

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : trois heures et demi.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique et probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Résolvez cinq exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaire (joint au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

- (1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
- (3) Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק
— $20 \times 5 = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- (3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"
בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה
עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה !

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, dont au moins un exercice de chaque partie (20 points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seules les cinq premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique et probabilités

1. Les localités A, B, C et D se situent sur une même droite, tel que cela est décrit sur le schéma.



La distance entre la localité A et la localité B est de 30 km.

Un quad est sorti à 7:00 de la localité B et a roulé à une vitesse constante vers la localité D.

À 7:05, une voiture est sortie de la localité A et a roulé vers la localité D à une vitesse supérieure de 28 km/h à la vitesse du quad.

La voiture et le quad se sont rencontrés à la localité C qui se situe à une distance de 40 km de la localité B.

- ⌘. Déterminez la vitesse à laquelle le quad a roulé.

On sait que le temps de trajet de la voiture de la localité C vers la localité D était inférieur de 21 minutes au temps de trajet du quad de la localité C vers la localité D.

- ⌚. Déterminez à quelle heure le quad est arrivé à la localité D.

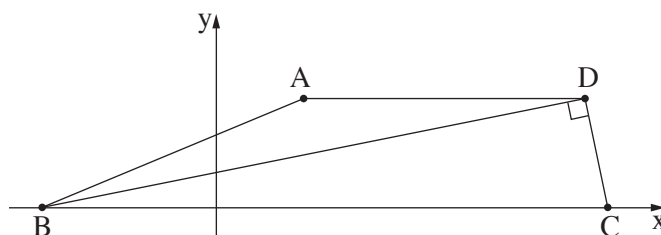
2. Dans le triangle ABD, le sommet B se trouve sur la partie négative de l'axe des abscisses, et le sommet D se trouve dans le premier quadrant, tel que cela est décrit sur la figure.

Le côté AD est parallèle à l'axe des abscisses.

Données : A(4, 5),

$$AB = AD = 13.$$

- ⌘. Déterminez les coordonnées des sommets D et B.



On trace une droite perpendiculaire au côté BD passant par le point D, et qui coupe l'axe des abscisses en un point C.

- ⌚. Déterminez l'équation de la droite DC.
- ⌘. Déterminez l'aire du quadrilatère ABCD.
- ⌚. Déterminez l'équation du cercle dans lequel le triangle BDC est inscrit.

On trace une tangente au cercle dont vous avez déterminé l'équation à l'article 7, passant par le point B.

- ⌘. Déterminez l'équation de la tangente.

3. Dans une exploitation agricole donnée, on cultive deux types de poivrons : des grands poivrons et des petits poivrons.

Le nombre de grands poivrons est 4 fois supérieur au nombre de petits poivrons.

On choisit au hasard un poivron parmi tous les poivrons de cette exploitation agricole.

- א. Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un petit poivron ?

Les grands poivrons de l'exploitation agricole sont rouges ou jaunes,

et les petits poivrons sont rouges ou verts.

0,6 des grands poivrons sont rouges.

0,75 des petits poivrons sont rouges.

On choisit au hasard un poivron parmi tous les poivrons de cette exploitation agricole.

- א. Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un grand poivron jaune ?

- א. (1) Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un poivron rouge ?

- (2) On sait qu'un poivron rouge a été choisi. Quelle est la probabilité que ce poivron soit un grand poivron ?

Tous les poivrons de cette exploitation agricole sont envoyés à deux centres d'emballage : א et ב .

Tous les poivrons rouges sont envoyés au centre d'emballage א , et tous les poivrons jaunes et verts sont envoyés au centre d'emballage ב .

- א. Le pourcentage de grands poivrons dans le centre d'emballage א est-il supérieur ou inférieur au pourcentage de grands poivrons dans le centre d'emballage ב ? Justifiez votre réponse.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

4. Dans la figure ci-contre le quadrilatère ABCD est inscrit dans un cercle.

Le point E se situe sur le prolongement du côté BC de sorte que DE est parallèle au côté AB.

⌘. Démontrez que $\angle ADC = \angle DEC$.

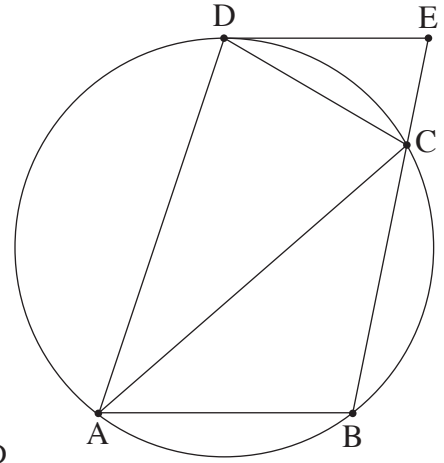
On sait que la droite DE est tangente au cercle au point D.

Ⓐ. Démontrez que $\triangle ADC \sim \triangle DEC$.

Données : $AC = 12$, $CE = 3$.

Ⓐ. Déterminez la longueur du côté CD.

Ⓙ. Déterminez de combien de fois l'aire du quadrilatère ACED est supérieure à l'aire du triangle DEC.



5. La figure ci-contre représente un trapèze ABCD ($BC \parallel AD$).

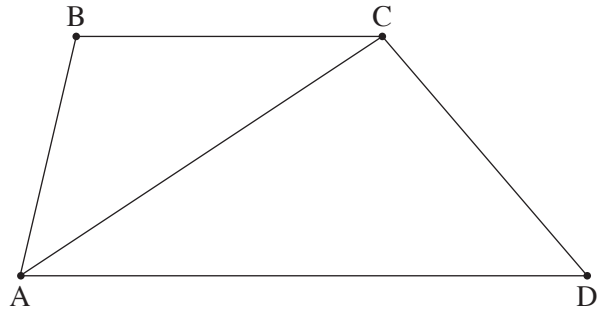
Données : $AB = 8$, $BC = 10$, $AC = 14$.

⌘. Déterminez la mesure de l'angle ACB.

On sait que l'aire du triangle ACD vaut 67.

Ⓐ. Déterminez la longueur du côté AD.

Ⓐ. Déterminez la mesure de l'angle ADC.



Le point E se situe sur le côté CD, de sorte que AE est la bissectrice de CAD.

Ⓙ. Déterminez la longueur de AE.

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{2x^2 - 17}{x^2 - 1} + a$. a est un paramètre.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

Exprimez votre réponse en fonction de a si cela est nécessaire.

ב. Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

Exprimez votre réponse en fonction de a si cela est nécessaire.

On sait que l'ordonnée du point d'extremum de la fonction $f(x)$ vaut 20.

ג. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 3$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles 7-9.

7. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

8. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -f(x) + 9$ dont le domaine de définition est identique au domaine de définition de la fonction $f(x)$.

9. (1) Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $g(x)$ qui est parallèle à l'axe des abscisses.

(2) Le graphe de la fonction $g(x)$ coupe-t-il l'axe des abscisses ? Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$.

a est un paramètre.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

On sait que le point $(5, 9)$ se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$.

ב. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 8$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ג-ו.

ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

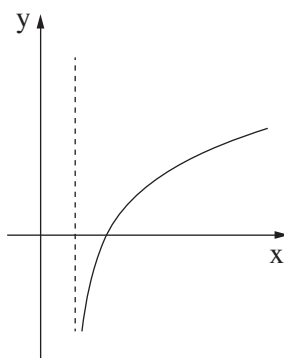
ד. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

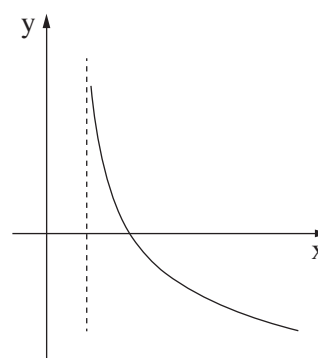
La fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x > 2$.

ו. (1) Déterminez lequel des graphes I–IV figurant à la fin de la question représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.

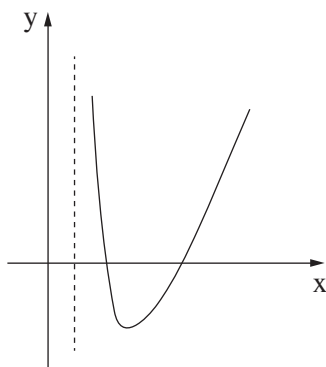
(2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par la droite $x = 14$.



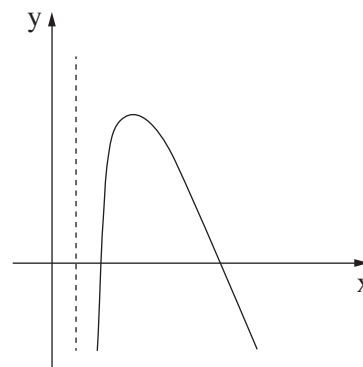
II



I



IV



III

8. La figure ci-contre représente un jardin public divisé en deux zones :

une zone ABCD comportant une pelouse, et une

zone BFGH comportant des jeux pour enfants.

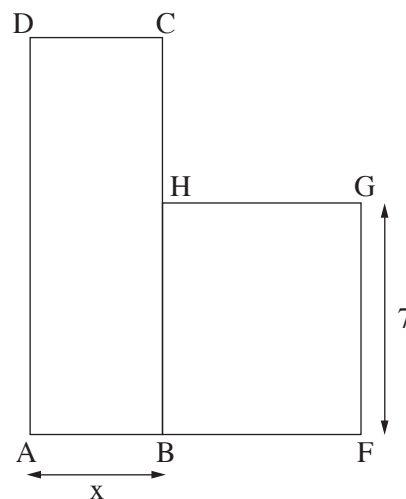
Chacune de ces zones est en forme de rectangle.

On note x la longueur du côté AB .

On sait que la longueur du côté GF vaut 7 mètres,

et que la longueur du côté BF est supérieur de 2 mètres à la longueur du côté AB .

On a entouré la zone ABCD d'une clôture d'une longueur de 32 mètres.



א. (1) Exprimez la longueur du côté AD en fonction de x .

(2) Exprimez l'aire de la zone ABCD en fonction de x .

ב. Exprimez le rapport entre l'aire de la zone ABCD et l'aire de la zone BFGH , en fonction de x .

ג. Déterminez la valeur de x pour laquelle le rapport entre l'aire de la zone ABCD et l'aire de la zone BFGH est maximal.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך