

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : quatre heure.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions

rationnelles et de fonctions racine

Répondez à cinq questions, au moins à une question de chaque partie. — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.

Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי

הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה

ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"

בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה

עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, au moins un exercice de chaque partie. (20 points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. Noam a débuté sa marche à 8:00 sur un parcours long de 16 km.
Il a marché 4 km à une vitesse constante, puis s'est arrêté pendant 6 minutes.
Après cet arrêt, Noam a continué à marcher à une vitesse supérieure de 2 km/h à sa vitesse de marche initiale.
Noam a atteint la fin du parcours à 11:50.
- Déterminez la vitesse de marche initiale de Noam.
 - Si Noam ne s'était pas du tout arrêté et si après 4 km il avait marché à une vitesse supérieure de 3 km/h à sa vitesse de marche initiale, à quelle heure aurait-il atteint la fin du parcours ?

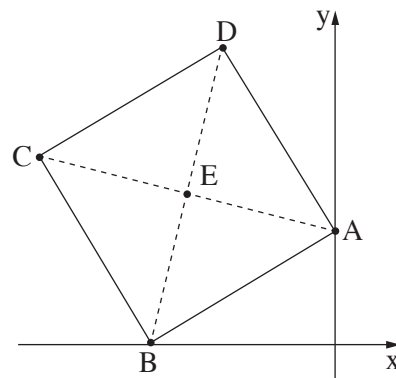
2. La figure ci-contre représente un carré ABCD .

Le sommet A repose sur la partie positive de l'axe des ordonnées,
et le sommet B repose sur la partie négative de l'axe des abscisses.

Les diagonales du carré se coupent en un point E .

On sait que l'équation de la diagonale AC est $y = -\frac{1}{4}x + 12$
et que la longueur du côté du carré est $\sqrt{544}$.

- Déterminez les coordonnées des sommets A et B .
- (1) Déterminez l'équation de la diagonale BD .
(2) Déterminez les coordonnées du point E .
- Déterminez l'équation du cercle dans lequel le carré ABCD est inscrit.



Le cercle dont vous avez déterminé l'équation à l'article 3 coupe l'axe des ordonnées en un point supplémentaire, le point P .

7. Calculez le périmètre du quadrilatère AEDP .

3. Deux tiroirs α et β contiennent deux types de fruits : des pommes et des poires.

Le tiroir α contient 5 pommes et 11 poires.

Le tiroir β contient 4 pommes et 6 poires.

On sort au hasard un fruit du tiroir α et ensuite on sort au hasard un fruit du tiroir β .

א. Quelle est la probabilité de sortir deux fruits de types différents ?

ב. (1) Quelle est la probabilité de sortir au moins une pomme ?

(2) On sait que l'on a sorti au moins une pomme. Quelle est la probabilité que l'on ait sorti deux pommes ?

On a remis chaque fruit dans le tiroir duquel on l'avait sorti.

On a transféré tous les fruits des deux tiroirs dans un tiroir γ , qui était vide.

Ensuite, on a ajouté x pommes dans le tiroir γ .

On sort au hasard deux fruits l'un après l'autre (sans remise) du tiroir γ .

On sait que la probabilité de sortir deux poires est de $\frac{8}{33}$.

ג. Déterminez la valeur de x .

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

4. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O .

AB est un diamètre du cercle.

On a tracé une tangente au cercle passant par le point C .

Le point E se trouve sur la tangente de sorte que le segment AE est perpendiculaire au segment CE (voir figure).

⌘. Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle ACE$.

On sait que la longueur du rayon du cercle vaut 5,

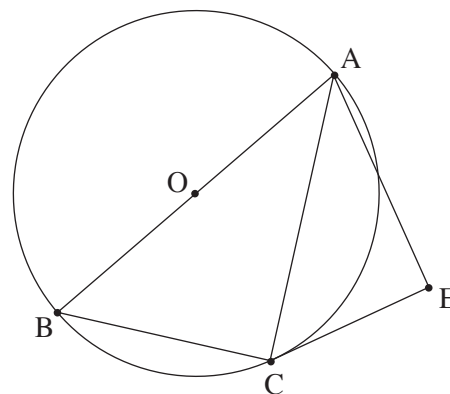
$AE = 6,4$.

Ⓐ. Déterminez la longueur du segment AC .

Le prolongement du rayon CO coupe le cercle en un point supplémentaire P .

Ⓐ. Démontrez que le quadrilatère $ACBP$ est un rectangle.

Ⓙ. Déterminez de combien de fois l'aire du triangle $ACBP$ est supérieure à l'aire du triangle ACE .



5. La figure ci-contre représente un triangle ABC .

BM est la bissectrice de l'angle ABC .

Données : $AB = 14$, $BM = 10$, $AM = 8,5$.

⌘. (1) Déterminez la mesure de l'angle BAM .

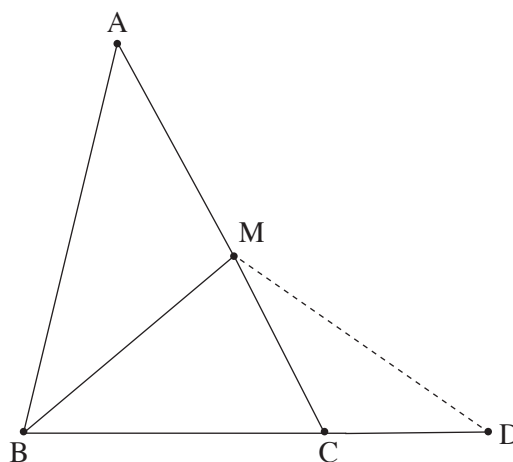
(2) Déterminez la mesure de l'angle ABM .

Le point D se trouve sur le prolongement du côté BC .

Donnée : l'aire du triangle BMD vaut 50.

Ⓐ. Déterminez la longueur du segment BD .

Ⓐ. Déterminez la longueur du rayon du cercle dans lequel le triangle MCD est inscrit.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{9x}{(x+3)^2}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- (4) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La droite $y = k$ et le graphe de la fonction $f(x)$ se croisent en un seul point, $k > 0$.

- א. Déterminez la valeur de k .

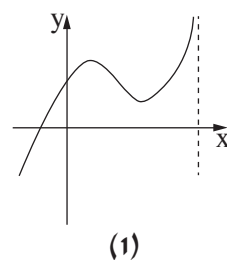
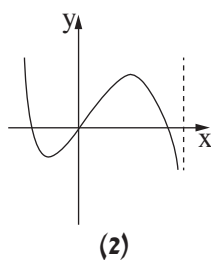
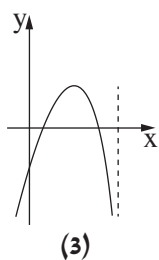
Soit la fonction $g(x) = f(x) + 1$.

- א. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Pour la valeur de k que vous avez déterminée, combien de points la droite $y = k$ et le graphe de la fonction $g(x)$ ont-ils en commun ? Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x)$ définie sur l'intervalle $x \leq 1,5$,
et sa fonction dérivée $f'(x)$ définie sur l'intervalle $x < 1,5$.

La fonction $f(x)$ admet exactement deux points d'extremum locaux.

Voici trois graphes (1)-(3). L'un d'eux représente la fonction dérivée $f'(x)$.



- א. Déterminez lequel des graphes (1)-(3) représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.

Donnée : $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- א. (1) Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- א. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par l'axe des abscisses.

/suite en page 6/

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$ sur l'intervalle $x > 4$.

Le point O est l'origine du repère.

Le point A se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$, sur l'intervalle $x > 4$.

À partir du point A , on a tracé une perpendiculaire à l'axe des abscisses qui le coupe en un point B .

Le point C se situe sur l'axe des abscisses à droite du point B .

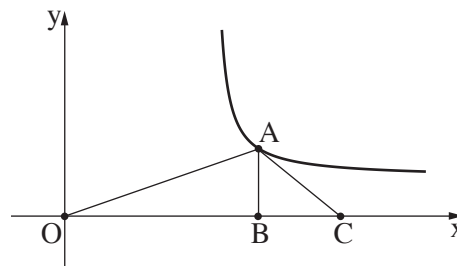
Donnée : $OB = 2 \cdot BC$.

On note t l'abscisse du point A .

א. (1) Exprimez la longueur du segment OC en fonction de t .

(2) Exprimez l'aire du triangle AOC en fonction de t .

ב. Déterminez la valeur de t pour laquelle l'aire du triangle AOC est minimale.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך