

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : quatre heure.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique et probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

Résolvez cinq exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointés au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

(3) Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את

שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

(3) יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"

בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה

עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, dont au moins un exercice de chaque partie (20 points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seules les cinq premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique et probabilités

1. Dafna et Yaël sont sorties faire de la marche au même moment et sur le même parcours. La longueur du parcours était de 13,5 km.

Dafna a marché à une vitesse constante sans s'arrêter jusqu'à la fin du parcours.

Yaël a marché pendant une heure à la même vitesse que Dafna, puis elle a fait une pause d'une demi-heure.

Après cette pause, Yaël s'est remise à marcher jusqu'à la fin du parcours à une vitesse supérieure de 0,5 km/h à sa vitesse initiale.

Elle a atteint la fin du parcours 18 minutes après que Dafna l'a atteint.

- א. Déterminez la vitesse à laquelle Dafna a marché.
- ב. Déterminez la vitesse à laquelle Yaël aurait dû marcher après sa pause afin d'atteindre la fin du parcours en même temps que Dafna.

2. La figure ci-contre représente un cercle dont le centre M se situe sur l'axe des abscisses.

La droite $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ est tangente au cercle en un point D .

On sait que l'ordonnée du point D est 4.

- א. Déterminez l'équation de la droite MD .

- ב. Déterminez l'équation du cercle.

Le point A est le point d'intersection entre le cercle et l'axe des abscisses, situé à droite, comme cela est décrit sur la figure.

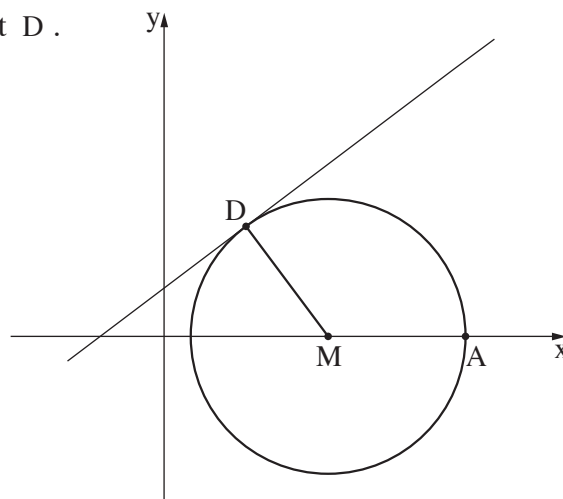
On trace une tangente au cercle passant par le point A .

La tangente au cercle au point A et la tangente au cercle au point D se coupent en un point C .

- א. (1) Déterminez les coordonnées du point C .
- (2) Déterminez le périmètre du quadrilatère $DMAC$.

On a inscrit le quadrilatère $DMAC$ dans un cercle.

- א. Le rayon du cercle dans lequel le quadrilatère $DMAC$ est inscrit, est-il supérieur au rayon du cercle de centre M ? Justifiez votre réponse.



3. Certains élèves en classe de première d'un lycée sont des garçons, tandis que les autres sont des filles. Certains des élèves de cette classe font du volontariat, tandis que les autres ne font pas de volontariat.

75% des élèves de cette classe font du volontariat.

$\frac{3}{5}$ des élèves qui font du volontariat, sont des filles.

On sait que le nombre de filles qui font du volontariat est 3 fois supérieur au nombre de filles qui ne font pas de volontariat.

- א. Quelle est la probabilité de choisir au hasard dans cette classe une fille qui fait du volontariat ?
ב. Déterminez le pourcentage de garçons de cette classe.

On choisit au hasard un élève parmi les élèves de cette classe.

- ג. On sait que l'élève qui a été choisi est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il fasse du volontariat ?

Dans l'article du journal de la classe, Dana a écrit :

"Le pourcentage de filles qui font du volontariat parmi les filles de la classe est supérieur au pourcentage des garçons qui font du volontariat parmi les garçons de la classe."

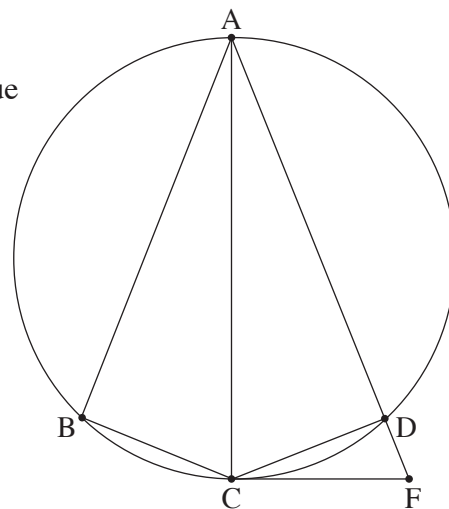
- ד. La phrase que Dana a écrite est-elle juste ? Justifiez votre réponse.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

4. Le quadrilatère $ABCD$ est inscrit dans un cercle.

Le point F se situe sur le prolongement du côté AD de sorte que CF est tangent au cercle.

On sait que la corde AC est la bissectrice de l'angle BAD (voir figure).



- ⌘. Démontrez que $\angle ABC = \angle CDF$.
- Ⓐ. (1) Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle CDF$.
- (2) Démontrez que $(BC)^2 = AB \cdot DF$.

Données : l'aire du triangle ABC est 6,25 fois supérieure à l'aire du triangle CDF .

$$DF = 4.$$

- Ⓜ. Déterminez les longueurs des segments BC et AB .

Donnée : $\angle CDF = 90^\circ$.

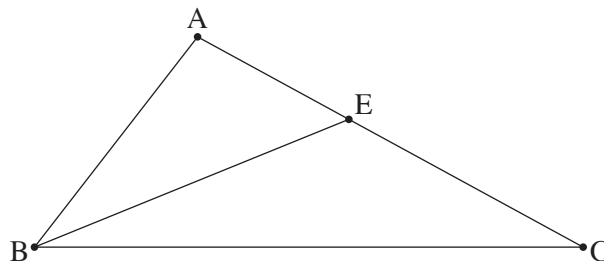
- Ⓣ. Déterminez la longueur du rayon du cercle.

5. La figure ci-contre représente un triangle ABC .

Le point E se situe sur le côté AC .

Donnée : $AB = 12$, $AC = 20$, $BC = 25$.

- ⌘. Déterminez la mesure de l'angle BAC .



On sait que la longueur du segment AE est égale au rayon du cercle dans lequel le triangle ABE est inscrit.

- Ⓐ. Déterminez la mesure de l'angle ABE .
- Ⓜ. Déterminez la longueur du segment EC .

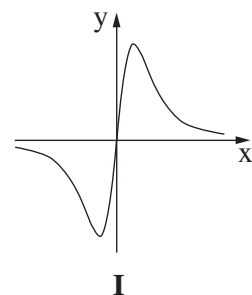
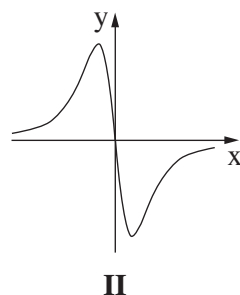
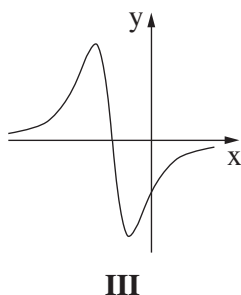
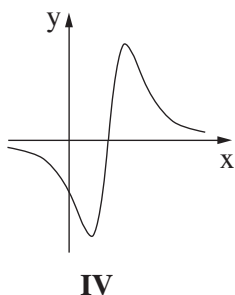
Le point K se situe sur le côté BC , de sorte que l'aire du triangle ECK vaut 32.

- Ⓣ. Déterminez la longueur du segment CK .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, définie pour tout x .

- א. Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $f(x)$ qui est parallèle à l'axe des abscisses.
- ב. (1) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
(2) Indiquez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ה. (1) Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous, représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.
(2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 2$ et $x = -2$.

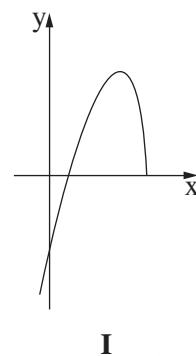
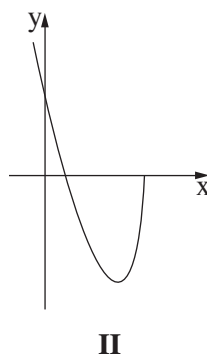
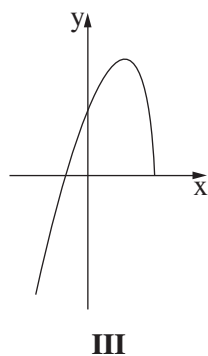
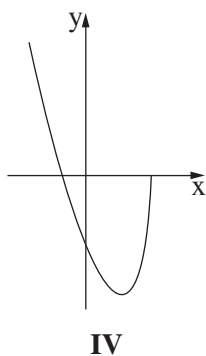


7. Soit la fonction $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

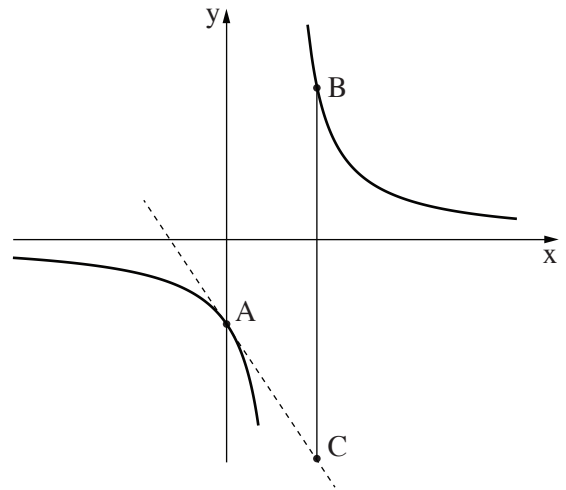
- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x + 6)$ définie sur l'intervalle $x \leq 9$.

- ה. (1) Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous représente la fonction $g(x)$. Justifiez votre réponse.
(2) Quelles sont les coordonnées du point d'extremum local de la fonction $g(x)$?



8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{a}{x-2}$, définie sur l'intervalle $x \neq 2$. a est un paramètre différent de 0.
- Le point A est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des ordonnées.
- On trace une tangente au graphe de la fonction $f(x)$, passant par le point A.
- On sait que le coefficient directeur de la tangente vaut $-1,5$.



א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 6$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ג.

ב. Déterminez l'équation de la tangente.

Le point B se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$, sur l'intervalle $x > 2$.

Le point C se situe sur la tangente de sorte que le segment BC est parallèle à l'axe des ordonnées.

On note t l'abscisse du point B.

- א. (1) Exprimez la longueur du segment BC en fonction de t .
- (2) Déterminez la valeur de t pour laquelle la longueur du segment BC est minimale.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך