

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heures.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique et probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Répondez à cinq questions de votre choix — 22 points par exercice.
Le total des points que vous pourrez cumuler ne sera pas supérieur à 100.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – לכל שאלה 22 נקודות.
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה !

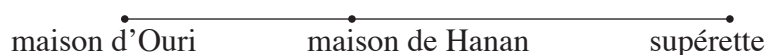
Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8 (22 points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. La maison de Hanan se trouve entre la maison d'Ouri et la supérette, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



La distance entre la maison d'Ouri et la maison de Hanan est de 3 km.

La distance entre la maison de Hanan et la supérette est de 5 km.

Ouri est parti de sa maison puis il a pris son vélo et a roulé vers la supérette à une vitesse constante.

Hanan est parti de sa maison puis il a pris son vélo et a roulé vers la supérette à une vitesse supérieure de 3 km/h à la vitesse à laquelle Ouri a roulé.

Hanan est parti de sa maison 20 minutes après qu'Ouri est parti de la sienne.

Ouri et Hanan sont arrivés à la supérette exactement au même moment.

- ⌘. Déterminez la vitesse à laquelle Ouri a roulé.

Lorsqu'Ouri et Hanan sont arrivés à la supérette, ils y ont effectué des achats.

Ouri est resté 10 minutes à la supérette, puis immédiatement après, il a repris son vélo et a roulé vers sa maison à la même vitesse que celle à laquelle il avait roulé à l'aller.

Hanan est resté 12 minutes à la supérette puis, immédiatement après, lui aussi a repris son vélo et a roulé vers sa maison à la même vitesse que celle à laquelle il avait roulé à l'aller.

- ⌚. Déterminez à quelle distance de la supérette Ouri et Hanan se sont rencontrés sur leur trajet retour.

2. La figure ci-contre représente un cercle. Le centre M du cercle se situe dans le deuxième quadrant.

Le cercle passe par l'origine O du repère.

On sait que l'ordonnée du point M est 8 et que le rayon du cercle vaut 10.

- א. (1) Déterminez l'abscisse du point M .
- (2) Déterminez l'équation du cercle.

B est le point d'intersection du cercle avec la partie négative de l'axe des abscisses.

- ב. Déterminez les coordonnées du point B .

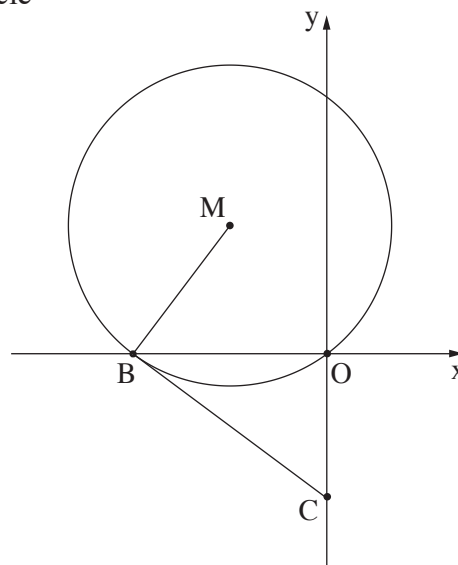
On a tracé une tangente au cercle au point B .

La tangente coupe l'axe des ordonnées en un point C .

- ג. (1) Déterminez l'équation de la tangente.
- (2) Déterminez la longueur du segment BC .

On a tracé une droite parallèle à la tangente BC passant par le point M et coupant l'axe des ordonnées en un point E .

- ד. Calculez l'aire du trapèze $BCME$.



3. Dans une usine, on produit des ordinateurs.

Tous les ordinateurs produits lors d'un certain cycle de production ont été soumis à deux tests de contrôle qualité pour s'assurer qu'ils étaient en bon état.

Au premier test, on a constaté que 80 % des ordinateurs étaient en bon état.

Si un ordinateur est jugé en bon état au premier test, la probabilité qu'il soit jugé en bon état au second test est de 0,9.

Si un ordinateur n'est pas jugé en bon état au premier test, la probabilité qu'il soit jugé en bon état au second test est de 0,35.

On a choisi au hasard un ordinateur produit lors de ce cycle de production.

- א. Quelle est la probabilité que l'ordinateur soit jugé en bon état à exactement un des tests ?
- ב. Quelle est la probabilité que l'ordinateur soit jugé en bon état à au moins un des tests ?

Seuls les ordinateurs qui ont été jugés en bon état sont mis en vente.

On a choisi au hasard un ordinateur produit lors de ce cycle de production.

- ג. On sait que l'ordinateur choisi a été jugé en bon état à au moins un des tests. Quelle est la probabilité que cet ordinateur ait été mis en vente ?

On sait que 250 ordinateurs ont été produits lors de ce cycle de production.

- ד. Déterminez le nombre d'ordinateurs qui ont été mis en vente au cours de ce cycle de production.

Parmi les ordinateurs qui ont été produits lors de ce cycle de production, on a choisi au hasard deux ordinateurs l'un après l'autre (tirage sans remise).

- ה. Quelle est la probabilité qu'exactly un ordinateur ait été mis en vente ?

/suite en page 4/

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

4. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O .

Le segment AD est tangent au cercle au point A .

Le côté BC est parallèle au segment AD .

- א. Démontrez que le triangle ABC est isocèle.

On sait que le segment CD est tangent au cercle au point C .

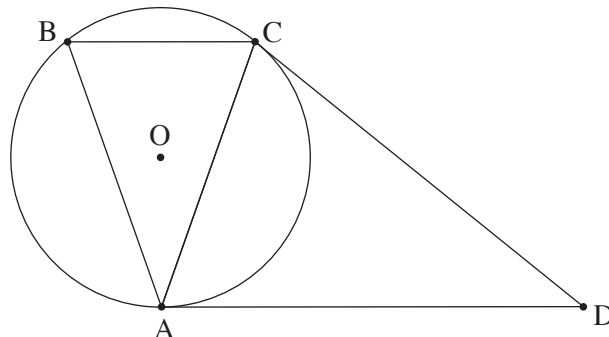
- ב. Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle DAC$.

Données : $BC = 8$, $AD = 18$.

- ג. Déterminez la longueur du côté AB .

On sait que le rayon du cercle vaut $\sqrt{40,5}$.

- ד. Déterminez la distance du centre du cercle à la corde AC .



5. La figure ci-contre représente un triangle ABC .

On sait que la longueur du côté BC est 2,3 fois supérieure à la longueur du côté AC ,

$$\angle BAC = 120^\circ.$$

- א. Déterminez la mesure de l'angle ABC .

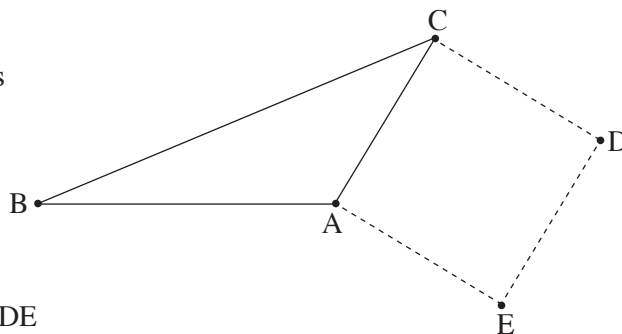
À partir du côté AC , on a construit un carré $ACDE$ comme indiqué sur la figure.

On sait que l'aire du triangle ABC vaut 25.

- ב. Déterminez l'aire du carré $ACDE$.

- ג. Déterminez la longueur du segment BD .

- ד. Déterminez combien de fois le rayon du cercle dans lequel est inscrit le triangle BCD est supérieur au rayon du cercle dans lequel est inscrit le carré $ACDE$.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.

a est un paramètre.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

ב. Démontrez que la fonction $f(x)$ est paire.

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $x = \sqrt{3}$.

ג. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 2$ dans la fonction $f(x)$ et répondez aux articles 7-1.

7. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

(2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

(3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.

(4) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x - 7)$.

ו. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

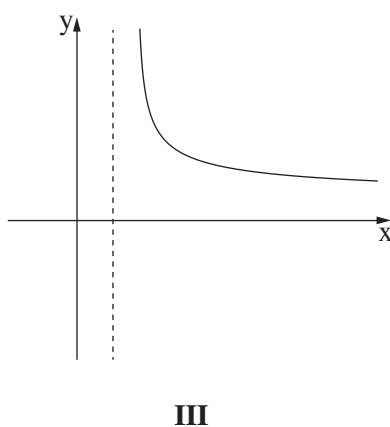
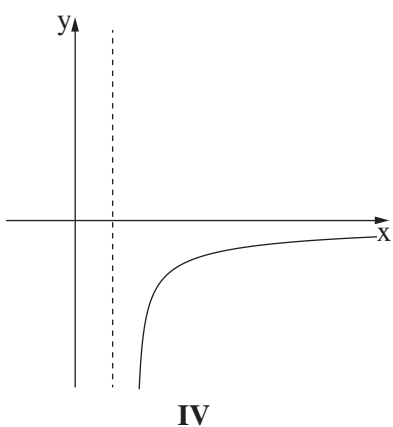
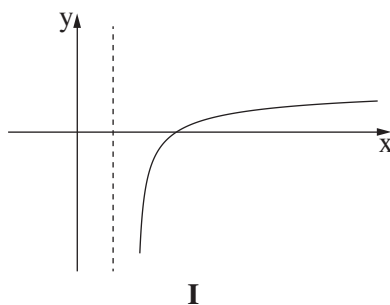
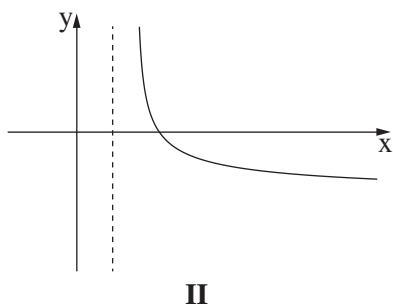
(2) La fonction $g(x)$ est-elle paire ? Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x > 3,2$.

- ה. (1) Déterminez lequel des graphes I–IV figurant à la fin de la question représente la fonction dérivée $f'(x)$.
- (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, l'axe des abscisses et les droites $x = 4$ et $x = 13$.



8. Une paysagiste a conçu les plans d'un espace public.

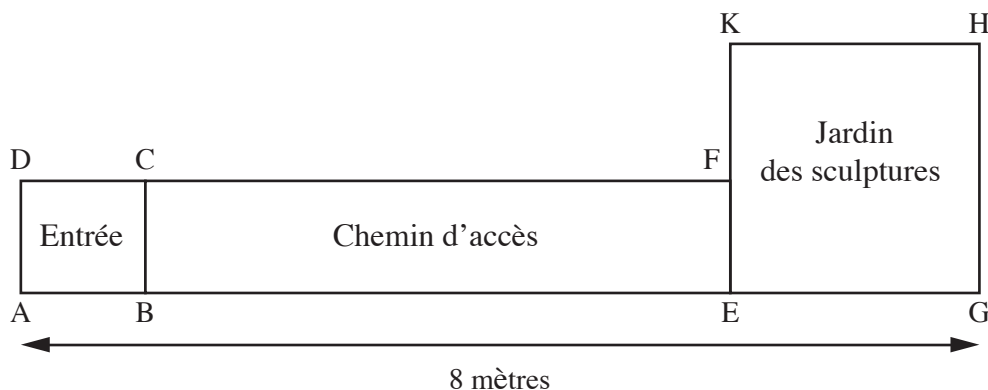
Cet espace est composé de trois parties reliées entre elles :

l'entrée – le rectangle $ABCD$.

le chemin d'accès – le rectangle $BEFC$

le jardin des sculptures – le carré $EGHK$

Les points A , B , E , G se trouvent sur une même droite, comme indiqué sur la figure.



La longueur du segment AG vaut 8 mètres.

La longueur du côté EG est 2 fois supérieure à la longueur du côté AB .

On note x la longueur du côté AB .

א. Exprimez la longueur du côté BE en fonction de x .

On sait que l'aire de l'entrée vaut 1 m^2 .

ב. (1) Exprimez la longueur du côté AD en fonction de x .

(2) Exprimez l'aire totale de cet espace en fonction de x .

ג. Déterminez la valeur de x pour laquelle l'aire totale de cet espace est minimale.

ד. Est-il possible que l'aire totale de cet espace vaille 9 m^2 ? Justifiez votre réponse.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך