



Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heures.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
Première partie — Statistiques et probabilités
Deuxième partie — Géométrie
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Résolvez cinq exercices selon votre choix – 22 points par question.
Le nombre de points total que vous pouvez obtenir ne dépassera pas 100.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני — גאומטריה
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – לכל שאלה 22 נקודות.
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8 (22 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. Dans un pays donné, une étude nationale a été menée dans le domaine de la santé.
Dans cette étude, on a examiné le nombre de pas effectués chaque jour par chacun des participants.
On constate que le nombre de pas quotidiens suit une distribution normale et que son écart-type est de 800 .
On constate que 37,5 % des participants à cette étude ont effectué moins de 6944 pas par jour.
א. Déterminez la moyenne du nombre de pas effectués chaque jour par les participants à cette étude.

Le ministère de la Santé recommande d'effectuer plus de 8400 pas par jour.
ב. Déterminez le pourcentage de participants à cette étude qui suivent cette recommandation.

On constate que 14722 participants à cette étude effectuent plus de 7200 pas par jour mais moins de 8400 pas par jour.
ג. D'après le tableau de distribution normale, combien de personnes au total ont-elles participé à cette étude ?

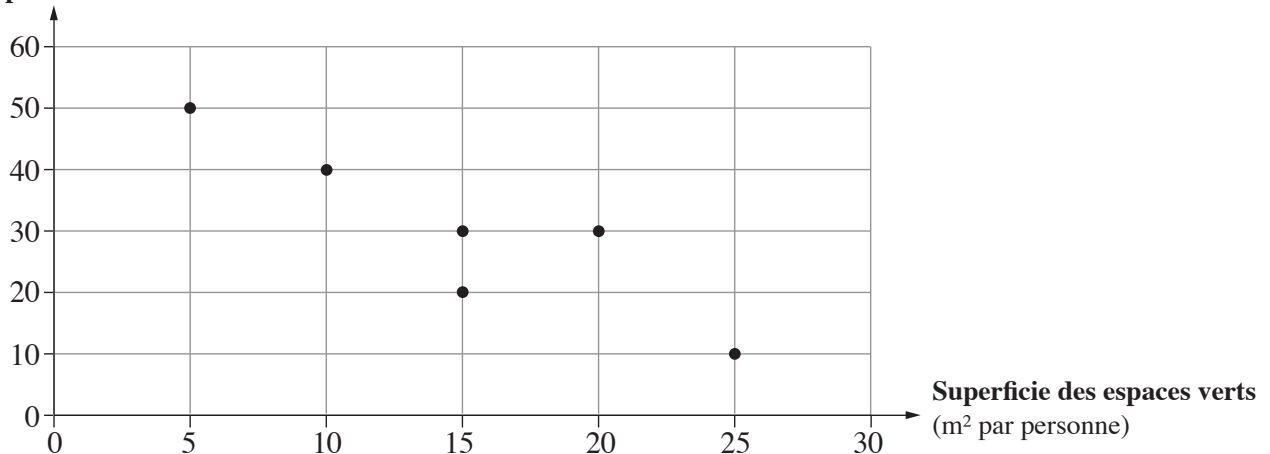
Dans cette étude, on a examiné également le nombre d'heures de sommeil par jour de chacun des participants à cette étude.
On constate que le nombre d'heures de sommeil par jour suit également une distribution normale.
La moyenne du nombre d'heures de sommeil par jour des participants à cette étude est de 7 heures.
Sarit a participé à cette étude. Son nombre d'heures de sommeil par jour est de 9,28 et le nombre de pas qu'elle effectue par jour est de 8416 .
La cote z [ציון תקן] du nombre de pas que Sarit effectue par jour est identique à la cote z de son nombre d'heures de sommeil par jour.
ד. Déterminez l'écart-type du nombre d'heures de sommeil par jour des participants à cette étude.

2. Un chercheur en environnement a examiné dans 6 villes différentes la relation entre la superficie des espaces verts (parcs et jardins publics) par personne dans la ville (variable x) et le taux de pollution de l'air dans la ville (variable y).

Le chercheur a déterminé le taux de pollution de l'air pour chaque ville selon l'indice de qualité de l'air IQA (Indice numérique de la Quantité de polluants dans l'Air).

Les données sont présentées dans le diagramme de dispersion ci-dessous.

Taux de pollution de l'air



On note r le coefficient de corrélation entre x et y .

- א. Voici quatre affirmations I–IV. Déterminez quelle affirmation est vraie. Justifiez votre réponse.

I. $0 < r < 1$

II. $r = -1$

III. $-1 < r < 0$

IV. On ne peut pas déterminer l'intervalle des valeurs de r .

- ב. (1) Calculez la moyenne de la superficie des espaces verts par personne dans les 6 villes.
(2) Calculez la moyenne du taux de pollution de l'air dans les 6 villes.

On sait que l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x est $y = -1,8 + b$.

- ג. (1) Déterminez la valeur de b .
(2) D'après la droite de régression, quelle est la prédiction du taux de pollution de l'air dans une ville dans laquelle la superficie des espaces verts est de 18 m² par personne ?

- ד. Calculez l'écart-type de la superficie des espaces verts dans les 6 villes.

Le chercheur a déterminé que l'écart-type du taux de pollution dans l'air est de $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.

- ה. À l'aide de l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x , déterminez le coefficient de corrélation r .

Le chercheur a découvert que l'instrument de mesure était défaillant et qu'en réalité, le taux de pollution de l'air dans chacune des 6 villes était supérieur de 4 au taux de pollution de l'air qui avait été mesuré précédemment. Le chercheur a corrigé les données correspondantes.

- ו. (1) Le coefficient directeur de la droite de régression prédisant y en fonction de x après la correction des données du taux de pollution de l'air, a-t-il augmenté, diminué ou n'a-t-il pas varié ? Justifiez votre réponse.
(2) Écrivez l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x après la correction des données du taux de pollution de l'air.

3. Dans une usine, on produit des ordinateurs.

Tous les ordinateurs produits lors d'un certain cycle de production ont été soumis à deux tests de contrôle qualité pour s'assurer qu'ils étaient en bon état.

Au premier test, on a constaté que 80 % des ordinateurs étaient en bon état.

Si un ordinateur est jugé en bon état au premier test, la probabilité qu'il soit jugé en bon état au second test est de 0,9 .

Si un ordinateur n'est pas jugé en bon état au premier test, la probabilité qu'il soit jugé en bon état au second test est de 0,35 .

On a choisi au hasard un ordinateur produit lors de ce cycle de production.

א. Quelle est la probabilité que l'ordinateur soit jugé en bon état à exactement un des tests ?

ב. Quelle est la probabilité que l'ordinateur soit jugé en bon état à au moins un des tests ?

Seuls les ordinateurs qui ont été jugés en bon état sont mis en vente.

On a choisi au hasard un ordinateur produit lors de ce cycle de production.

ג. On sait que l'ordinateur choisi a été jugé en bon état à au moins un des tests. Quelle est la probabilité que cet ordinateur ait été mis en vente ?

On sait que 250 ordinateurs ont été produits lors de ce cycle de production.

ד. Déterminez le nombre d'ordinateurs qui ont été mis en vente au cours de ce cycle de production.

Parmi les ordinateurs qui ont été produits lors de ce cycle de production, on a choisi au hasard deux ordinateurs l'un après l'autre (tirage sans remise).

ה. Quelle est la probabilité qu'exactly un ordinateur ait été mis en vente ?

Deuxième partie — Géométrie

4. La figure ci-contre représente un cercle. Le centre M du cercle se trouve sur l'axe des abscisses.
Le point A se trouve sur le cercle.

Le prolongement du segment MA coupe l'axe des ordonnées en un point B .

Données : $A(-16, 6)$; $B(0, 18)$.

א. (1) Déterminez l'équation de la droite AB .

(2) Déterminez l'équation du cercle.

On trace une tangente au cercle qui passe par le point A et qui coupe l'axe des ordonnées en un point D .

ב. Déterminez les coordonnées du point D .

Le point C est un point du cercle tel que AC est un diamètre du cercle.

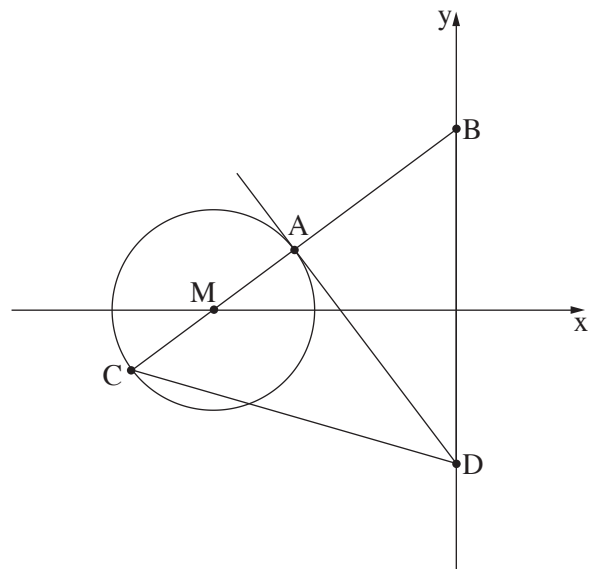
ג. Montrez que $BD = CD$.

ד. Calculez la mesure de l'angle ABD .

Le point K se trouve sur le segment CD .

On sait que l'aire du triangle MCK vaut 90.

ה. Déterminez la longueur du segment CK .



5. La figure ci-contre représente un trapèze rectangle $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$).

Le sommet B se trouve sur la partie négative de l'axe des abscisses.

Données : $A(0, 4)$; la longueur du côté AB vaut 5.

א. Déterminez les coordonnées du sommet B .

ב. Déterminez l'équation du côté BC .

On sait que l'équation de la diagonale AC est $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

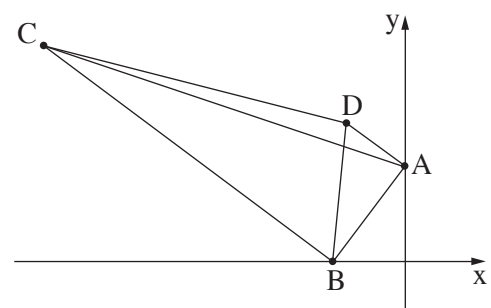
ג. Déterminez la longueur du côté BC .

M est le point d'intersection des diagonales du trapèze.

ד. Démontrez que $\triangle DMA \sim \triangle BMC$.

On sait que la longueur du segment AD vaut 3.

ה. Déterminez combien de fois l'aire du triangle BMC est supérieure à l'aire du triangle DMA .



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.

a est un paramètre.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

ב. Démontrez que la fonction $f(x)$ est paire.

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $x = \sqrt{3}$.

ג. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 2$ dans la fonction $f(x)$ et répondez aux articles 7-7.

7. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

(2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

(3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.

(4) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x - 7)$.

ו. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

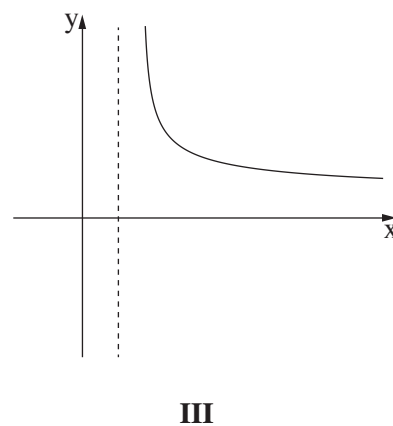
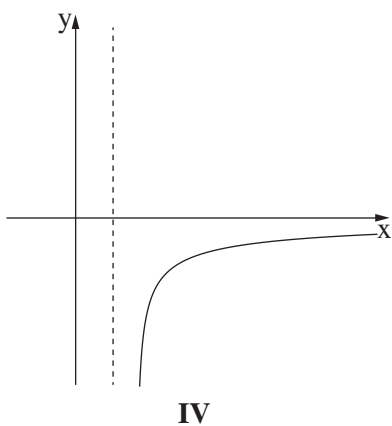
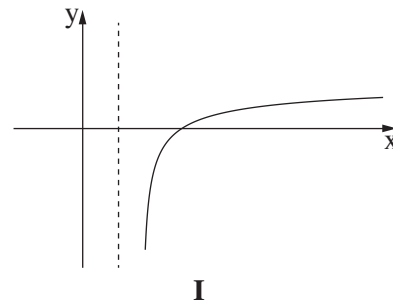
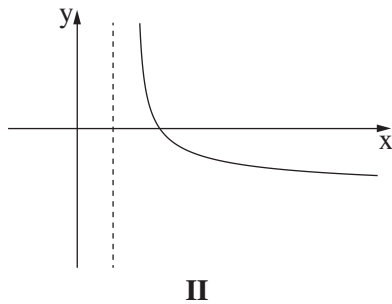
(2) La fonction $g(x)$ est-elle paire ? Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x > 3,2$.

- ה. (1) Déterminez lequel des graphes I–IV figurant à la fin de la question représente la fonction dérivée $f'(x)$.
- (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, l'axe des abscisses et les droites $x = 4$ et $x = 13$.



8. Une paysagiste a conçu les plans d'un espace public.

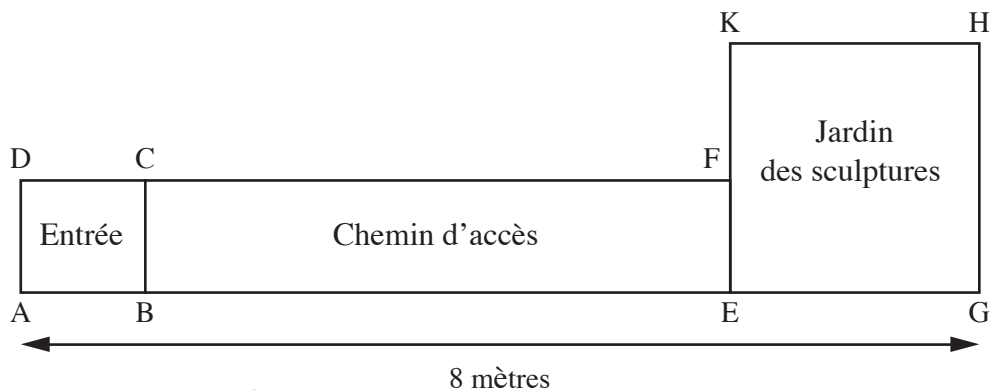
Cet espace est composé de trois parties reliées entre elles :

l'entrée – le rectangle ABCD .

le chemin d'accès – le rectangle BEFC

le jardin des sculptures – le carré EGHK

Les points A , B , E , G se trouvent sur une même droite, comme indiqué sur la figure.



La longueur du segment AG vaut 8 mètres.

La longueur du côté EG est 2 fois supérieure à la longueur du côté AB .

On note x la longueur du côté AB .

א. Exprimez la longueur du côté BE en fonction de x .

On sait que l'aire de l'entrée vaut 1 m^2 .

ב. (1) Exprimez la longueur du côté AD en fonction de x .

(2) Exprimez l'aire totale de cet espace en fonction de x .

ג. Déterminez la valeur de x pour laquelle l'aire totale de cet espace est minimale.

ד. Est-il possible que l'aire totale de cet espace vaille 9 m^2 ? Justifiez votre réponse.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך