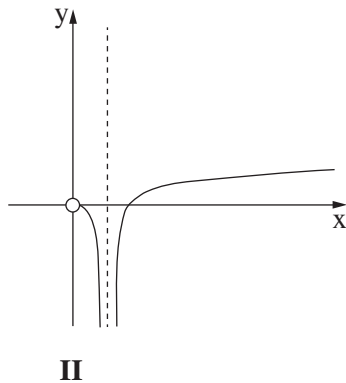
- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type.
- (2) Le graphe de la fonction $g(x)$ coupe-t-il l'axe des abscisses ? Justifiez votre réponse.

5. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $f(x)$ qui est perpendiculaire à l'axe des abscisses.
- ב. Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe-t-il l'axe des abscisses ? Justifiez votre réponse.
- ג. (1) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.

Le domaine de définition de la fonction dérivée $f'(x)$ est le même que le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

- ד. (1) Déterminez lequel des graphes I–IV ci-dessous décrit la fonction $f(x)$, et lequel décrit la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez vos réponses.
- (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par la droite $x = e^3$.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך