

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции

Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере, на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясняйте все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно.

Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות

חזקה

יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת

לפחות מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות תכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. Дана арифметическая прогрессия A , в которой 57 членов: $a_1, a_2, a_3, \dots$.

Дано: $a_2 + a_4 = a_6$.

Последний член прогрессии A равен 171.

- (*) Найдите разность этой прогрессии и a_1 .

Дана бесконечная геометрическая прогрессия B , члены которой: $b_1, b_2, b_3, \dots$.

Дано: $b_1 = a_6$, $3 \cdot b_3 = a_8$.

- (*) Найдите знаменатель прогрессии B (найдите два варианта).

Дано, что прогрессия B не возрастает и не убывает.

- (*) Найдите сумму членов прогрессии B с четными номерами.

Тригонометрия в пространстве

2. На чертеже справа представлен прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$, основание которого $ABCD$ – квадрат.

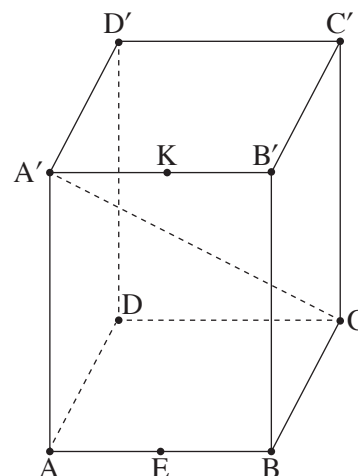
Известно, что длина стороны основания равна 12

и что величина угла между CA' и основанием $ABCD$ равна 42° .

- (*) Найдите высоту этого параллелепипеда.
 (*) Найдите полную площадь поверхности [שטח הפנים] параллелепипеда.

Точка E – середина ребра AB , а точка K – середина ребра $A'B'$.

- (*) Найдите, во сколько раз площадь треугольника $A'AC$ больше площади треугольника KEC .
 (*) Вычислите угол между KC и основанием $ABCD$.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, функции степени**

3. Дана функция $f(x) = ax + \cos(2x)$, определенная в области $0 \leq x \leq \pi$.

a – параметр.

Известно, что угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ в точке, в которой $x = \frac{\pi}{4}$, равен -1 .

(к) Найдите значение a .

Подставьте $a = 1$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (б)–(г).

(б) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(г) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Через точку локального минимума [נקודת המינימום הפנימית] функции $f(x)$ провели перпендикуляр к оси x .

(г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$, этим перпендикуляром, осью x и осью y .

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a – параметр.

У функции $f(x)$ есть вертикальная асимптота, уравнение которой $x = 2$.

(к) Найдите значение a .

Подставьте $a = 4$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (б)–(г).

(б) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

(3) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(г) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $h(x) = -f(x) + e^8$, область определения которой совпадает с областью определения функции $f(x)$.

(г) Сколько точек пересечения с осью x есть у графика функции $h(x)$? Обоснуйте свой ответ.

5. Функция $f(x)$ и ее производная $f'(x)$ определены в области $x > 0$.

У функции $f(x)$ есть только одна точка минимума и только одна точка максимума.

Дано, что точка минимума расположена справа от точки максимума.

(⌘) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует производной $f'(x)$. Определите, какой из них, и обоснуйте свое утверждение.

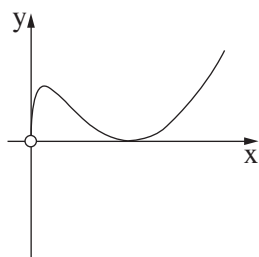
Дано: $f(x) = 3x \cdot (\ln x)^2$.

(⌘) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

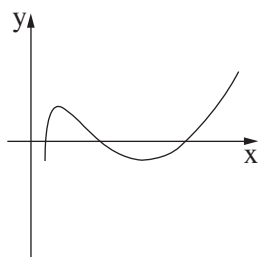
(2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(⌘) Определите, какой из графиков I–IV в конце вопроса соответствует функции $f(x)$.

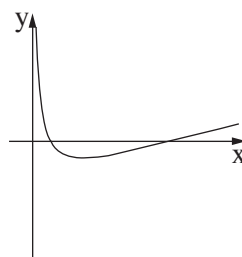
(7) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$ и осью x .



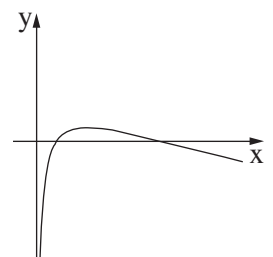
IV



III



II



I

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.