

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heures.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
- Première partie — Statistiques et probabilités
Deuxième partie — Géométrie
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
- Résolvez cinq exercices, dont au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (jointes au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני — גאומטריה
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $20 \times 5 = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חסור פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
תביעת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, dont au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. Dans une école, on a organisé une compétition de saut en longueur. Les résultats obtenus par les participants à la compétition sont répartis selon la loi de distribution normale.

La distance moyenne d'un saut était de 4,6 mètres.

69,2 % des participants ont atteint une distance de saut inférieure à 4,8 mètres.

- a. Déterminez l'écart-type de la distance d'un saut.

Les participants dont la distance de saut était supérieure à 5,24 mètres ont remporté une médaille.

- b. Quel est le pourcentage de participants qui ont remporté une médaille ?

On sait que 11 participants ont remporté une médaille.

- a. D'après le tableau de la distribution normale, combien de participants ont pris part à la compétition de saut en longueur ?

Dans cette école, on a aussi organisé une compétition de saut en hauteur. Dans cette compétition, les résultats obtenus par les participants sont également répartis selon la loi de distribution normale.

La hauteur moyenne des sauts était de 1,5 mètre et l'écart-type était de 0,2 mètre .

Alon a participé aux deux compétitions. Ses résultats étaient de 5 mètres pour le saut en longueur et de 1,75 mètre pour le saut en hauteur.

7. À laquelle de ces deux compétitions, le saut en longueur ou le saut en hauteur, les résultats d'Alon lui ont fait obtenir le meilleur classement par rapport aux autres participants ? Justifiez votre réponse.

2. Un agent immobilier a voulu étudier la relation linéaire entre la superficie des appartement vendus le mois dernier dans un certain quartier (variable x) et le prix auquel ils ont été vendus (variable y). Dans le tableau ci-dessous figurent les données de 5 appartements, que l'agent immobilier a étudiées.

Superficie d'un appartement (m ²) : variable x	Prix d'un appartement (en millions de shekels) : variable y
80	1
88	1,8
96	2,7
110	3,4
116	4,6

- ⌘. (1) Déterminez la superficie moyenne d'un appartement.
(2) Déterminez l'écart-type de la superficie d'un appartement.

L'agent immobilier a calculé la moyenne et l'écart-type de la variable y et a trouvé que $\bar{y} = 2,7$ et $S_y = 1,249$.

- Ⓜ. Déterminez le coefficient de corrélation r entre les deux variables.
Ⓛ. Déterminez l'équation de la droite de régression prédisant y en fonction de x .
Ⓣ. D'après la droite de régression, quelle est la prédiction du prix d'un appartement dont la superficie est de 100 m² ?

En raison de la hausse des prix du marché, le prix de chaque appartement a augmenté de 0,2 million de shekels.

- Ⓝ. Déterminez pour chacun des indicateurs (1) et (2) ci-dessous, si sa valeur a augmenté, diminué ou n'a pas varié. Justifiez votre réponse.
(1) L'écart-type de la variable y .
(2) Le coefficient de corrélation r .

3. Certains élèves en classe de première d'un lycée sont des garçons, tandis que les autres sont des filles. Certains des élèves de cette classe font du volontariat, tandis que les autres ne font pas de volontariat.

75% des élèves de cette classe font du volontariat.

$\frac{3}{5}$ des élèves qui font du volontariat, sont des filles.

On sait que le nombre de filles qui font du volontariat est 3 fois supérieur au nombre de filles qui ne font pas de volontariat.

- א. Quelle est la probabilité de choisir au hasard dans cette classe une fille qui fait du volontariat ?
ב. Déterminez le pourcentage de garçons de cette classe.

On choisit au hasard un élève parmi les élèves de cette classe.

- ג. On sait que l'élève qui a été choisi est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il fasse du volontariat ?

Dans l'article du journal de la classe, Dana a écrit :

"Le pourcentage de filles qui font du volontariat parmi les filles de la classe est supérieur au pourcentage des garçons qui font du volontariat parmi les garçons de la classe."

- ד. La phrase que Dana a écrite est-elle juste ? Justifiez votre réponse.

Deuxième partie — Géométrie

4. La figure ci-contre représente un triangle rectangle ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

Le sommet B se trouve sur l'axe des ordonnées.

On sait que les coordonnées du sommet A sont $(-16, 0)$,

et que l'équation du côté CB est $y = -\frac{2}{5}x + 11$.

א. Déterminez l'équation du côté AC .

ב. Déterminez les coordonnées du sommet C .

BE est la médiane relative au côté AC .

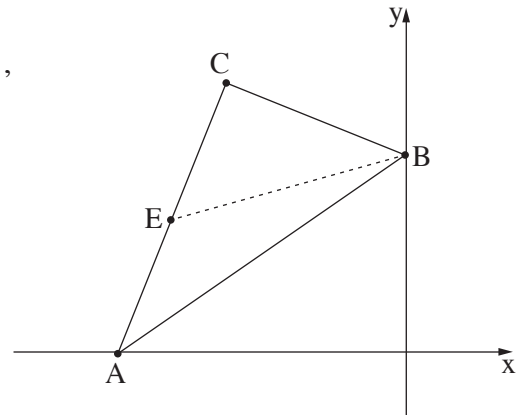
ג. (1) Déterminez la longueur du segment EC .

(2) Déterminez la mesure de l'angle CEB .

Le point K se situe sur le segment EB .

Donnée : l'aire du triangle AEK vaut 18.

ד. Déterminez la longueur du segment EK .



5. La figure ci-contre représente un cercle de centre M .

Le cercle coupe la partie positive de l'axe des abscisses en un point A .

Le point B se situe sur le cercle, de sorte que AB est un diamètre du cercle.

On trace une tangente au cercle passant par le point B , qui coupe l'axe des abscisses en un point C .

On sait que l'équation du cercle est $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 100$.

א. Déterminez les coordonnées du point A .

ב. Déterminez l'équation de la tangente BC .

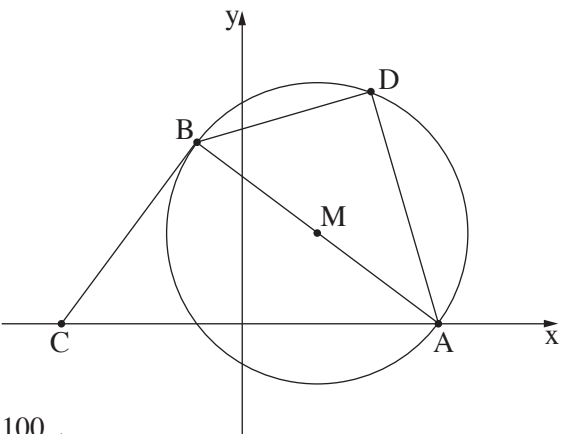
ג. Déterminez la longueur du côté AC .

Le point D se situe sur le cercle, de sorte que AB est la bissectrice de l'angle DAC .

ד. (1) Expliquez pourquoi $\angle ADB = 90^\circ$.

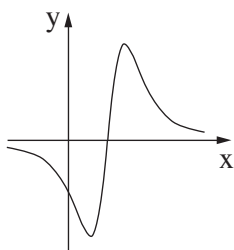
(2) Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

ה. Déterminez combien de fois l'aire du triangle ABC est supérieure à l'aire du triangle ADB .

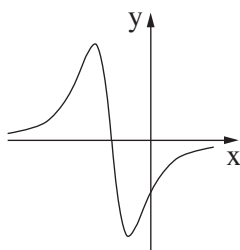


Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

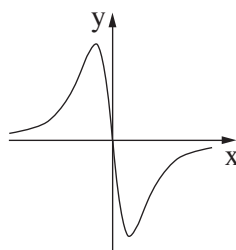
6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, définie pour tout x .
- א. Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $f(x)$ qui est parallèle à l'axe des abscisses.
 - ב. (1) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
(2) Indiquez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
 - ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
 - ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
 - ה. (1) Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous, représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.
(2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 2$ et $x = -2$.



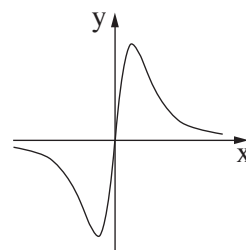
IV



III



II

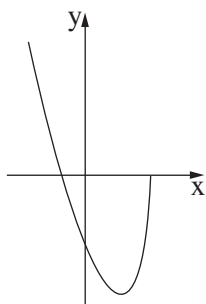


I

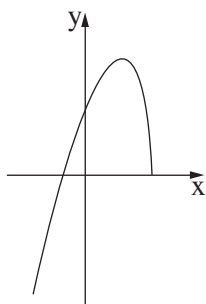
7. Soit la fonction $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.
- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
 - ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
 - ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
 - ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x + 6)$ définie sur l'intervalle $x \leq 9$.

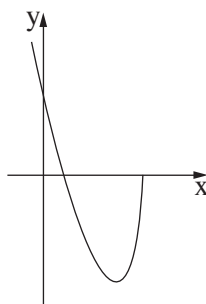
- ה. (1) Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous représente la fonction $g(x)$. Justifiez votre réponse.
(2) Quelles sont les coordonnées du point d'extremum local de la fonction $g(x)$?



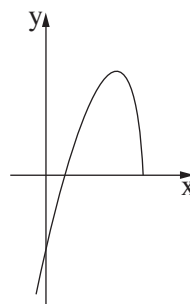
IV



III



II



I

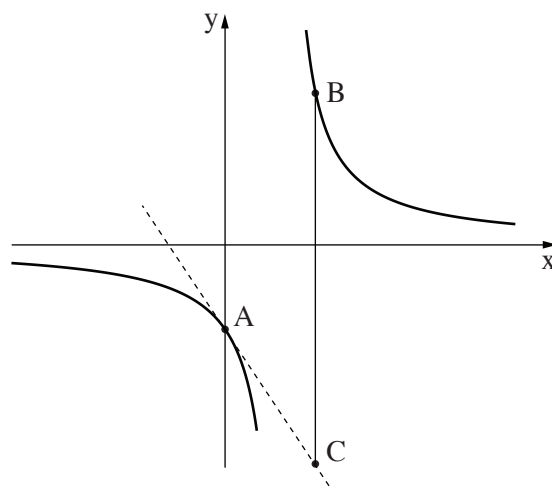
8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{a}{x-2}$, définie sur l'intervalle $x \neq 2$. a est un paramètre différent de 0.

Le point A est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des ordonnées.

On trace une tangente au graphe de la fonction $f(x)$, passant par le point A.

On sait que le coefficient directeur de la tangente vaut $-1,5$.

- א. Déterminez la valeur de a .



Substituez $a = 6$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ג.

- ב. Déterminez l'équation de la tangente.

Le point B se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$, sur l'intervalle $x > 2$.

Le point C se situe sur la tangente de sorte que le segment BC est parallèle à l'axe des ordonnées.

On note t l'abscisse du point B.

- ג. (1) Exprimez la longueur du segment BC en fonction de t .
(2) Déterminez la valeur de t pour laquelle la longueur du segment BC est minimale.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך