

Mathématiques

4 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire en deux parties comporte cinq questions.

Première partie — Suites, géométrie dans l'espace, croissance et décroissance

Deuxième partie — Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques

Résolvez trois exercices, au moins un exercice de chaque partie – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaire (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

פרק שני — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד

המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5, au moins un exercice de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Suites, géométrie dans l'espace, croissance et décroissance

1. Une foire aux livres dans une localité donnée a duré 7 jours.

La quantité de livres qui sont vendus chaque jour lors de cette foire était 2 fois plus grande que la quantité de livres vendus le jour précédent.

On sait que lors des trois premiers jours de cette foire, 420 livres ont été vendus en tout.

- א. Déterminez combien de livres ont été vendus au premier jour de cette foire.

Au cours de cette foire, chaque livre a été vendu 50 shekels.

- ב. Déterminez le total des entrées générées par la vente des livres durant les 7 jours de cette foire.

Après que la foire aux livres s'est terminée, le directeur de la foire a décidé de faire don de la moitié de toutes les entrées générées lors de la foire.

Le directeur de la foire a échelonné le paiement du don sur plusieurs mois.

Lors du premier mois il a donné 4315 shekels, et chaque mois suivant il a donné 315 shekels de plus que le mois précédent.

- ג. Déterminez sur combien de mois le directeur a échelonné le paiement de son don.
ד. Déterminez le montant que le directeur de la foire a donné en tout lors des deux mois du milieu.

2. La figure ci-contre représente un prisme droit $ABCD A' B' C' D'$

dont la base $ABCD$ est un parallélogramme.

Le point M est le milieu de l'arête $C'D'$,

et le point P vérifie $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$.

On note : $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

א. Exprimez les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{PM}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$ et $\underline{w}$.

Données : $|\underline{u}| = 8$, $|\underline{v}| = 10$, $\angle DAB = 60^\circ$.

ב. Déterminez la valeur des produits scalaires suivants :

$$\underline{u} \cdot \underline{v}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{w}.$$

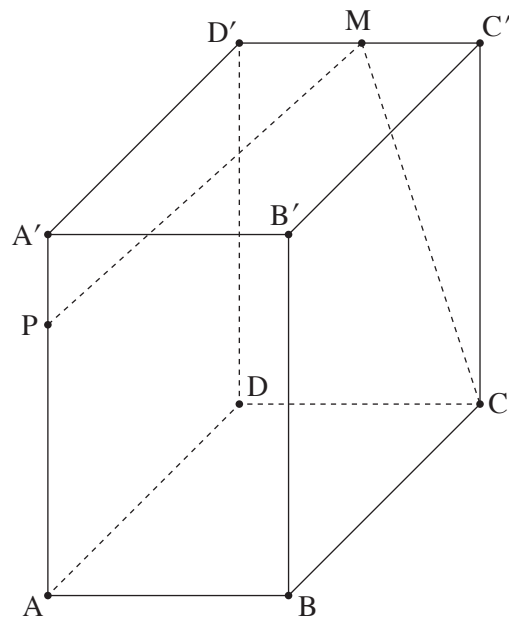
Donnée : le volume du prisme vaut $480\sqrt{3}$.

ג. Déterminez la valeur de $|\underline{w}|$.

ד. Démontrez que $\overrightarrow{PM}$ est orthogonal à $\overrightarrow{CM}$.

ה. (1) Montrez que $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{165}$.

(2) Calculez l'aire du triangle PMC .



3. Yaël a préparé deux confitures : une confiture de fraises et une confiture de prunes.

Elle a mesuré la température initiale de chacune des confitures au même moment, puis les a mises immédiatement dans le réfrigérateur.

La température des confitures est mesurée en degrés Celsius.

La température initiale de la confiture de fraises était supérieure à celle de la confiture de prunes.

À chaque minute, la température de chacune des confitures a diminué d'un pourcentage fixe (chacune d'un pourcentage différent).

On sait qu'au bout d'un certain temps après l'introduction des confitures dans le réfrigérateur, la température de la confiture de prunes était supérieure à celle de la confiture de fraises.

⌘. Le pourcentage de baisse de la température de la confiture de fraises à chaque minute était-il supérieur au pourcentage de baisse de la température de la confiture de prunes à chaque minute ? Justifiez votre réponse.

On sait que la température initiale de la confiture de fraises était de 42 degrés et qu'à chaque minute elle a diminué de 4 % .

Ⓜ. Déterminez au bout de combien de temps depuis l'introduction des confitures dans le réfrigérateur, la température de la confiture de fraises a été de 15 degrés.

6 minutes après l'introduction des confitures dans le réfrigérateur, la température de la confiture de prunes représentait 88 % de sa température initiale.

Ⓛ. Déterminez de quel pourcentage la température de la confiture de prunes a diminué à chaque minute.

10 minutes après l'introduction des confitures dans le réfrigérateur, la température de la confiture de prunes était de 31 degrés.

7. Déterminez combien de temps après l'introduction des confitures dans le réfrigérateur, la température des deux confitures était identique.

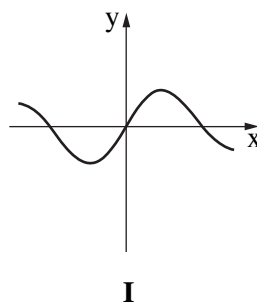
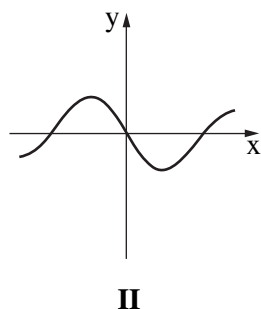
Deuxième partie — Calcul différentiel et intégral de fonctions exponentielles et logarithmiques

4. La fonction $f(x)$ et sa fonction dérivée $f'(x)$ sont définies pour tout x .

La fonction $f(x)$ admet un point de minimum unique et deux points de maximum.

Voici deux graphes, I–II. Un de ces graphes représente la fonction dérivée $f'(x)$.

Sur la représentation de chacun des graphes I–II, figurent tous les points d'intersection du graphe avec l'axe des abscisses.



- ⌘. Déterminez lequel des graphes représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.

Soit $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.

- Ⓐ. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- Ⓐ. Démontrez que la fonction $f(x)$ est paire.
- Ⓙ. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- Ⓝ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- Ⓚ. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par l'axe des abscisses.

5. Soit la fonction $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a est un paramètre différent de 0.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

On sait qu'au point d'abscisse $x = e^3$, le coefficient directeur de la tangente au graphe de la fonction $f(x)$ vaut -8 .

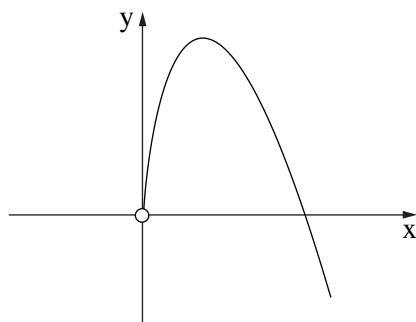
א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 4$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux article 7-7.

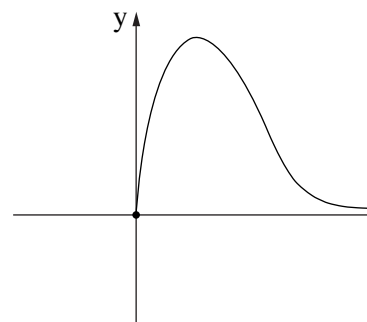
- א. (1) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- (2) Déterminez lequel des graphes I-IV situés à la fin de l'exercice, représente la fonction $f(x)$. Justifiez votre réponse.

Soit la fonction $g(x) = -2f(x) + 37$.

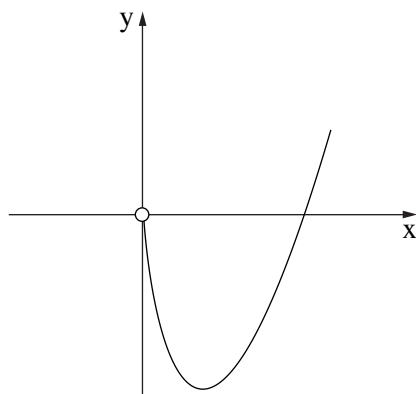
7. (1) Déterminez les coordonnées du point d'extremum la fonction $g(x)$, puis déterminez son type.
- (2) Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe-t-il le graphe de la fonction $g(x)$? Justifiez votre réponse.



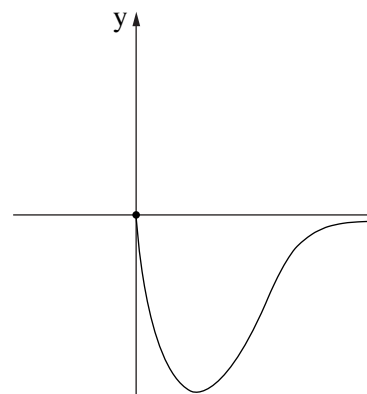
II



I



IV



III

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך