



Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : trois heures et demi.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
- Première partie — Statistiques et probabilités
Deuxième partie — Géométrie
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
- Résolvez cinq exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (joint au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני — גאומטריה
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $5 \times 20 = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
תביעת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

(suite en page 2)

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, dont au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. Dans la pépinière "*Ets vaferah*" on fait pousser des plantes de différents types.

Une année donnée, les longueurs des tiges des plantes de cette pépinière étaient réparties selon la loi de distribution normale,

et la longueur moyenne de ces tiges était de 64 cm.

Les plantes dont la longueur de la tige est inférieure à 55 cm sont vendues à des boutiques locales.

On sait que cette année-là, 32,6 % des plantes de cette pépinière ont été vendues à des boutiques locales.

- א. Déterminez l'écart-type des longueurs des tiges cette année-là.

Les plantes dont la longueur de la tige est supérieure à 80 cm sont exportées.

Cette année-là, 9540 des plantes de cette pépinière ont été exportées.

- א. (1) Déterminez le pourcentage des plantes de cette pépinière qui ont été exportées.

- (2) D'après le tableau de distribution normale, combien de plantes n'ont été ni exportées ni vendues aux boutiques locales ?

L'année suivante, les longueurs des tiges des plantes de cette pépinière étaient réparties selon la loi de distribution normale, et leur écart-type était de 25 cm.

Cette année-là également, les plantes dont la longueur de la tige était inférieure à 55 cm ont été vendues à des boutiques locales.

Cette année-là, on a fait pousser dans cette pépinière 40000 plantes en tout.

4000 de ces plantes ont été vendues à des boutiques locales.

- א. Déterminez la longueur moyenne des tiges des plantes cette année-là.

2. Dans une société de marketing, on a étudié le lien entre les dépenses publicitaires (variable x) et les revenus (variable y) de 5 sociétés א–ה, au cours d'un mois donné. Les données sont représentées dans le tableau suivant.

Société	Dépenses publicitaires (en milliers de shekels) variable x	Revenus (en milliers de shekels) variable y
א	10	16
ב	15	17
ג	20	20
ד	25	34
ה	30	68

- א. (1) Calculez la moyenne des dépenses publicitaires de ces 5 sociétés pour ce mois-là.
(2) Déterminez l'écart-type des dépenses publicitaires de ces 5 sociétés pour ce mois-là.

La société de marketing a constaté que la moyenne des revenus de ces 5 sociétés ce mois-là était de 31 mille shekels,

et que l'écart-type de leurs revenus était de $8\sqrt{6}$ milliers de shekels.

- ב. Déterminez le coefficient de corrélation r .
ג. (1) Déterminez l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x .
(2) D'après la droite de régression, quelle est la prédiction des revenus mensuels de la société dont les dépenses publicitaires mensuelles sont de 24 mille shekels ?

Le mois suivant, les revenus de chacune des société ont augmenté de 15 % (les dépenses publicitaires de chacune des sociétés n'ont pas varié).

- ד. Voici trois affirmations I–III.

Déterminez pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse. Justifiez vos réponses.

- I. Le mois où les revenus ont augmenté, l'écart-type des revenus était de $10\sqrt{6}$.
II. Le mois où les revenus ont augmenté, le coefficient directeur de la droite de régression prédisant y en fonction de x n'a pas varié.
III. Le point (20, 35,65) se trouve sur la droite de régression prédisant y en fonction de x pour le mois où les revenus ont augmenté.

3. Dans une exploitation agricole donnée, on cultive deux types de poivrons : des grands poivrons et des petits poivrons.

Le nombre de grands poivrons est 4 fois supérieur au nombre de petits poivrons.

On choisit au hasard un poivron parmi les poivrons de cette exploitation agricole.

- א. Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un petit poivron ?

Les grands poivrons de l'exploitation agricole sont rouges ou jaunes,

et les petits poivrons sont rouges ou verts.

0,6 des grands poivrons sont rouges.

0,75 des petits poivrons sont rouges.

On choisit au hasard un poivron parmi les poivrons de cette exploitation agricole.

- א. Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un grand poivron jaune ?

- א. (1) Quelle est la probabilité que le poivron choisi soit un poivron rouge ?

- (2) On sait qu'un poivron rouge a été choisi. Quelle est la probabilité que ce poivron soit un grand poivron ?

Tous les poivrons de cette exploitation agricole sont envoyés à deux centres d'emballage : א et ב .

Tous les poivrons rouges sont envoyés au centre d'emballage א , et tous les poivrons jaunes et verts sont envoyés au centre d'emballage ב .

- א. Le pourcentage de grands poivrons dans le centre d'emballage א est-il supérieur ou inférieur au pourcentage de grands poivrons dans le centre d'emballage ב ? Justifiez votre réponse.

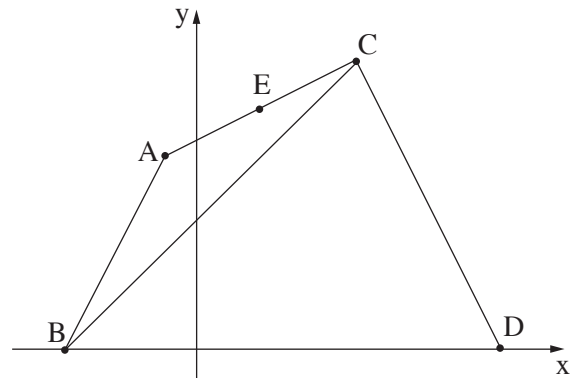
Deuxième partie — Géométrie

4. La figure ci-contre représente un triangle isocèle ABC ($AB = AC$).

Le sommet B se trouve sur la partie négative de l'axe des abscisses.

Le point D se trouve sur l'axe des abscisses de sorte que CD est perpendiculaire à AC .

On sait que le point $E(4, 15)$ est le milieu du côté AC , et que l'équation de la droite CD est $y = -2x + 38$.



- א. (1) Déterminez l'équation de la droite AC .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet C .
- ב. (1) Déterminez la longueur du côté AB .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet B .
- ג. Déterminez la mesure de l'angle ABD et la mesure de l'angle CBD .
- ד. Calculez l'aire du triangle ABC .

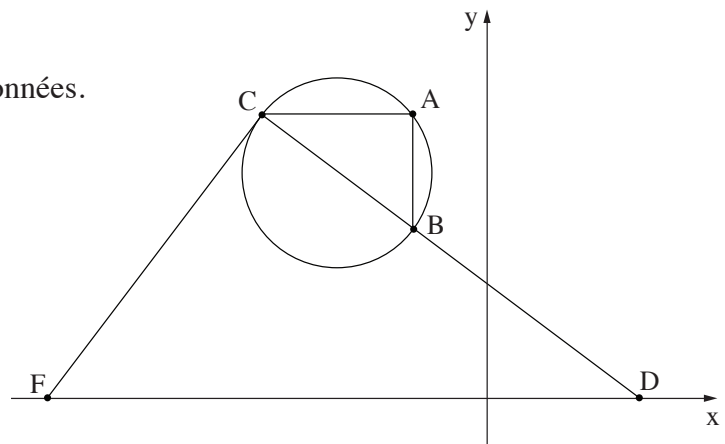
5. La figure ci-contre représente un triangle ABC inscrit dans un cercle.

Le côté CB est un diamètre du cercle.

Le côté AB est parallèle à l'axe des ordonnées.

Le prolongement du côté CB coupe l'axe des abscisses en un point D .

On trace une tangente au cercle passant par le point C , qui coupe l'axe des abscisses en un point F .



- א. (1) Expliquez pourquoi le côté AC est parallèle à l'axe des abscisses.
- (2) Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle CFD$.

On sait que $D(8, 0)$,

et que l'équation de la tangente CF est $y = \frac{4}{3}x + 31$.

- ב. Déterminez la longueur du côté FD .
- ג. (1) Déterminez l'équation du côté CD .
- (2) Déterminez la longueur du côté CD .

On sait que le rapport de similitude entre le triangle ABC et le triangle CFD vaut $\frac{8}{25}$.

- ד. Calculez le périmètre du triangle ABC .

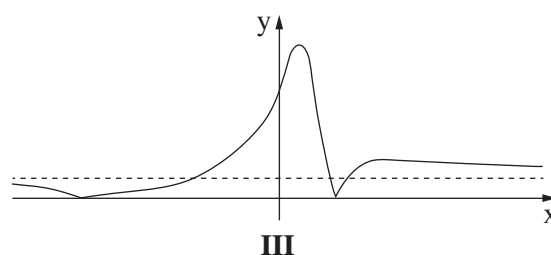
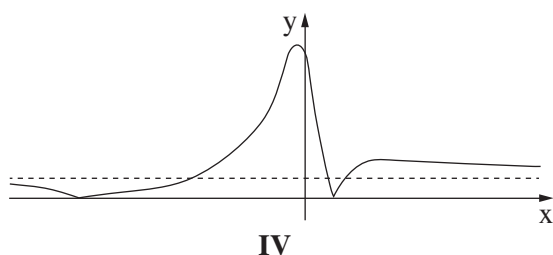
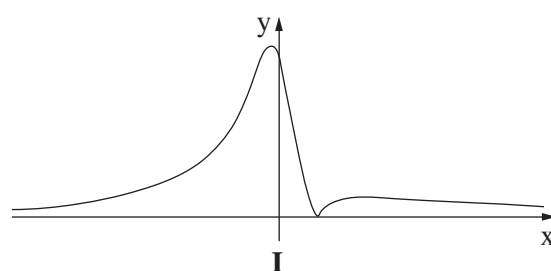
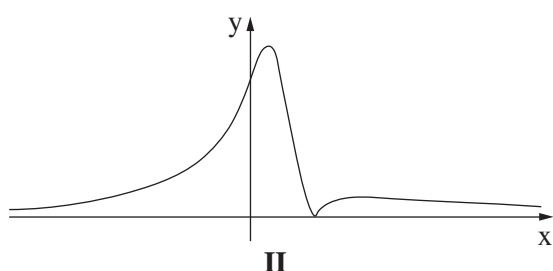
Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{72 - 18x}{x^2 + 9} - 1$, définie pour tout x .

- א. Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $f(x)$ qui est parallèle à l'axe des abscisses.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. (1) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
(2) Indiquez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = |f(x)|$, définie pour tout x .

- ה. (1) Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $g(x)$ qui est parallèle à l'axe des abscisses.
- (2) Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous représente le graphe de la fonction $g(x)$. Justifiez votre réponse.



7. Soit la fonction $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$.

a est un paramètre.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

On sait que le point $(5, 9)$ se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$.

ב. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 8$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ג-ו.

ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

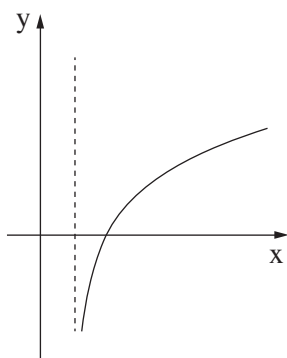
ד. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

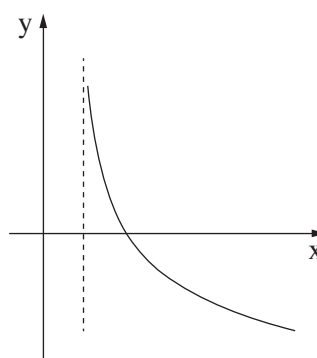
La fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x > 2$.

ו. (1) Déterminez lequel des graphes I–IV figurant à la fin de la question représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.

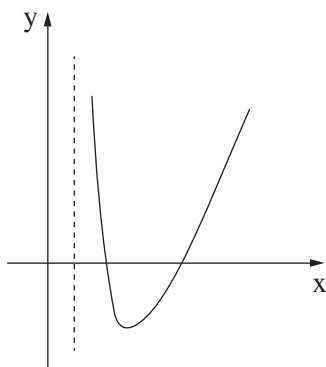
(2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par la droite $x = 20$.



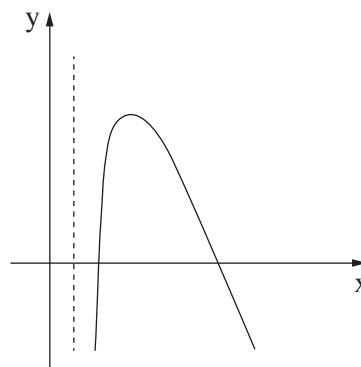
II



I



IV



III

8. La figure ci-contre représente un jardin public divisé en deux zones :

une zone ABCD comportant une pelouse, et une

zone BFGH comportant des jeux pour enfants.

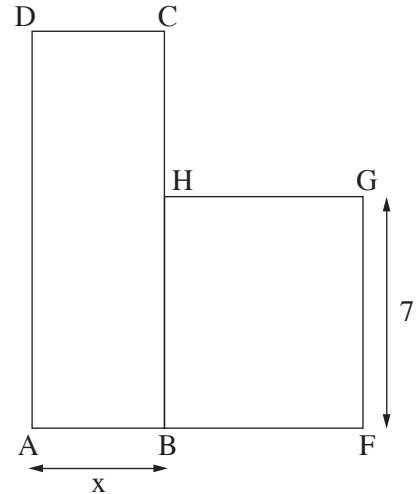
Chacune de ces zones est en forme de rectangle.

On note x la longueur du côté AB .

On sait que la longueur du côté GF vaut 7 mètres,

et que la longueur du côté BF est supérieur de 2 mètres à la longueur du côté AB .

On a entouré la zone ABCD d'une clôture d'une longueur de 32 mètres.



⌘. (1) Exprimez la longueur du côté AD en fonction de x .

(2) Exprimez l'aire de la zone ABCD en fonction de x .

Ⓐ. Exprimez le rapport entre l'aire de la zone ABCD et l'aire de la zone BFGH , en fonction de x .

Ⓐ. Déterminez la valeur de x pour laquelle le rapport entre l'aire de la zone ABCD et l'aire de la zone BFGH est maximal.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך