מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025, **מועד ב**
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2025، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

תוכנית חדשה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: שאלות קצרות
פרק שני: אינדוקציה, סדרות והסתברות
פרק שלישי: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק רביעי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
5×20 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

المنهاج الجديد

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات وَرُبْع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة
الفصل الثّاني: الاستقراء الرّياضيّ، المتواليات والاحتمال
الفصل الثّالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الرّابع: حساب التّفاضل والتّكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدّوالّ النّسبيّة وللدّوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الثّاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين؛ الثّالث والرّابع.
5×20 = 100 درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الثاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين الثّالث والرّابع. (لكلّ سؤال – 20 درجة.)

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

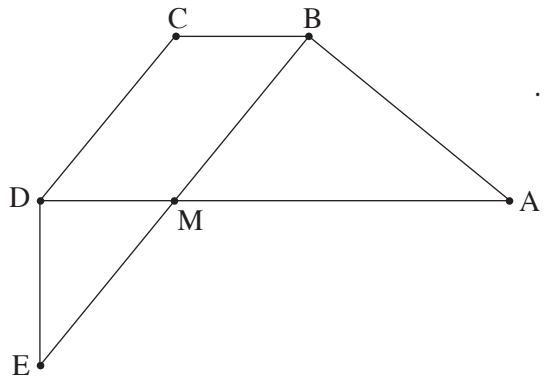
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة

1. أجيبوا عن اثنين من أربعة البنود "أ – د" التي أمامكم. إذا أجبتم عن أكثر من بندين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفتركم.

أ. برهِنوا بالاستقراء الرياضيّ، أو بأيّة طريقة أخرى، أنّه لكلّ n طبيعيّ يتحقّق:

$$\frac{2}{3}+\frac{6}{9}+\frac{10}{27}+\ldots+\frac{4n-2}{3^n}=2-\frac{2n+2}{3^n}$$

ب. في الرسم الذي أمامكم شبه المنحرف $ABCD$ $(BC \parallel AD)$
وشبه المنحرف $BCDE$ $(CD \parallel BE)$.
النقطة M هي نقطة تقاطُع الضلعين AD وَ BE.
معطى أنّ: $EM = BM$ ، $ED \perp AD$ ، $AB \perp BM$.
طول القطعة AM هو 2.5 ضعف طول القطعة DM.
نرمز: $\sphericalangle EMD = \alpha$.

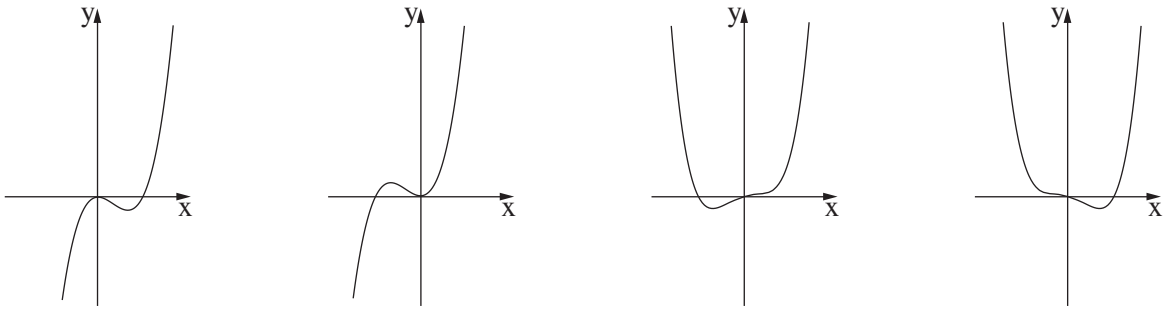


(1) جدوا قيمة α.

معطى أنّ: $DM = 4$.

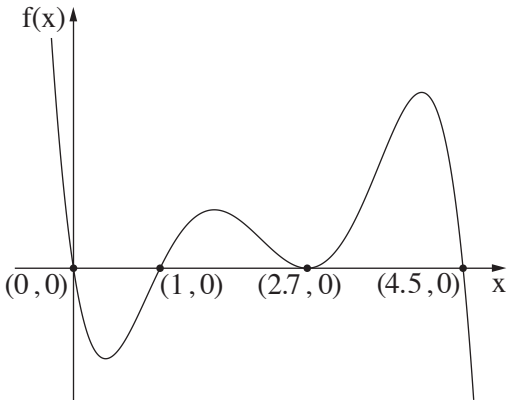
(2) احسبوا مساحة شبه المنحرف $ABCD$.

جـ. معطاة الدالّتان $f(x)=x^n(x-1)$ وَ $g(x)=x^n(x+1)$ ، المعرَّفتان لكلّ x .
n هو پارامتر طبيعيّ أكبر من 1 .
كلّ واحد من الرسوم البيانيّة I–IV التي أمامكم يُمثِّل واحدة من الدالّتين $f(x)$ أو $g(x)$ بالنسبة لِـ n زوجيّ أو n فرديّ.



(1) لائِموا لكلّ واحد من الرسوم البيانيّة I–IV الدالّة، $f(x)$ أو $g(x)$ ، التي تلائمه بالنسبة لِـ n زوجيّ أو n فرديّ.
(2) عوِّضوا $n=4$ ، واحسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x .

د. الرسم الذي أمامكم يصف الدالّة $f(x)$ المعرَّفة لكلّ x .
أُشير في الرسم إلى جميع إحداثيّات نقاط تقاطُع
الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .
الدالّة $g(x)$ معرَّفة في المجال $x\geq 0$ ، وتُحقِّق $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$.



(1) جدوا الإحداثيّات x للنقاط القصوى
للدالّة $g(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

نرمز بِـ S إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$
والمحور x في المجال $1\leq x\leq 2.7$.

معطى أنّ: $g(2.7)=0$ ، $g(4.5)=3\cdot S$.

(2) عبِّروا بدلالة S عن المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x ، في المجال $0\leq x\leq 4.5$.

/يتبع في صفحة 4/

الفصل الثّاني: الاستقراء والمتواليات والاحتمال

2. a_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة تصاعديّة، أساسها هو q .
$0 < q < 1$.

أ. حدِّدوا هل جميع حدود المتوالية a_n هي موجبة أم سالبة. علِّلوا تحديدكم.

b_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة، وأساسها هو q أيضًا.
c_n هي متوالية لانهائيّة تُحقِّق لكلّ n طبيعيّ $c_n = 2b_n - a_n$ $(c_n \neq 0)$.

ب. برهِنوا أنّ المتوالية c_n هي هندسيّة، وعبِّروا عن أساسها بدلالة q .

معطى أنّ: $c_1 = 5\frac{2}{3}$ ، وأنّ مجموع حدود المتوالية c_n هو 17 ضعف مجموع حدود المتوالية b_n .

جـ. جدوا قيمة a_1 .

معطى أنّ مجموع الحدود التي تقع في الأماكن الزوجيّة في المتوالية a_n هو أكبر بِـ 4 من مجموع الحدود التي تقع في الأماكن الفرديّة في المتوالية a_n .

د. جدوا قيمة q .

3. في مركز تغليف كبير، يُغلِّفون نوعَيْن من الفواكه فقط: ليمون وبرتقال.
قسم من الفواكه مُعَدّ للتصدير، والبقيّة ليست مُعَدَّة للتصدير.
الاحتمال بأن يختاروا بشكل عشوائيّ برتقالتَيْن من بين جميع الثمار في مركز التغليف هو 0.4096 .
يختارون بشكل عشوائيّ ثمرة واحدة من بين جميع الثمار في مركز التغليف.

أ. ما هو الاحتمال بأنّه قد اختيرت ليمونة؟

الاحتمال بأن يختاروا بشكل عشوائيّ برتقالة من بين جميع الثمار المُعَدَّة للتصدير هو $\frac{3}{5}$.
الاحتمال بأن يختاروا بشكل عشوائيّ ليمونة من بين جميع الثمار التي ليست مُعَدَّة للتصدير هو $\frac{4}{15}$.
يختارون بشكل عشوائيّ ثمرة واحدة من بين جميع الثمار في مركز التغليف.

ب. ما هو الاحتمال بأنّه قد اختيرت ثمرة مُعدَّة للتصدير؟

يختارون بشكل عشوائيّ ثمرتَيْن من بين جميع الثمار في مركز التغليف.

جـ. معلوم أنّه اختيرت ليمونتان. ما هو الاحتمال بأن تكون واحدة منهما مُعَدَّة للتصدير والأخرى ليست مُعَدَّة للتصدير؟

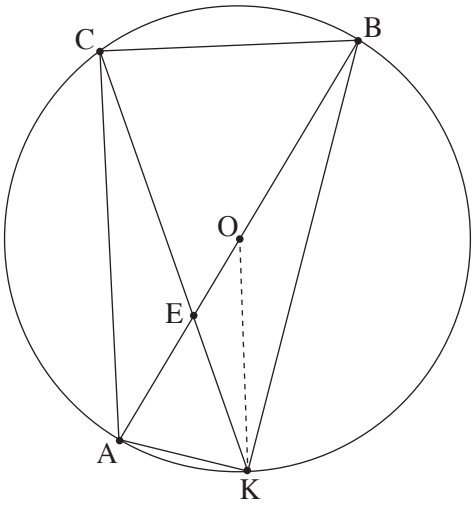
يختارون بشكل عشوائيّ 4 ثمار من بين جميع الثمار في مركز التغليف. معلوم أنّ واحدة منها على الأقلّ مُعَدَّة للتصدير.

د. ما هو الاحتمال بأن تكون على الأكثر 3 من بين جميع الثمار التي اختيرت مُعَدَّة للتصدير؟

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. AB هو قطر في دائرة مركزها O .



الوتر CK يقطع نصف القطر AO في النقطة E (انظروا الرسم).

معطى أنّ: $\sphericalangle EKO = \sphericalangle ABK$.

أ. برهِنوا أنّ $\Delta ACE \sim \Delta OKE$.

امتداد القطعة KO يقطع الوتر CB في النقطة P .

معطى أنّ $PO = 4$ ، وأنّ نصف قطر الدائرة هو 4.8 .

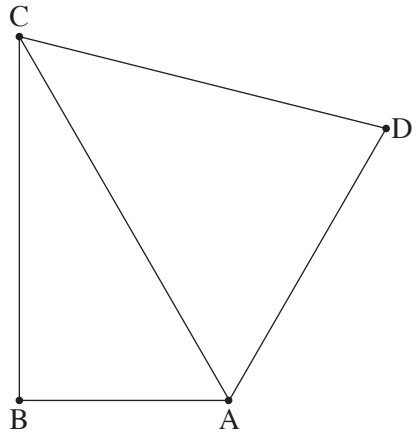
ب. (1) برهِنوا أنّ PO هي قطعة وسطى في المثلّث ABC .

(2) جدوا طول القطعة EO .

جـ. جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ACE ومساحة المثلّث AOK .

5. في الرسم الذي أمامكم المثلّث القائم الزاوية ABC ($\sphericalangle ABC = 90^o$).

على الضلع AC بنوا مثلّثًا إضافيًّا ACD بحيث AC هو مُنصِّف الزاوية BAD .



نرمز: $AB = k$ ، $\sphericalangle CAB = \alpha$.

أ. عبِّروا بدلالة k وَ α عن طول AC .

معطى أنّ: $AD = 1.5 \cdot k$ ، $CD = \sqrt{3.25} \cdot k$.

ب. احسبوا قيمة α .

عوِّضوا $\alpha = 60^o$ ، وأجيبوا عن البندين "جـ – د".

النقطة M هي مركز الدائرة المحصورة في المثلّث ABC .

جـ. عبِّروا بدلالة k عن نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث ABC .

النقطة E هي مركز الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .

معطى أنّ: $ME = 6$.

د. احسبوا قيمة k .

/يتبع في صفحة 6/

الفصل الرابع: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2ax}{(x^2-16)^2}$ ، a هو پارامتر موجب.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(3) جدوا مجالات تصاعُد وتنازُل الدالّة $f(x)$.

(4) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)$ التي دالّة مشتقّتها هي $g'(x)=f(x)+1$.

مجال تعريف الدالّة $g(x)$ ودالّة المشتقّة $g'(x)$ مطابق لمجال تعريف الدالّة $f(x)$.

معطى أنّه توجد للدالّة $g(x)$ نقطة قصوى في النقطة التي فيها $x=-2$.

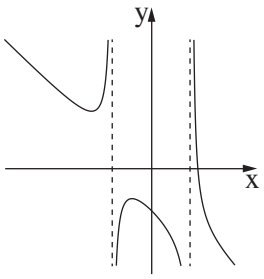
ب. جدوا قيمة a .

عوِّضوا قيمة a التي وجدتموها في الدالّة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البندين "جـ – د" .

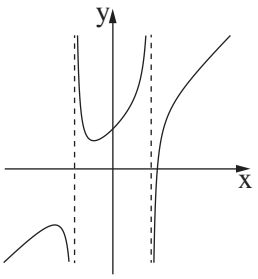
معطى أنّ الدالّة $g(x)$ تمرّ في النقطة $(2\ ,\ 7)$.

جـ. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا ممكنًا للدالّة $g(x)$.

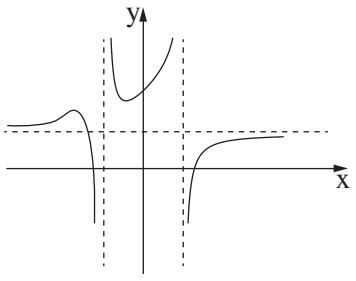
د. حدِّدوا أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I–IV التي أمامكم هو رسم بيانيّ ممكن للدالّة $g(x)$. علِّلوا تحديدكم.



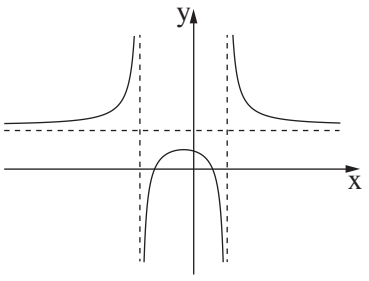
I



II



III



IV

/يتبع في صفحة 7/

7. معطاة الدالّة $f(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$ ، في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحور x ، للدالّة $f(x)$.

ب. حدِّدوا هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة. علِّلوا تحديدكم.

جـ. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

د. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

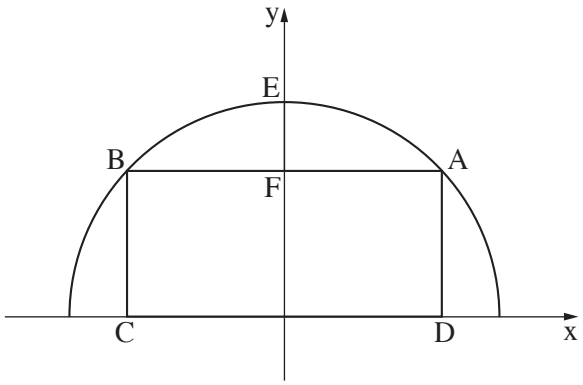
معطاة الدالّة $g(x)=2\cos x+\frac{2\sin x}{\sin(2x)}$ ، في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

هـ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) بيِّنوا أنّ $g(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$ ، بالنسبة لكلّ x في مجال تعريفها.

و. هل توجد قيمة لِـ k بالنسبة لها المستقيم $y=k$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في 3 نقاط بالضبط؟
إذا كانت الإجابة نعم، جِدوها. إذا كانت الإجابة لا، علِّلوا إجابتكم.

8. الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\sqrt{R^2-x^2}$ ،
R هو بارامتر موجب.
الدالّة $f(x)$ معرَّفة في المجال $-R\le x\le R$.
النقطة A تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الرُّبْع الأوّل.
مرَّروا عَبْر النقطة A مستقيمًا يوازي المحور x
ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في نقطة إضافيّة B .
النقطتان C وَ D تقعان على المحور x بحيث يتكوّن
مستطيل ABCD .
النقطة F هي نقطة تقاطُع الضلع AB مع المحور y .
النقطة E هي نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور y .
معطى مربّع طول ضلعه مساوٍ لطول القطعة EF .
نرمز بِـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A .



أ. **(1)** عبِّروا بدلالة R وَ t عن طول القطعة EF .

(2) عبِّروا بدلالة R وَ t عن محيط المستطيل ABCD .

ب. عبِّروا بدلالة R عن قيمة t التي بالنسبة لها الفرق بين محيط المستطيل ABCD ومحيط المربّع هو أكبر ما يمكن.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.