מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2025
رقم النّموذج: 35581
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 5×20 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 5×20 = 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل. (لكلّ سؤال – 20 درجة.)
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. طول الشارع بين بيت يوسف والمدرسة الثانويّة التي يتعلّم فيها هو 8 كم.
في كلّ يوم، يخرج باص لنقل الطلّاب، من محطّة انطلاقه – بيت يوسف، إلى محطّته النهائيّة – المدرسة.
في الطريق إلى المدرسة، يمرّ الباص بثلاث محطّات بين محطّة الانطلاق والمحطّة النهائيّة، ويتوقّف في كلّ واحدة منها لمدّة 4 دقائق لنقل الطلّاب إلى المدرسة.
يسافر الباص بسرعة ثابتة قدرها v كم/الساعة في كلّ قِطَع الشارع.
البُعد بين كلّ محطّتَيْن متجاورتَيْن متساوٍ، كما هو موصوف في الرسم.

يوم الأحد، قَرَّرَ يوسف الذهاب إلى المدرسة راكبًا درّاجة كهربائيّة. خرج يوسف من بيته في نفس الوقت الذي خرج فيه الباص من محطّة الانطلاق، وسافر بسرعة ثابتة. وصل الباص ويوسف إلى المدرسة في نفس الوقت.

أ. عبِّروا عن سرعة سفر يوسف بالدرّاجة الكهربائيّة بدلالة v.

يوم الإثنين، قَرَّرَ يوسف الذهاب إلى المدرسة راكضًا. خرج يوسف قبل 19 دقيقة من خروج الباص من محطّة الانطلاق.
سرعة سفر يوسف بالدرّاجة الكهربائيّة يوم الأحد هي ضعف سرعة ركضه يوم الإثنين.
وصل يوسف والباص إلى المحطّة III في نفس الوقت.

ب. جدوا قيمة v.

جـ. حدِّدوا في أيّ من الحالات (1)–(3) التي أمامكم، يصل يوسف إلى المدرسة في أقصر وقت. علِّلوا تحديدكم.

(1) يسافر يوسف في الباص كلّ الطريق حتّى المدرسة.

(2) يسافر يوسف في الباص من محطّة الانطلاق حتّى المحطّة II، ومن هناك يواصل فورًا السفر بالدرّاجة الكهربائيّة حتّى المدرسة بنفس السرعة التي سافر بها يوم الأحد بالدرّاجة الكهربائيّة.

(3) يسافر يوسف بالدرّاجة الكهربائيّة من بيته حتّى المدرسة بسرعة أكبر بـ 5 كم/الساعة من سرعة سفره يوم الأحد بالدرّاجة الكهربائيّة.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة A ، حدودها هي ... , a_3 , a_2 , a_1 .

معطى أنّ: $2a_2 + 8 = a_4$ ، $\frac{a_4}{a_2} = 4$.

أ. جدوا قيمة a_3 (جدوا الإمكانيّتَيْن).

معطى أنّ المتوالية A ليست تصاعديّة وليست تنازليّة.

يبنون من حدود المتوالية A متوالية لانهائيّة جديدة B .

معطى أنّ حدود المتوالية B تُحقِّق $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ لكلّ n طبيعيّ.

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وَجِدوا أساسها.

يبنون من حدود المتوالية A متوالية هندسيّة لانهائيّة إضافيّة C .

حدود المتوالية C هي: ... , $\frac{k}{a_5 \cdot a_6}$, $\frac{k}{a_3 \cdot a_4}$, $\frac{k}{a_1 \cdot a_2}$. $k \neq 0$ هو پارامتر.

جـ. (1) جدوا أساس المتوالية C .

(2) جدوا بالنسبة لأيّة قيَم لِـ k المتوالية C تصاعديّة. علِّلوا إجابتكم.

نرمز بِـ S_B إلى مجموع المتوالية B ، وَبِـ S_C إلى مجموع المتوالية C .

معطى أنّ: $S_C = 4 \cdot S_B$.

د. جدوا قيمة k .

/ يتبع في صفحة 4 /

3. جرت انتخابات في دولة كبيرة. يستطيع الناخبون في هذه الانتخابات التصويت للحزب "أ" أو للحزب "ب" فقط.
نرمز بِـ P إلى الاحتمال بأن يُصوِّت ناخب اختير بشكل عشوائيّ للحزب "أ" $(0 < P < 1)$.
يختارون بشكل عشوائيّ 3 ناخبين.
معطى أنّ الاحتمال بأن يكون واحد منهم بالضبط قد صَوَّت للحزب "أ" هو ضعف الاحتمال بأن يكون ثلاثة الناخبين قد صوَّتوا للحزب "ب".

أ. جدوا قيمة P .

يختارون بشكل عشوائيّ 4 ناخبين.

ب. معلوم أنّ أربعة الناخبين صوَّتوا لنفس الحزب. ما هو الاحتمال بأنّهم صوَّتوا للحزب "أ"؟

قِسْم من الناخبين هم كبار في السنّ والبقيّة شباب.
معطى أنّ 40% من الناخبين الكبار في السنّ صوَّتوا للحزب "ب"، وَ 15% من الناخبين الشباب صوَّتوا للحزب "أ".

جـ. ما هو الاحتمال بأن يختاروا بشكل عشوائيّ ناخبًا شابًّا واحدًا من بين جميع الناخبين؟

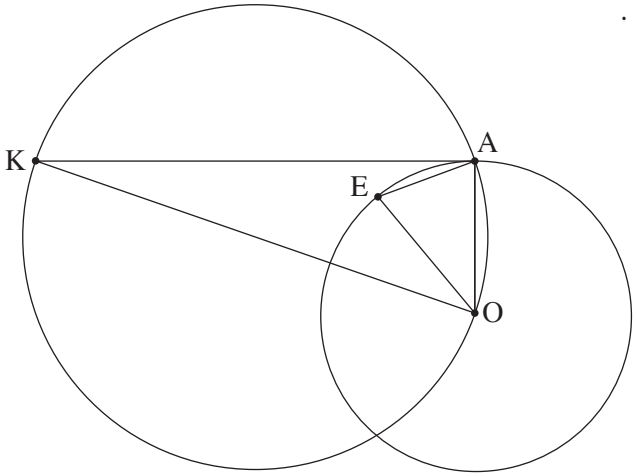
بعد الانتخابات، أُجريَ استطلاع هاتفيّ في أوساط الناخبين. رامي، أحد مُستطلِعي الرأي، اتّصل بشكل عشوائيّ بناخبِين شباب فقط.
اتّصل رامي بهم، الواحد تلو الآخر، وَتَوَقَّفَ فورًا بعد أن أجرى مقابلة مع شابّ واحد صَوَّتَ لأحد الحزبَيْن، وشابّ إضافيّ صَوَّتَ للحزب الآخر.

د. ما هو الاحتمال بأنّ رامي اتّصل بِـ 5 شباب بالضبط؟

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. في الرسم الذي أمامكم، دائرة كبيرة نصف قطرها R ودائرة صغيرة مركزها في النقطة O ونصف قطرها r .
النقطة O تقع على محيط الدائرة الكبيرة.
النقطة A هي إحدى نقطتَيْ التقاطُع بين الدائرتَيْن، كما هو موصوف في الرسم.
مرَّروا عبر النقطة A مماسًّا للدائرة الصغيرة. المماسّ يقطع الدائرة الكبيرة في النقطة K .
النقطة E تقع على محيط الدائرة الصغيرة داخل المثلّث KAO .



أ. برهِنوا أنّ $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle KAE$.

امتداد القطعة AE يقطع القطعة OK في النقطة M .
معطى أنّ النقطة M هي منتصف القطعة OK .

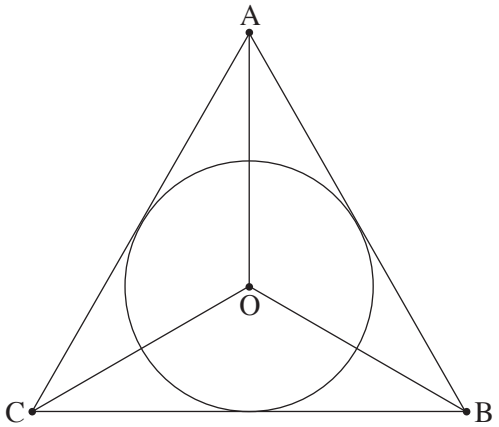
ب. برهِنوا أنّ النقطة M هي مركز الدائرة الكبيرة.

جـ. برهِنوا أنّ $\Delta MOA \sim \Delta OEA$.

معطى أنّ: $R = 1.5r$.
نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث MEO .

د. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث OKA .

5. في المثلّث المتساوي الساقين ABC $(AC = AB)$ محصورة دائرة مركزها في النقطة O ، ونصف قطرها r (انظروا الرسم).
نرمز: $\sphericalangle ACB = 2\alpha$.



أ. **(1)** عبِّروا بدلالة r وَ α عن طول القطعة CO .

(2) عبِّروا بدلالة r وَ α عن طول الضلع AC .

معطى أنّ طول الضلع AC هو $\sqrt{3}$ أضعاف طول القطعة CO .

ب. جدوا قيمة α .

عوِّضوا $\alpha = 30^o$ ، وأجيبوا عن البندين "جـ – د" .
الدائرة تقطع القطعة BO في النقطة K .
معطى أنّ طول القطعة CK هو $\sqrt{175}$.

جـ. جدوا قيمة r .

النقطة E تقع على الضلع CB .
معطى أنّ مساحة المثلّث CKE هي 18 .

د. احسبوا طول القطعة BE .

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}$ ، a هو پارامتر موجب.

أجيبوا عن البنود "أ – و". عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة f(x) .

ب. برهِنوا أنّ الدالّة f(x) هي فرديّة.

جـ. جدوا مجالات تصاعُد وتنازُل الدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

د. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

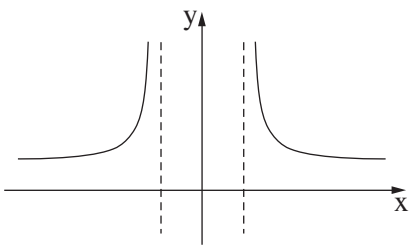
معطاة الدالّة $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$. مجال تعريف الدالّة g(x) مطابق لمجال تعريف الدالّة f(x) .

هـ. **(1)** جدوا مجالات تصاعُد وتنازُل الدالّة g(x) .

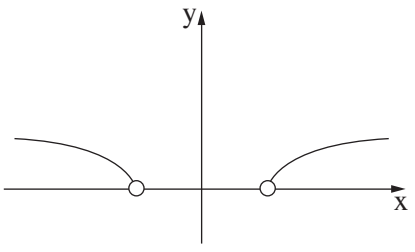
(2) حدِّدوا أيًّا من الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف الدالّة g(x). علِّلوا تحديدكم.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة g(x) والمحور x والمستقيمَيْن $x=2a$ وَ $x=3a$ هي 7.5 .

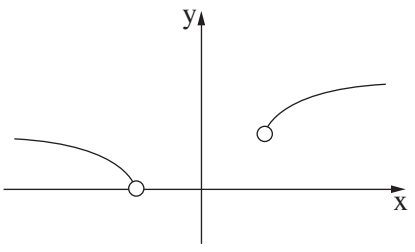
و. جدوا قيمة a .



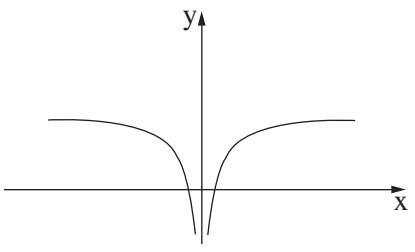
II



I



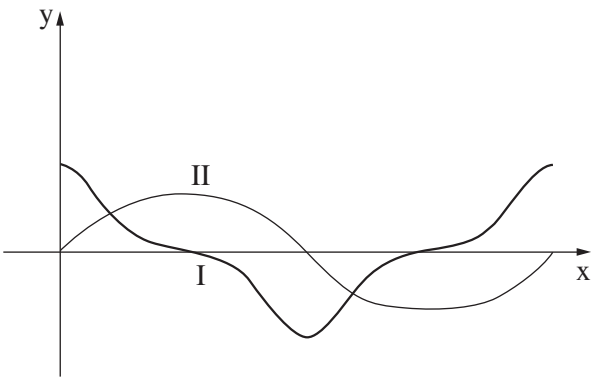
IV



III

/ يتبع في صفحة 7 /

7. في الرسم الذي أمامكم معطى الرسمان البيانيّان، I–II ، في المجال $0 \le x \le 2\pi$.



أحد الرسمَيْن البيانيَّيْن يصف الدالّة $f(x)$ ،

والآخر يصف دالّة مشتقّتها $f'(x)$.

الدالّتان $f(x)$ وَ $f'(x)$ معرَّفتان لكلّ x في المجال المعطى.

أ. حدِّدوا أيًّا من الرسمَيْن البيانيَّيْن I–II يصف الدالّة $f(x)$.
علِّلوا تحديدكم.

معطى أنّ $f(x)=\frac{\sin x}{1+(\sin x)^2}$ معرَّفة في المجال $0 \le x \le 2\pi$.

ب. **(1)** جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

(2) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

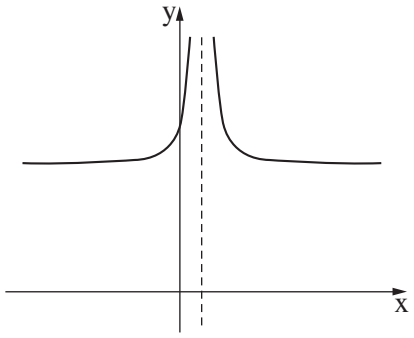
معطاة الدالّة $g(x)=|f(x)-0.4|$ ، المعرَّفة في المجال $0 \le x \le 2\pi$.

جـ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحور x .

د. **(1)** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

8. الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+9$.



الدالّة $f(x)$ معرَّفة في المجال $x \neq 1$. a هو پارامتر موجب.

أ. جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

النقطة C تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وإحداثيُّها الـ x هو 2 .
مرَّروا عبر النقطة C مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

ب. عبِّروا بدلالة a عن معادلة المماسّ.

المماسّ يقطع المحور x في النقطة A ويقطع المستقيم $x=1$ في النقطة B .
D هي نقطة إحداثيّاتها هي $(1,0)$.

جـ. عبِّروا بدلالة a عن مساحة المثلّث ADB .

د. جدوا قيمة a التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ADB هي أصغر ما يمكن.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.