

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heures.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
- Première partie — Statistiques et probabilités
Deuxième partie — Géométrie
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
- Résolvez cinq exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (joint au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני — גאומטריה
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $20 \times 5 = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
תביעת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, dont au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. Les notes à un examen d'entrée à l'université sont réparties selon la loi de distribution normale et l'écart-type est de 8 .
93,3 % des candidats à cet examen ont obtenu une note inférieure à 94 .
 - א. Déterminez la moyenne des notes obtenues à cet examen.44 % des candidats, ceux dont les notes étaient les plus élevées, ont été admis à l'université.
 - ב. Un candidat ayant obtenu la note de 84 sera-t-il admis à l'université ? Justifiez votre réponse.Une partie des candidats ont le statut de candidats d'excellence, et le reste des candidats n'ont pas ce statut.
Les candidats dont la note est supérieure à 92 sont considérés comme des candidats d'excellence.
 - ג. Déterminez quel pourcentage des candidats ont été admis à l'université et ne sont pas des candidats d'excellence.2 171 candidats qui ont été admis à l'université ne sont pas des candidats d'excellence.
 - ד. D'après le tableau de distribution normale, combien de candidats en tout se sont-ils présentés à l'examen d'entrée ?Les candidats n'ayant pas été admis à l'université ont eu la possibilité de se présenter à un examen supplémentaire.
À cet examen supplémentaire également, les notes sont réparties selon la loi de distribution normale et la moyenne des notes est de 80 .
Nadav s'est présenté aux deux examens et sa note à chacun d'eux est de 74 . La cote standard de Nadav à ces deux examens est identique.
 - ה. Déterminez l'écart-type à cet examen supplémentaire.

2. Yoav a vérifié la relation linéaire entre sa distance de course (variable x) et sa vitesse de course (variable y) sur six parcours $\aleph$ -ו différents. Les données figurent dans le tableau ci-dessous.

Parcours	Distance de course (km) : variable x	Vitesse de course (km/h) : variable y
$\aleph$	2	12
$\beth$	4,5	11
γ	6	11,5
δ	7	?
η	8	8,5
ι	8,5	7

- $\aleph$. Calculez la distance de course moyenne de Yoav sur les 6 parcours.
 $\beth$. Montrez que l'écart-type de la distance de course de Yoav sur les 6 parcours est $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.

Yoav a trouvé que sa vitesse de course moyenne sur les 6 parcours était égale à sa vitesse de course sur le parcours δ .

- γ . Calculez la vitesse de course de Yoav sur le parcours δ .

Soit les nombres : 0,95 , 0,24 , -1 , -0,86 . L'un d'eux est le coefficient de corrélation r .

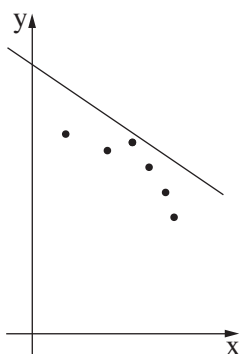
- δ . Déterminez lequel de ces nombres est le coefficient de corrélation r , puis justifiez votre réponse.

Yoav a calculé que l'écart-type de sa vitesse de course sur les 6 parcours était $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.

- η . (1) Déterminez l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x .
 (2) D'après la droite de régression, quelle est la prédiction de la vitesse de course de Yoav pour une distance de 4 km ?

Voici trois diagrammes de dispersion I-III. Les points dans chacun de ces diagrammes décrivent les données de course de Yoav sur les 6 parcours.

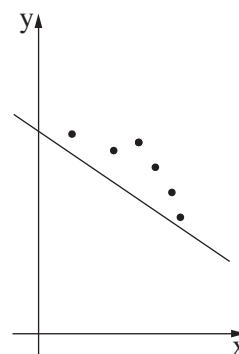
- ι . Déterminez dans lequel des diagrammes I-III figure la droite de régression que vous avez déterminée à l'article η . Justifiez votre réponse.



III



II



I

3. Deux tiroirs α et β contiennent deux types de fruits : des pommes et des poires.

Le tiroir α contient 5 pommes et 11 poires.

Le tiroir β contient 4 pommes et 6 poires.

On sort au hasard un fruit du tiroir α et ensuite on sort au hasard un fruit du tiroir β .

α . Quelle est la probabilité de sortir deux fruits de types différents ?

β . (1) Quelle est la probabilité de sortir au moins une pomme ?

(2) On sait que l'on a sorti au moins une pomme. Quelle est la probabilité que l'on ait sorti deux pommes ?

On a remis chaque fruit dans le tiroir duquel on l'avait sorti.

On a transféré tous les fruits des deux tiroirs dans un tiroir γ , qui était vide.

Ensuite, on a ajouté x pommes dans le tiroir γ .

On sort au hasard deux fruits l'un après l'autre (sans remise) du tiroir γ .

On sait que la probabilité de sortir deux poires est de $\frac{8}{33}$.

γ . Déterminez la valeur de x .

Deuxième partie — Géométrie

4. La figure ci-contre représente un losange $ABCD$. Les diagonales de ce losange se coupent en un point E .

On sait que l'équation du côté AB est $y = -1,75x + 11,75$,

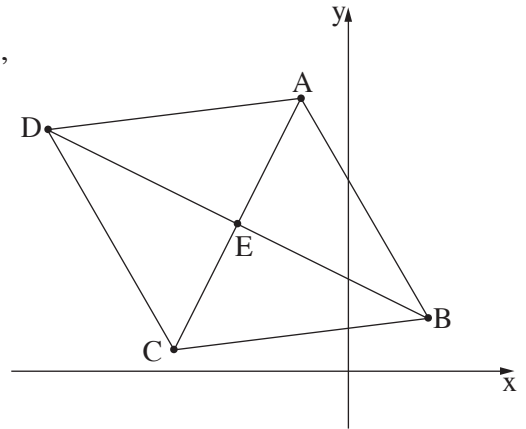
l'abscisse du sommet A est -3 ,

et les coordonnées du sommet C sont $(-11; 1)$.

- א. (1) Déterminez les coordonnées du point E .
- (2) Déterminez le coefficient directeur de la diagonale AC .
- ב. (1) Déterminez l'équation de la diagonale BD .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet B .
- ג. Déterminez la mesure de l'angle ABE .

Le point G se situe sur le segment DE de sorte que la mesure de l'angle GAB vaut 97° .

- ד. Déterminez la longueur du segment GE .



5. Soit un cercle qui coupe la partie positive de l'axe des ordonnées aux points A et D , tel que cela est représenté sur la figure.

BD et AC sont des cordes du cercle qui se coupent en un point E .

On sait que la corde BD est parallèle à l'axe des abscisses.

- א. (1) Expliquez pourquoi AB est un diamètre du cercle.
- (2) Démontrez que $\angle CBD = \angle DAC$.

Donnée : $BE = AE$.

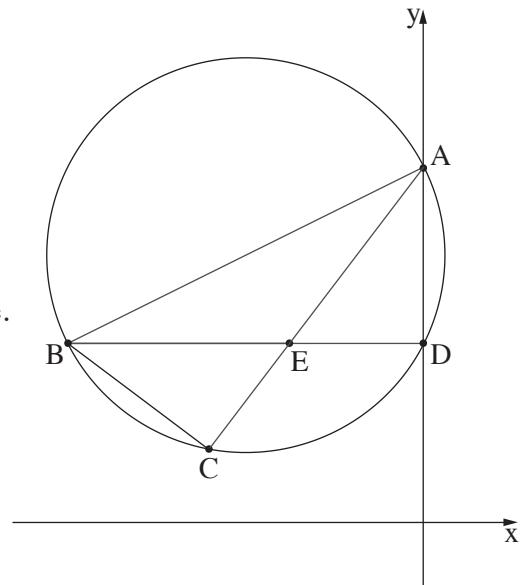
- ב. Démontrez que $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

Données : $E(-4,5; 6)$, $AE = 7,5$.

- ג. Déterminez les coordonnées des points B et A .

Le point M est le centre du cercle.

- ד. Déterminez l'équation du cercle.
- ה. (1) Quelle est la longueur du côté BC ? Justifiez votre réponse.
- (2) Calculez le périmètre du quadrilatère $BCME$.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{9x}{(x+3)^2}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- (4) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La droite $y = k$ et le graphe de la fonction $f(x)$ se croisent en un seul point, $k > 0$.

- א. Déterminez la valeur de k .

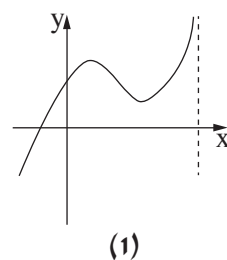
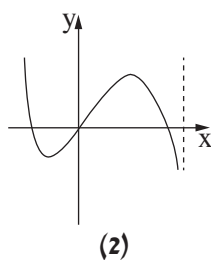
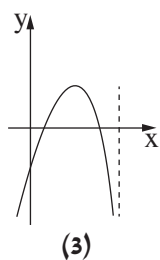
Soit la fonction $g(x) = f(x) + 1$.

- א. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Pour la valeur de k que vous avez déterminée, combien de points la droite $y = k$ et le graphe de la fonction $g(x)$ ont-ils en commun ? Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x)$ définie sur l'intervalle $x \leq 1,5$,
et sa fonction dérivée $f'(x)$ définie sur l'intervalle $x < 1,5$.

La fonction $f(x)$ admet exactement deux points d'extremum locaux.

Voici trois graphes (1)-(3). L'un d'eux représente la fonction dérivée $f'(x)$.



- א. Déterminez lequel des graphes (1)-(3) représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.

Donnée : $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

- א. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- א. (1) Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- א. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- א. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par l'axe des abscisses.

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$ sur l'intervalle $x > 4$.

Le point O est l'origine du repère.

Le point A se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$, sur l'intervalle $x > 4$.

À partir du point A, on a tracé une perpendiculaire à l'axe des abscisses qui le coupe en un point B.

Le point C se situe sur l'axe des abscisses à droite du point B.

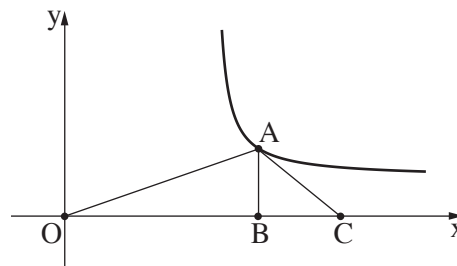
Donnée : $OB = 2 \cdot BC$.

On note t l'abscisse du point A.

א. (1) Exprimez la longueur du segment OC en fonction de t .

(2) Exprimez l'aire du triangle AOC en fonction de t .

ב. Déterminez la valeur de t pour laquelle l'aire du triangle AOC est minimale.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך