



Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : trois heures et demi.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
- Première partie — Statistiques et probabilités
Deuxième partie — Géométrie
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
- Résolvez cinq exercices, au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני — גאומטריה
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. Les notes à l'examen psychométrique lors d'une certaine année étaient réparties selon la loi de distribution normale et la moyenne des notes étaient de 550 .

Cette année-là, Limor s'est présentée à l'examen psychométrique.

La note obtenue par Limor à cet examen était 686 et sa cote standard était 1,6 .

א. Déterminez l'écart-type des notes obtenues à cet examen.

La note minimale est la note la plus basse qu'il faut obtenir afin d'être admis dans une faculté donnée.

Le tableau ci-dessous représente la note minimale exigée afin d'être admis en faculté de littérature et la note minimale exigée afin d'être admis en faculté de psychologie dans une université donnée.

	Faculté de littérature	Faculté de psychologie
Note minimale	584	669

Yaël également s'est présentée à l'examen cette année-là. On sait que 57,9 % des candidats qui se sont présentés à l'examen ont obtenu une note inférieure à la note de Yaël.

- א. Yaël peut-elle être admise en faculté de littérature ? Justifiez votre réponse.
- א. (1) Déterminez le pourcentage des candidats pouvant être admis en faculté de psychologie.
(2) Déterminez le pourcentage des candidats pouvant être admis en faculté de littérature mais ne pouvant pas être admis en faculté de psychologie.

On sait que 8448 candidats peuvent être admis en faculté de littérature mais ne peuvent pas être admis en faculté de psychologie.

- א. D'après le tableau de distribution normale, combien de candidats peuvent être admis en faculté de psychologie ?

2. Un diététicien a étudié le lien entre la température maximale à Jérusalem un jour donné (la variable x) et la consommation d'eau ce même jour (la variable y) de Yossi, un habitant de Jérusalem. Le tableau ci-dessous représente les données obtenues dans cette étude effectuée par le diététicien, pour 6 jours.

Température maximale (en degrés Celsius) (variable x)	Consommation d'eau de Yossi (en litres) (variable y)
20	1,6
22	1,7
24	2,4
26	2,7
28	2,9
30	3,1

- א. (1) Déterminez la moyenne des températures maximales pour les 6 jours étudiés.
(2) Déterminez l'écart-type des températures maximales pour les 6 jours étudiés.

Le diététicien a calculé et trouvé que la moyenne de la consommation d'eau de Yossi lors des 6 jours qui ont été étudiés est de 2,4 litres, et que l'écart-type de sa consommation d'eau est de $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ litres.

- א. Déterminez le coefficient de corrélation r entre les deux variables.
א. Déterminez l'équation de la droite de régression qui donne une prédiction de y en fonction de x .

Le diététicien a multiplié par 3 chacune des données de la consommation d'eau de Yossi (la variable x) afin de représenter la consommation d'eau de la famille de Yossi.

- ז. Pour chacun des paramètres I, II ci-dessous, déterminez si sa valeur a augmenté, a diminué ou n'a pas varié après la multiplication. Justifiez votre réponse.
- La moyenne de la variable y .
 - L'écart-type de la variable y .
- ח. Déterminez le coefficient directeur de la droite de régression qui donne une prédiction de y en fonction de x après la multiplication. Justifiez votre réponse.

3. Dans une localité donnée on encourage les familles à recycler les bouteilles en verre, les emballages plastiques ou autre. Dans cette localité on encourage les familles à également faire du bénévolat dans les institutions de la localité.

Un sondage réalisé auprès des familles de la localité révèle qu'une partie des familles recyclent, et qu'une autre partie des familles ne recyclent pas.

De même, une partie des familles de cette localité font du bénévolat et les autres ne font pas de bénévolat.

On choisit au hasard une famille de cette localité. La probabilité que cette famille recycle est supérieure de 0,44 à la probabilité que cette famille ne recycle pas.

$\frac{5}{9}$ des familles qui recyclent sont des familles qui font du bénévolat.

- א. (1) Déterminez le pourcentage des familles de la localité qui recyclent.
 (2) Déterminez le pourcentage des familles de la localité qui recyclent et qui font également du bénévolat.

Le nombre de familles de cette localité qui recyclent et qui font également du bénévolat est 5 fois supérieur au nombre de familles de la localité qui ni ne recyclent ni ne font de bénévolat.

- א. On choisit au hasard une famille de la localité. Quelle est la probabilité que cette famille fasse du bénévolat ?
 א. On choisit au hasard une famille de la localité qui fait du bénévolat. Quelle est la probabilité que cette famille ne recycle pas ?

Cette localité comporte 750 familles.

- א. Déterminez combien de familles de la localité recyclent ou font du bénévolat.

Deuxième partie — Géométrie

4. Dans la figure ci-contre, le triangle ABC est inscrit dans un cercle. AC est un diamètre du cercle.

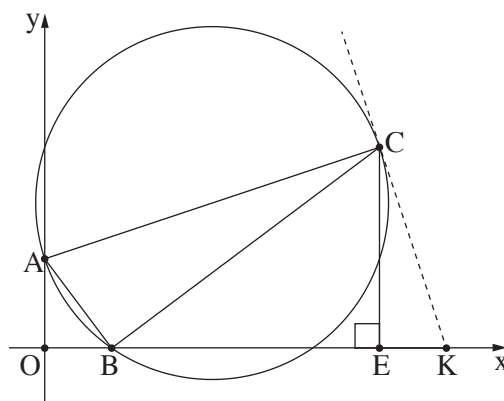
Le sommet A se situe sur l'axe des ordonnées et le sommet B se situe sur l'axe des abscisses.

On trace une perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point C et qui le coupe en un point E .

Le point O est l'origine du repère.

⌘. (1) Démontrez que $\angle ABO = \angle BCE$.

(2) Démontrez que $\triangle AOB \sim \triangle BEC$.



On sait que le rapport de similitude entre le triangle BEC et le triangle AOB vaut 3, et que $A(0,12)$, $B(9,0)$.

Ⓐ. (1) Déterminez la longueur du côté BE .

(2) Déterminez les coordonnées du sommet C .

On trace une tangente au cercle passant par le point C .

Ⓐ. Déterminez l'équation de la tangente.

Le point K est le point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses.

Ⓙ. Calculez l'aire du quadrilatère $ABKC$.

5. La figure ci-contre représente un cerf-volant $[דלתון]$ $ABCD$ ($AB = CB$, $AD = CD$).

Le sommet C se situe dans le deuxième quadrant.

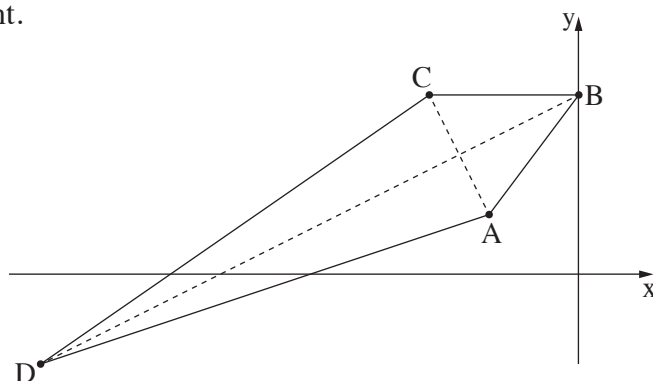
Le côté BC est parallèle à l'axe des abscisses.

Données : $A(-3, 2)$, $B(0, 6)$.

⌘. (1) Déterminez la longueur du côté AB .

(2) Déterminez les coordonnées du point C .

Ⓐ. Déterminez l'équation de la diagonale DB .



Donnée : l'équation du côté AD est $y = \frac{1}{3}x + 3$.

Ⓐ. Déterminez les coordonnées du sommet D .

Le point M est le point d'intersection des diagonales du cerf-volant.

Ⓙ. Déterminez la mesure de l'angle ADM .

Le point E est le milieu du côté DC .

05 Ⓙ. Calculez l'aire du triangle ADE .

/suite en page 6/

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{a}{(x-4)^2}$, définie sur l'intervalle $x \neq 4$.

a est un paramètre positif.

On sait qu'au point d'abscisse $x = 6$, le coefficient directeur de la tangente au graphe de la fonction $f(x)$ vaut -3 .

א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 12$, puis répondez aux articles ב-ה.

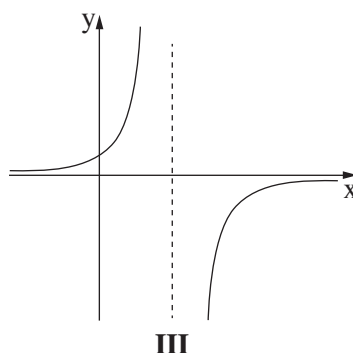
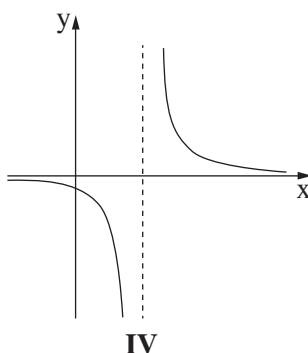
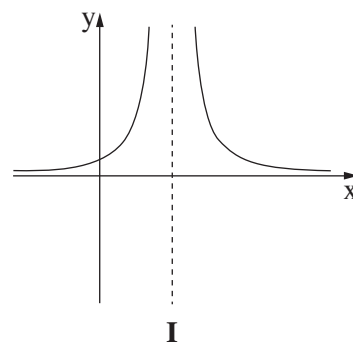
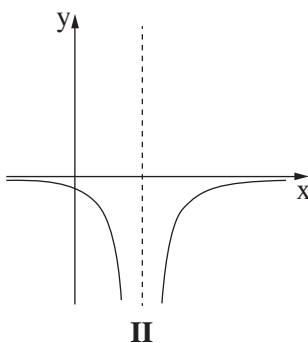
- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
 (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
 (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
 א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Le domaine de définition de la fonction dérivée $f'(x)$ est identique au domaine de définition de la fonction $f(x)$.

- ב. (1) Déterminez lequel des graphes I - IV figurant à la fin de l'exercice représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.
 (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par la droite $x = 3$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.

Soit la fonction $g(x) = f'(x) + 2$.

- ג. De combien l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par la droite $x = 3$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées est supérieure à l'aire que vous avez déterminée à l'article ב(2) ? Justifiez votre réponse.



7. Soit la fonction $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7-x}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- (3) Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x+a)$, a est un paramètre.

Il est donné que la fonction $g(x)$ admet un point de maximum local au point d'abscisse $x = 8,6$.

- א. (1) Déterminez la valeur de a . Justifiez votre réponse.
- (2) Quel est le domaine de définition de la fonction $g(x)$?

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{6x-12}{x-8}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

Le point A est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

- ב. Déterminez les coordonnées du point A .

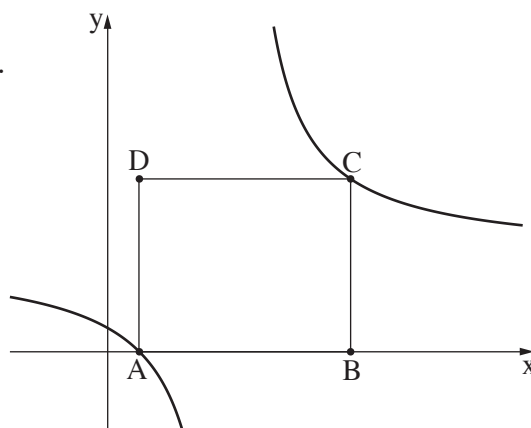
Le point C se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, sur l'intervalle $x > 8$.

À partir du point C , on trace une perpendiculaire à l'axe des abscisses qui le coupe en un point B .

Le point D se situe dans le premier quadrant de sorte que $ABCD$ est un rectangle.

On note t l'abscisse du point C .

- א. Exprimez le périmètre du rectangle $ABCD$ en fonction de t .
- ב. Déterminez la valeur de t pour laquelle le périmètre du rectangle $ABCD$ est minimal.
- ג. Le périmètre du rectangle $ABCD$ peut-il valoir 50 ? Justifiez votre réponse.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך