

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – статистика и теория вероятностей
Раздел второй – геометрия
Раздел третий – дифференциальное и интегральное
исчисление полиномов, рациональных функций и функций,
содержащих корни
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере
на один вопрос из каждого раздела: $5 \times 20 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос;
укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно.
Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוארוה

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל
פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת
לפחות מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;
יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם
כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים,
בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או
לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятностей

1. В оранжерее «Дерево и цветок» выращивают различные виды растений.

В одном году длины стеблей растений в оранжерее распределились согласно нормальному закону [התפלגות נורמלית], а среднее значение [אמצע] длины стеблей составило 64 см.

Растения, длина стебля которых меньше 55 см, продают в местные магазины.

Известно, что в этом году 32.6% растений из оранжереи были проданы в местные магазины.

(א) Найдите среднеквадратичное отклонение [סטיית הריבוע] длин стеблей в этом году.

Растения, длина стебля которых больше 80 см, отправляют на экспорт.

В этом году 9540 растений из оранжереи были отправлены на экспорт.

(ב) (1) Найдите процент растений в оранжерее, которые были отправлены на экспорт.

(2) Согласно таблице нормального распределения, сколько растений не были отправлены на экспорт и не были проданы в местные магазины?

В следующем году длины стеблей растений в оранжерее распределились согласно нормальному закону, а среднеквадратичное отклонение составило 25 см.

И в этом году растения, длина стебля которых была меньше 55 см, были проданы в местные магазины.

Всего в этом году в оранжерее вырастили 40 000 растений.

4 000 из этих растений были проданы в местные магазины.

(ג) Найдите среднюю длину стеблей растений в этом году.

2. В фирме по маркетингу изучили связь между расходами на рекламу (переменная x) и доходами (переменная y) в пяти компаниях 'א–'ה в течение одного месяца. Данные представлены в приведенной ниже таблице.

Компания	Расходы на рекламу (в тысячах шекелей) переменная x	Доходы (в тысячах шекелей) переменная y
'א	10	16
'ב	15	17
'ג	20	20
'ד	25	34
'ה	30	68

- (א) (1) Вычислите среднее значение [ממוצע] расходов на рекламу 5 данных компаний в этом месяце.
 (2) Вычислите среднеквадратичное отклонение [סטיית הרוחן] расходов на рекламу 5 данных компаний в этом месяце.

Фирма по маркетингу выяснила, что средний доход 5 данных компаний в этом месяце составил 31 тысячу шекелей и что среднеквадратичное отклонение их доходов составило $8\sqrt{6}$ тысяч шекелей.

- (ב) Найдите коэффициент корреляции [מקדם המתאם] r .
 (ג) (1) Найдите уравнение линии регрессии [ישר הרגרסיה] для предсказания y по x .
 (2) В соответствии с данной линией регрессии, каков прогноз ежемесячных доходов компании, в которой ежемесячные расходы на рекламу составляют 24 тысячи шекелей?

В следующем за этим месяце доходы каждой из компаний выросли на 15% (расходы на рекламу каждой из компаний не изменились).

- (ד) Ниже приведены три высказывания, I–III.

Для каждого высказывания определите, верно ли оно. Обоснуйте свои ответы.

- I. В том месяце, в котором доходы увеличились, среднеквадратичное отклонение доходов равнялось $10\sqrt{6}$.
 II. В том месяце, в котором доходы увеличились, угловой коэффициент линии регрессии для прогнозирования y по x не изменился.
 III. Точка (20, 35.65) расположена на линии регрессии для прогнозирования y по x в месяце, в котором доходы увеличились.

3. На одной ферме выращивают два вида перцев: большие перцы и маленькие перцы.

Количество больших перцев в 4 раза больше количества маленьких перцев.

Случайным образом из всех перцев на ферме выбирают один перец.

(*) Какова вероятность того, что выбранный перец – маленький?

Большие перцы на ферме – красные или желтые,

а маленькие перцы – красные или зеленые.

0.6 больших перцев – красные.

0.75 маленьких перцев – красные.

Случайным образом из всех перцев на ферме выбирают один перец.

(*) Какова вероятность того, что выбранный перец будет большим желтым перцем?

(*) (1) Какова вероятность того, что выбранный перец будет красным?

(2) Известно, что был выбран красный перец. Какова вероятность того, что это был большой перец?

Все перцы с фермы отправляют на две упаковочные фабрики, 'א и 'ב.

На фабрику 'א отправляют все красные перцы, а на фабрику 'ב отправляют все желтые перцы и все зеленые перцы.

(*) Больше или меньше процент больших перцев на фабрике 'א, чем процент больших перцев на фабрике 'ב? Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа изображен равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$).

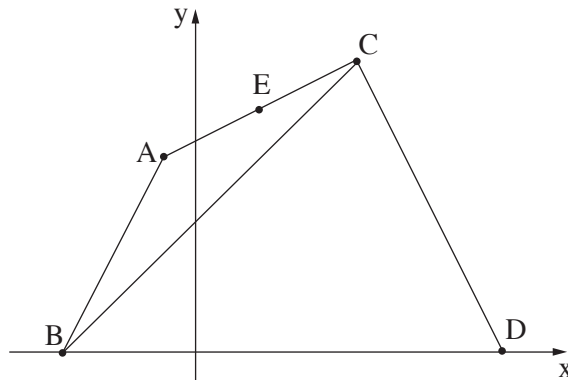
Вершина B лежит на отрицательной части оси x .

Точка D – такая точка на оси x ,

что CD перпендикулярен AC .

Дано: точка $E(4, 15)$ – середина стороны AC ,

уравнение прямой CD : $y = -2x + 38$.



(*) (1) Найдите уравнение прямой AC .

(2) Найдите координаты вершины C .

(*) (1) Найдите длину стороны AB .

(2) Найдите координаты вершины B .

(*) Найдите величину угла ABD и величину угла CBD .

(7) Вычислите площадь треугольника ABC .

5. На чертеже справа изображен треугольник ABC , вписанный в окружность.

Сторона CB – диаметр окружности.

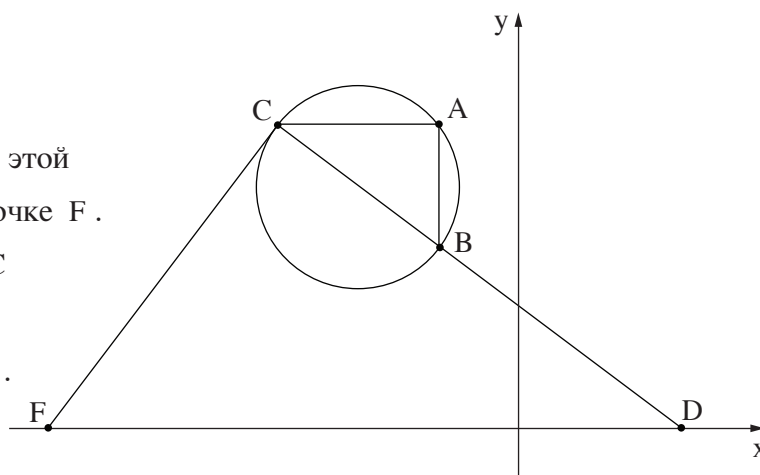
Сторона AB параллельна оси y .

Продолжение стороны CB пересекает ось x в точке D .

Через точку C провели касательную к этой окружности, пересекающую ось x в точке F .

(*) (1) Объясните, почему сторона AC параллельна оси x .

(2) Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle CFD$.



Дано: $D(8, 0)$,

уравнение касательной CF : $y = \frac{4}{3}x + 31$.

(*) Найдите длину стороны FD .

(*) (1) Найдите уравнение стороны CD .

(2) Найдите длину стороны CD .

Известно, что коэффициент подобия между треугольником ABC и треугольником CFD равен $\frac{8}{25}$.

(7) Вычислите периметр треугольника ABC .

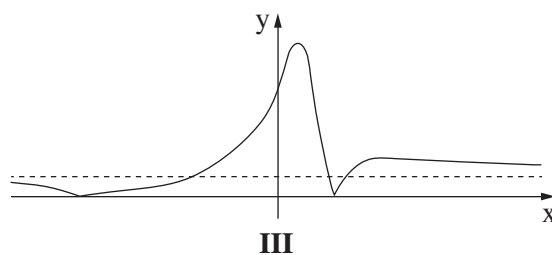
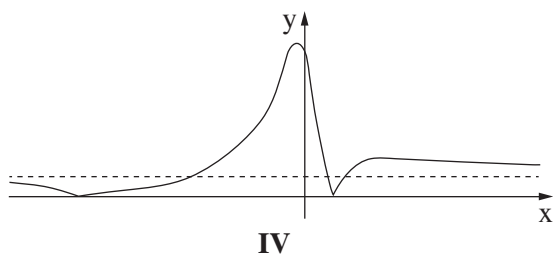
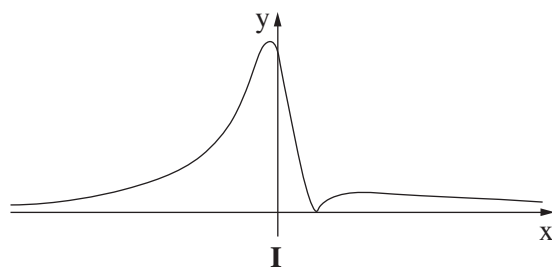
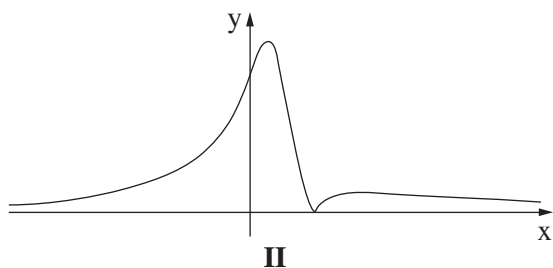
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{72 - 18x}{x^2 + 9} - 1$, определенная для любого x .

- (א) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, параллельной оси x .
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) (1) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
 (2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = |f(x)|$, определенная для любого x .

- (ה) (1) Найдите уравнение асимптоты функции $g(x)$, параллельной оси x .
 (2) Определите, какой из приведенных ниже графиков I–IV соответствует функции $g(x)$.
 Обоснуйте свой ответ.



7. Дана функция $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$

a – параметр.

(א) Найдите область определения функции $f(x)$.

Известно, что точка $(5, 9)$ лежит на графике функции $f(x)$.

(ב) Найдите значение a .

Подставьте $a = 8$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ה).

(ג) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

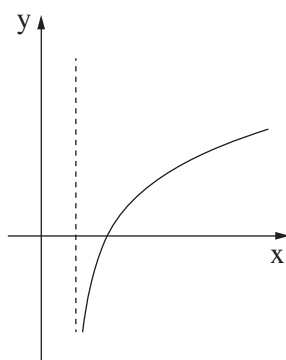
(ד) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(ה) Начертите схематический график функции $f(x)$.

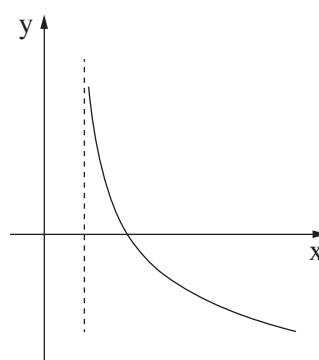
Производная $f'(x)$ определена для $x > 2$.

(ו) (1) Определите, какой из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, соответствует производной $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.

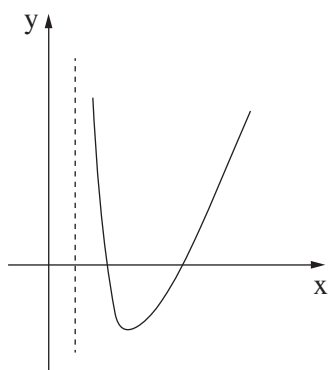
(2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямой $x = 20$.



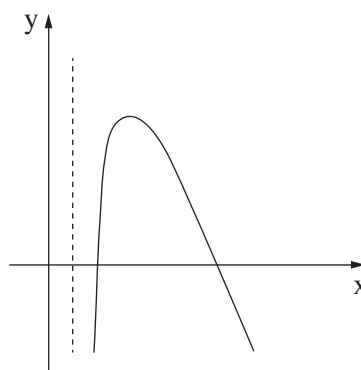
II



I



IV



III

8. На чертеже справа изображен сквер, разделенный на два участка:

участок $ABCD$ – лужайку с травой и участок $BFGH$ – детскую площадку.

Каждый участок имеет форму прямоугольника.

Обозначим через x длину стороны AB .

Известно, что длина стороны GF равна 7 метрам и что длина стороны BF на 2 метра больше длины стороны AB .

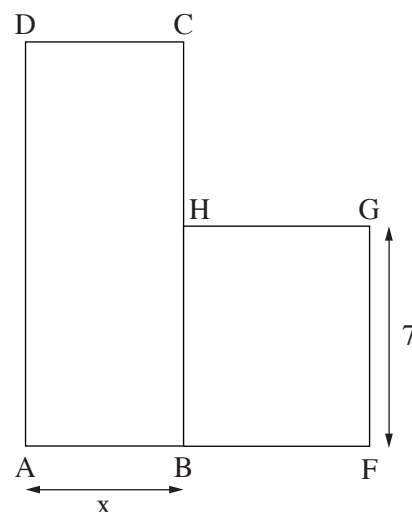
Участок $ABCD$ окружили забором длиной 32 метра.

(א) (1) Выразите при помощи x длину стороны AD .

(2) Выразите при помощи x площадь участка $ABCD$.

(ב) Выразите при помощи x отношение площади участка $ABCD$ к площади участка $BFGH$.

(ג) Найдите значение x , для которого отношение площади участка $ABCD$ к площади участка $BFGH$ является максимальным.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך