

תוכנית חדשה

Mathématiques

4 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire en deux parties comporte cinq questions.

Première partie — Suites, géométrie dans l'espace et croissance et décroissance

Deuxième partie — Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques

Résolvez trois exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaire (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק

— $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5, dont au moins un exercice de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Suites, géométrie dans l'espace et croissance et décroissance

1. À l'approche des vacances d'été, dans un magasin de glaces, on a commencé à préparer de la glace au chocolat.

Chaque jour, on a préparé dans ce magasin 3 kg de glace au chocolat de plus que le jour précédent. La quantité totale de glace au chocolat préparée dans ce magasin le premier jour et le quatrième jour était de 149 kg .

- ⌘. Déterminez combien de kilogrammes de glace au chocolat on a préparé dans ce magasin le premier jour.

Le processus de préparation de la glace au chocolat a duré 16 jours en tout.

- ⌘. Déterminez combien de kilogrammes de glace au chocolat ont été préparés en tout dans ce magasin.

À l'approche des vacances d'été, on a commencé dans ce magasin à préparer également de la glace à la vanille.

Chaque jour, on a préparé dans ce magasin d kg de glace à la vanille de plus que le jour précédent.

Le processus de préparation de la glace à la vanille dure 16 jours en tout. Le dernier jour on a préparé dans ce magasin 115 kg de glace à la vanille.

La quantité totale de glace à la vanille préparée dans ce magasin était inférieure de 480 kg à la quantité totale de la glace au chocolat que l'on y a préparée.

- ⌘. Déterminez la valeur de d .

Après que le processus de préparation de glace au chocolat et de glace à la vanille a été terminé, on a commencé à vendre les deux types de glace.

La vente a duré 5 jours au cours desquels toute la quantité de glace préparée dans ce magasin a été vendue.

La quantité de glace qui a été vendue chaque jour était 2 fois supérieure à la quantité vendue le jour précédent.

7. Déterminez combien de kilogrammes de glace ont été vendus le premier jour.

2. La figure ci-contre représente une pyramide $ABCS$.

L'arête AS est orthogonale au plan de la base ABC .

Le point E est le milieu de l'arête BS .

Le point F se situe sur l'arête BC de sorte que $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

On note : $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.

⌘. Exprimez en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$ et $\underline{w}$, les vecteurs suivants :

$\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$.

Données : $|\underline{w}| = 8$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 6$, $\sphericalangle BAC = 120^\circ$.

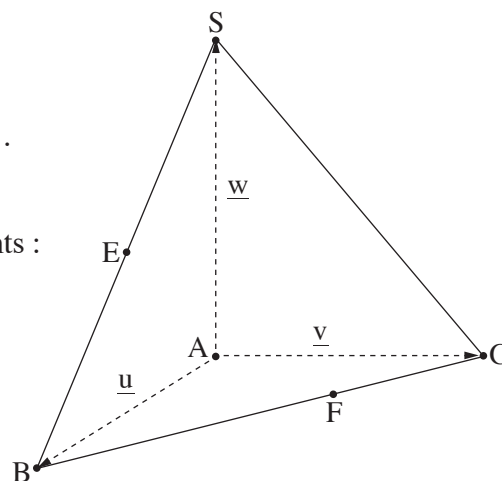
Ⓐ. Calculez le volume de cette pyramide.

Ⓐ. (1) Déterminez la valeur de $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) Démontrez que $\overrightarrow{AE}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AF}$.

Ⓐ. (1) Déterminez la valeur de $|\overrightarrow{AF}|$.

(2) Calculez l'aire du triangle EAF .



3. Au début de l'année 2025, des chercheurs ont étudié le nombre de personnes qui utilisent deux outils d'intelligence artificielle, l'outil A et l'outil B.

Selon la prévision des chercheurs, le nombre d'utilisateurs de l'outil A augmentera de 10 % chaque année.

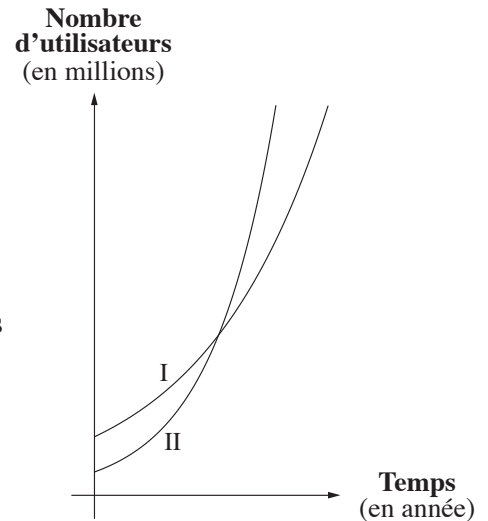
On sait qu'au début de l'année 2025, le nombre d'utilisateurs de l'outil A était de 50 millions.

- א. Déterminez quelle est la prévision du nombre d'utilisateurs de l'outil A au début de l'année 2030.

D'après la prévision des chercheurs, le nombre d'utilisateurs de l'outil B augmentera d'un pourcentage constant chaque année.

Il est prévu que le nombre d'utilisateurs de l'outil B au début de l'année 2031 soit 3 fois supérieur au nombre d'utilisateurs de cet outil au début de l'année 2025.

- א. Déterminez de quel pourcentage il est prévu que le nombre d'utilisateurs de l'outil B augmente chaque année.



Les graphes I – II ci-dessus représentent le nombre d'utilisateurs qui devraient utiliser les outils A et B à partir du début de l'année 2025.

- א. Lequel des graphes I – II représente le nombre d'utilisateurs qui devraient utiliser l'outil B ? Justifiez votre réponse.

D'après la prévision des chercheurs, au début de l'année 2030, le nombre d'utilisateurs de l'outil A sera supérieur de 30 millions au nombre d'utilisateurs de l'outil B.

- ב. Déterminez le nombre d'utilisateurs de l'outil B au début de l'année 2025.
 ג. Déterminez au bout de combien d'années à partir du début de l'année 2025, il est prévu que le nombre d'utilisateurs de l'outil A sera égal au nombre d'utilisateurs de l'outil B.

Deuxième partie — Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$ définie pour tout x .

a est un paramètre.

On sait que le coefficient directeur de la tangente au graphe de la fonction $f(x)$ au point d'abscisse $x = 0$ est $\frac{16}{e}$.

א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 10$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ו.

ב. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

(2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, définie pour tout x .

ד. Expliquez pourquoi la fonction $g(x)$ est positive pour tout x .

Le point A est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec le graphe de la fonction $g(x)$.

ה. Déterminez les coordonnées du point A .

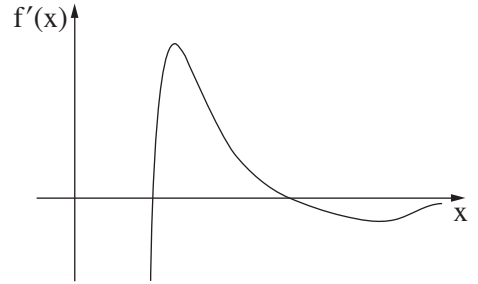
On trace une perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point A .

ו. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par la perpendiculaire, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.

5. Soit la fonction $f(x)$ et sa fonction dérivée $f'(x)$ qui sont définies sur l'intervalle $x > 0$.

La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f'(x)$.

Tous les points d'extremum et les points d'intersection du graphe de la fonction $f'(x)$ avec l'axe des abscisses apparaissent sur la figure.



- ⌘. Voici deux affirmations I – II.

Déterminez pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.

Justifiez vos réponses.

- I. La fonction $f(x)$ admet trois points d'extremum exactement.
- II. L'abscisse du point de minimum de la fonction $f(x)$ est supérieure à l'abscisse de son point de maximum.

On donne : $f(x) = \frac{14(\ln x)^2}{x^2}$.

- Ⓐ. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- Ⓐ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x - 4)$.

- Ⓙ. (1) Quel est le domaine de définition de la fonction $g(x)$?
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type.

Bonne chance !

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה !

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך