

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

Указания

- Продолжительность экзамена: 2 часа.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание
Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела:
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- משך הבחינה: שתיים.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Вы должны ответить на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание

1. В преддверии летних каникул в магазине мороженого начали готовить шоколадное мороженое.

Каждый день в этом магазине готовили на 3 кг шоколадного мороженого больше, чем в предыдущий.

Общее количество шоколадного мороженого, приготовленного в первый и в четвертый дни, составило 149 кг.

(а) Найдите, сколько килограммов шоколадного мороженого приготовили в первый день.

Процесс приготовления шоколадного мороженого продолжался в общей сложности 16 дней.

(б) Найдите, сколько всего килограммов шоколадного мороженого приготовили в этом магазине.

В преддверии летних каникул в этом магазине начали готовить также ванильное мороженое.

Каждый день в магазине готовили на d кг ванильного мороженого больше, чем в предыдущий.

Процесс приготовления ванильного мороженого продолжался в общей сложности 16 дней.

В последний день в магазине приготовили 115 кг ванильного мороженого.

Общее количество ванильного мороженого, приготовленного в этом магазине, было на 480 кг меньше общего количества приготовленного там шоколадного мороженого.

(в) Найдите значение d .

По окончании процесса приготовления шоколадного и ванильного мороженого оба этих вида мороженого начали продавать.

Продажи продолжались 5 дней, и за это время было продано все мороженое, приготовленное в магазине.

Каждый день продавали в 2 раза больше мороженого, чем в предыдущий день.

(г) Найдите, сколько килограммов мороженого было продано в первый день.

2. На чертеже справа изображена пирамида $ABCS$.

Ребро AS перпендикулярно плоскости основания ABC .

Точка E – середина ребра BS .

Точка F – такая точка на ребре BC , что $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Обозначим: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.

($\aleph$) Выразите при помощи $\underline{u}$, $\underline{v}$ и $\underline{w}$
 векторы $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$.

Дано: $|\underline{w}| = 8$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 6$, $\sphericalangle BAC = 120^\circ$.

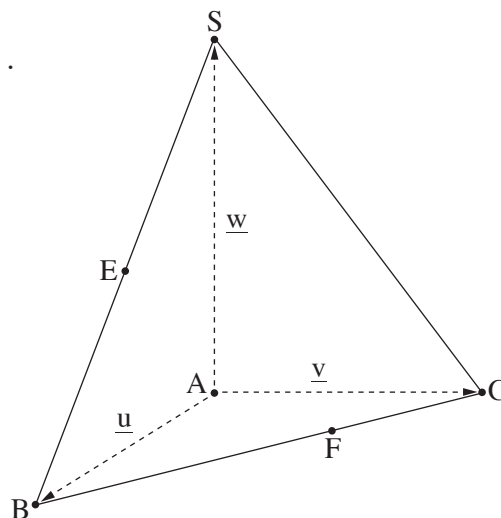
($\beth$) Вычислите объем пирамиды.

($\aleph$) (1) Найдите значение $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) Докажите, что $\overrightarrow{AE}$ перпендикулярен $\overrightarrow{AF}$.

($\daleth$) (1) Найдите значение $|\overrightarrow{AF}|$.

(2) Найдите площадь треугольника EAF .

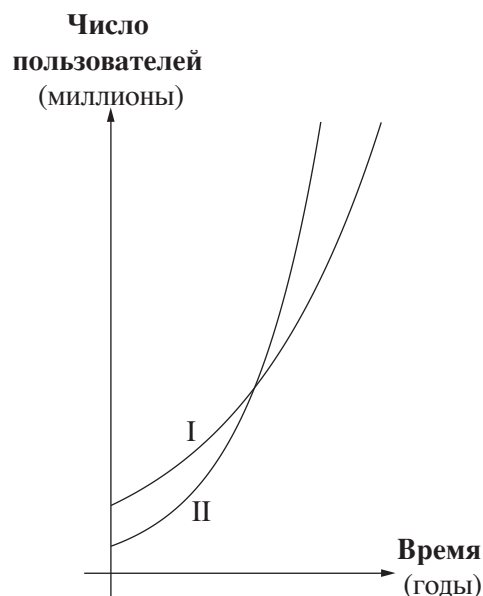


3. В начале 2025 года исследователи проверили количество людей, пользующихся двумя инструментами искусственного интеллекта: инструментом А и инструментом В .

Согласно прогнозу исследователей, число пользователей инструмента А будет увеличиваться на 10% в год.

Известно, что в начале 2025 года число пользователей инструмента А составило 50 миллионов.

- (⌘) Найдите, какое число пользователей инструмента А ожидается к началу 2030 года.



Согласно прогнозу исследователей, число пользователей инструмента В будет увеличиваться каждый год на постоянный процент.

Ожидается, что число пользователей инструмента В в начале 2031 года будет в 3 раза больше числа его пользователей в начале 2025 года.

- (⌘) Найдите, на сколько процентов в год ожидается увеличение числа пользователей инструмента В .

Выше приведены два графика, I–II , на которых изображено ожидаемое число пользователей инструментов А и В с начала 2025 года и далее.

- (⌘) Какой из графиков I–II описывает ожидаемое число пользователей инструмента В ? Обоснуйте свой ответ.

Согласно прогнозу исследователей, в начале 2030 года число пользователей инструмента А будет на 30 миллионов больше числа пользователей инструмента В .

- (⌘) Найдите число пользователей инструмента В в начале 2025 года.

- (⌘) Найдите, через какое время с начала 2025 года число пользователей инструмента А согласно прогнозам сравняется с числом пользователей инструмента В .

**Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление
показательных и логарифмических функций**

4. Дана функция $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$, определенная для любого x .

a – параметр.

Известно, что угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ в точке с координатой $x = 0$ равен $\frac{16}{e}$.

(ж) Найдите значение a .

Подставьте $a = 10$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (з)–(и).

(з) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.

(2) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(и) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, определенная для любого x .

(т) Объясните, почему значение функции $g(x)$ положительно для любого x .

Точка A – это точка пересечения графика функции $f(x)$ с графиком функции $g(x)$.

(н) Найдите координаты точки A .

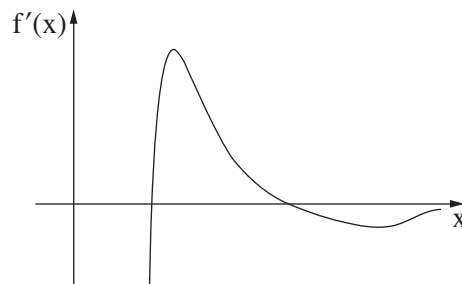
Через точку A провели перпендикуляр к оси x .

(и) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $g(x)$, данным перпендикуляром, осью x и осью y .

5. Даны функция $f(x)$ и ее производная $f'(x)$,
определенные для $x > 0$.

На чертеже справа изображен график производной $f'(x)$.

Все точки экстремума и точки пересечения с осью x
графика производной $f'(x)$ представлены на этом чертеже.



- (8) Ниже приведены два высказывания, I–II.

В отношении каждого из этих высказываний определите, верно оно или неверно.

Обоснуйте свои утверждения.

I. У функции $f(x)$ есть ровно три точки экстремума.

II. Координата x точки минимума функции $f(x)$ больше координаты x точки ее максимума.

Дано: $f(x) = \frac{14(\ln x)^2}{x^2}$.

- (2) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

(2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x - 4)$.

- (7) (1) Какова область определения функции $g(x)$?

(2) Найдите координаты точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип.

Желаем успеха!

בהצלחה!