

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.

Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures et quarante-cinq minutes.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte deux parties constituées de cinq exercices.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Résolvez trois exercices dont au moins un exercice issu de chaque partie. $-3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (joint au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

- (1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה : שתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק

— $3 - 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש :

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות :

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5, dont au moins un exercice de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit un cercle I dont l'équation est $x^2 - 6x + y^2 + t = 0$. t est un paramètre inférieur à 9.

⌘. Exprimez le rayon du cercle en fonction de t .

La droite $y = x$ est tangente au cercle.

Ⓐ. Déterminez la valeur de t .

On a déplacé le cercle I sur la gauche de sorte qu'on a obtenu un cercle II dont le centre O se situe à l'origine du repère.

Le point A est un point quelconque situé sur le cercle II de sorte que $-1.5 \leq y_A \leq 1.5$.

On fait passer une corde AB perpendiculaire à l'axe des ordonnées, passant par le point A .

Le point P se situe sur la corde AB de sorte que $AB = 2 \cdot PO$.

Ⓐ. Montrez que le lieu géométrique de tous les points P obtenus de cette manière, est situé sur une ellipse, puis déterminez l'équation de cette ellipse.

Le point K est le foyer droit de l'ellipse et le point F est le foyer gauche de l'ellipse que vous avez déterminée à l'article Ⓐ.

Le point C est un point quelconque situé sur l'ellipse de sorte qu'on a obtenu un triangle CKF .

Ⓙ. Calculez le périmètre du triangle CKF .

Ⓚ. Existe-t-il un point C pour lequel l'aire du triangle CKF vaut 3 ? Justifiez votre réponse.

2. Soit une pyramide SABCD dont la base ABCD est un parallélogramme.

SA est une hauteur de la pyramide.

Le point M est le milieu de la diagonale BD.

On note $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

⌘. Exprimez le vecteur $\vec{SM}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$ et $\underline{w}$.

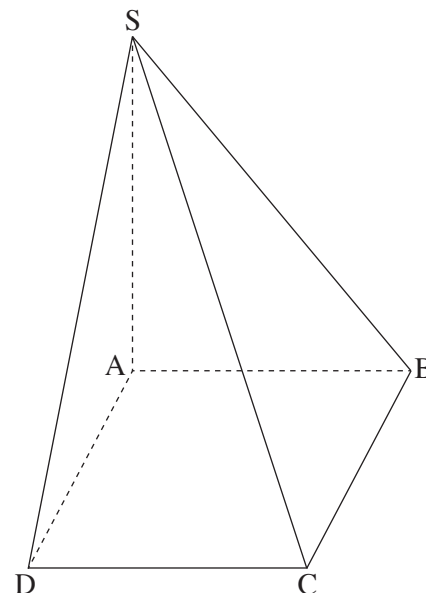
On sait que $\vec{SM}$ est perpendiculaire à $\vec{DB}$.

Ⓐ. Démontrez que $|\underline{u}| = |\underline{v}|$.

Données : A(0, 0, 0), B(0, 5, 0), S(0, 0, 6).

D(3, p, 0), p > 0.

Ⓐ. Déterminez les coordonnées des points D et C.



On trace un plan parallèle à l'arête SD, passant par la diagonale AC.

Le plan coupe l'arête SB en un point K.

Ⓙ. Déterminez l'équation du plan.

Ⓝ. Voici deux affirmations I-II. Déterminez pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse. Justifiez vos réponses.

I. La droite KM est parallèle à la droite SD.

II. Toute droite qui est perpendiculaire au plan ACK, est perpendiculaire à la droite SD.

3. ⌘. Exprimez en fonction de x et y, l'équation du lieu géométrique de tous les points $z = x + iy$ situés dans le plan de Gauss qui vérifient : $|z| = |z - (2 + 2i)|$.

z est une variable complexe.

Soit l'équation $z^2 - z(2 + 2i) + 4i = 0$.

A et B sont les points qui représentent les deux solutions de l'équation.

Ⓐ. Montrez que les points A et B sont situés sur le lieu géométrique que vous avez déterminé à l'article ⌘.

Les points C et D sont situés sur les axes de sorte que ABCD est un carré.

On a effectué une rotation du carré ABCD d'un angle α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) autour de l'origine du repère, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Les huit points (les points A, B, C, D et les 4 points obtenus après la rotation) représentent les solutions de l'équation $z^n = b$, dans laquelle n est un nombre entier naturel et b est un nombre réel.

Ⓐ. (1) Déterminez la valeur de b et la valeur de α pour $n = 8$.

(2) Déterminez une valeur possible de n pour $\alpha = 15^\circ$, puis déterminez la valeur de b qui lui correspond.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^x}{a - e^x}$ dans laquelle a est un paramètre différent de 0.

א. Répondez aux sous-articles (1)–(3) pour $a > 0$ et pour $a < 0$.

Exprimez vos réponses en fonction de a , si cela est nécessaire.

(1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires à l'axe des ordonnées.

(3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).

ב. Déterminez lequel des graphes I–IV figurant à la fin de l'exercice décrit la fonction $f(x)$ pour $a = 3$ et lequel des graphes décrit la fonction $f(x)$ pour $a = -3$. Justifiez vos réponses.

Substituez $a = 3$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ג–ה.

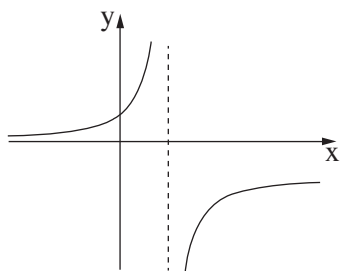
Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{f(x) + 2}$.

ג. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.

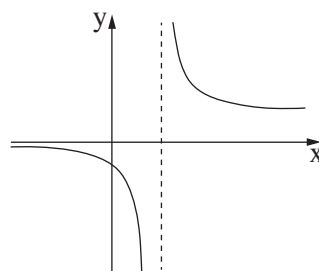
(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

ד. Tracez une esquisse de la fonction $g(x)$.

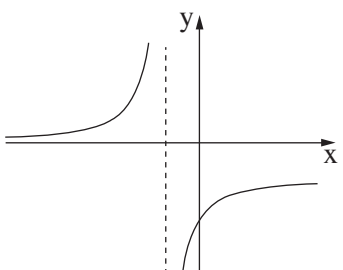
ה. Voici une affirmation : $\int_{-4}^{-2} g(x) dx > \int_2^3 g(x) dx$. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.



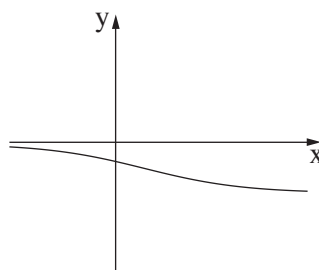
II



I



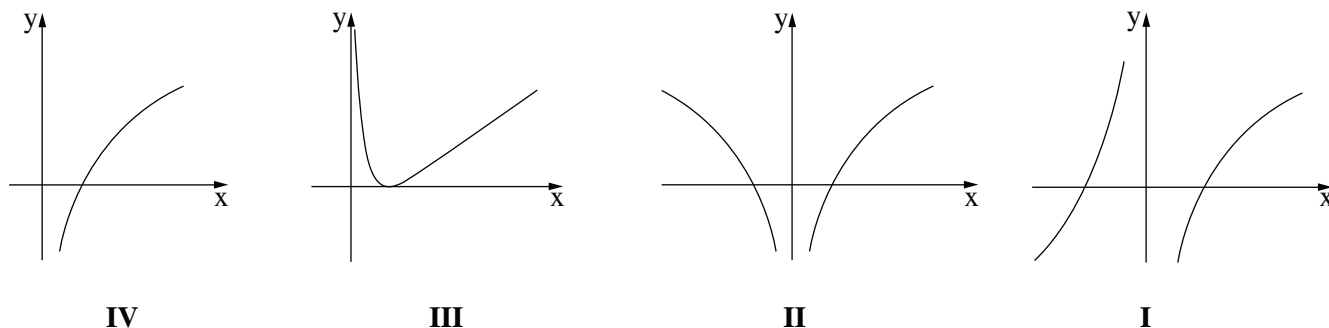
IV



III

5. Soit la fonction $f(x) = \ln(x^n)$ dans laquelle n est un nombre entier naturel pair.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Ci-dessous figurent quatre graphes, I–IV. Déterminez lequel décrit la fonction $f(x)$. Justifiez votre réponse.



Substituez $n = 2$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב–ד.

Soit la fonction $g(x) = (f(x))^2 - 4$ définie pour tout $x \neq 0$.

- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $g(x)$ avec l'axe des abscisses.
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

Soit la fonction $k(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$, sur l'intervalle $x > 0$.

- ג. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $k(x)$.
- (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $k(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = e^2$ et $x = e^3$.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך